

## 重錘落下衝撃を受ける矩形床版の応答特性と衝撃力 評価に関する研究

|         |   |
|---------|---|
| 著者      | 三上 敬司   |
| 学位名     | 博士（工学）  |
| 学位の種別   | 論文博士  |
| 報告番号    | 乙第25号   |
| 研究科・専攻  | 工学研究科・建設工学専攻  |
| 学位授与年月日 | 1999-03-19  |
| URL     | <a href="http://hdl.handle.net/10258/2077">http://hdl.handle.net/10258/2077</a> |

重錘落下衝撃を受ける矩形床版の  
応答特性と衝撃力評価に関する研究

三 上 敬 司



①

重錘落下衝撃を受ける矩形床版の  
応答特性と衝撃力評価に関する研究

1999年3月

三 上 敬 司



# 目 次

## 第1章 序 論

- 1. 1 研究の目的 . . . 1
- 1. 2 既往の研究 . . . 3
- 1. 3 研究の概要 . . . 7

## 第2章 四辺単純支持矩形床版の弾性衝撃応答解析

- 2. 1 概 説 . . . 9
- 2. 2 理論解析 . . . 10
  - 2. 2. 1 古典板理論による衝撃応答解析 . . . 10
  - 2. 2. 2 Mindlin板理論による衝撃応答解析 . . . 21
- 2. 3 数値計算結果および考察 . . . 27
  - 2. 3. 1 計算条件 . . . 27
  - 2. 3. 2 収斂状況 . . . 27
  - 2. 3. 3 衝撃力の評価 . . . 32
  - 2. 3. 4 たわみ分布 . . . 35
  - 2. 3. 5 下縁曲げ歪分布 . . . 43
  - 2. 3. 6 せん断力分布 . . . 51
  - 2. 3. 7 衝撃力と全支持反力との関係 . . . 59
- 2. 4 結 論 . . . 62

## 第3章 四辺単純支持複鉄筋RC矩形床板への重錘落下衝撃実験

- 3. 1 概 説 . . . 63
- 3. 2 衝撃実験 . . . 64
  - 3. 2. 1 衝撃荷重衝撃装置 . . . 64
  - 3. 2. 2 実験供試体 . . . 66
  - 3. 2. 3 計測方法 . . . 67
- 3. 3 実験結果および考察 . . . 68
  - 3. 3. 1 重錘加速度の応答波形 . . . 68
  - 3. 3. 2 鉄筋歪の分布波形 . . . 70
  - 3. 3. 3 衝撃履歴の影響 . . . 73
  - 3. 3. 4 最大衝撃力 . . . 75



|   |                            |        |
|---|----------------------------|--------|
| 3.4                                     | 衝撃応答解析                     | ...77  |
| 3.4.1                                   | 古典板理論                      | ...77  |
| 3.4.2                                   | Mindlin修正板理論               | ...78  |
| 3.5                                     | 実験結果と応答解析結果との比較および考察       | ...79  |
| 3.6                                     | 結 論                        | ...81  |
| <b>第4章 四辺単純支持PC床板への重錘落下衝撃実験</b>         |                            |        |
| 4.1                                     | 概 説                        | ...82  |
| 4.2                                     | 衝撃実験概要                     | ...83  |
| 4.3                                     | 実験結果および考察                  | ...86  |
| 4.3.1                                   | 重錘加速度の応答波形                 | ...86  |
| 4.3.2                                   | 鉄筋部歪波形の分布特性                | ...88  |
| 4.3.4                                   | 最大衝撃力                      | ...97  |
| 4.4                                     | 結 論                        | ...99  |
| <b>第5章 四辺単純支持単鉄筋RC床板への重錘落下衝撃実験</b>      |                            |        |
| 5.1                                     | 概 説                        | ...100 |
| 5.2                                     | 衝撃実験                       | ...101 |
| 5.2.1                                   | 衝撃荷重実験載荷装置                 | ...101 |
| 5.2.2                                   | 実験供試体                      | ...102 |
| 5.2.3                                   | 計測方法                       | ...104 |
| 5.3                                     | 実験結果および考察                  | ...105 |
| 5.3.1                                   | 変位および鉄筋歪の応答特性              | ...105 |
| 5.3.2                                   | ひび割れ分布状況                   | ...115 |
| 5.4                                     | 結 論                        | ...121 |
| <b>第6章 ゴム緩衝材を用いた対辺固定支持RC床版の重錘落下衝撃実験</b> |                            |        |
| 6.1                                     | 概 説                        | ...122 |
| 6.2                                     | 衝撃実験                       | ...123 |
| 6.2.1                                   | 衝撃荷重載荷位置装置および実験方法          | ...123 |
| 6.2.2                                   | 実験供試体                      | ...123 |
| 6.2.3                                   | 計測方法                       | ...126 |
| 6.3                                     | 理論解析                       | ...127 |
| 6.3.1                                   | ゴム緩衝材を考慮した場合の無限板への弾性衝撃応答解析 | ...127 |



|                          |  |        |
|--------------------------|--|--------|
| 6. 3. 2                  | 衝撃荷重を受ける無限版の中立軸におけるたわみと曲げモーメント                 | ...129 |
| 6. 4                     | 解析結果と実験結果との比較                                  | ...132 |
| 6. 4. 1                  | 最大衝撃加速度と落下高さの関係                                | ...132 |
| 6. 4. 2                  | 衝撃加速度の時刻歴応答波形                                  | ...134 |
| 6. 4. 3                  | 入力荷重および曲げモーメントの時刻歴応答波形                         | ...137 |
| 6. 4. 4                  | スパン方向に対する曲げモーメント分布                             | ...141 |
| 6. 5                     | 結 論  | ...143 |
| 第7章 各種緩衝材への重錘落下による衝撃力の評価 |  |        |
| 7. 1                     | 概 説  | ...144 |
| 7. 2                     | レオロジーモデル設定の考え方                                 | ...146 |
| 7. 2. 1                  | 簡単な粘弾性レオロジーモデル                                 | ...146 |
| 7. 2. 2                  | 仮想質量を考慮した場合の粘弾性レオロジーモデル                        | ...155 |
| 7. 2. 3                  | 仮想質量を考慮した場合の数値解析結果                             | ...166 |
| 7. 3                     | 各種緩衝材のモデル化および衝撃応答解析                            | ...176 |
| 7. 3. 1                  | 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合<br>(Maxwell- $M_2$ -三要素モデル) | ...176 |
| 7. 3. 2                  | 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合<br>(三要素- $M_2$ -Maxwellモデル) | ...181 |
| 7. 4                     | 要素定数の決定方法                                      | ...184 |
| 7. 4. 1                  | 各モデルのパラメータおよび仮想質量の求め方                          | ...184 |
| 7. 4. 2                  | 解析結果と実験結果との比較および考察                             | ...187 |
| 7. 5                     | 結 論  | ...211 |
| 第8章 総 括                  |  | ...212 |
| 謝 辞                      |  | ...214 |
| 参考文献                     |  | ...215 |



## 第1章 序論

### 1.1 研究の目的

衝突衝撃载荷に対する構造物の耐衝撃性に関する研究は、古くは主に国防上の観点から行われている。最近では原子力発電施設等の重要構造物、山岳急峻な道路に建造されている落石防護用構造物（ロックシェッド）、土石流対策として建造されている砂防ダムなどの安全性確保を図る上で構造物の衝撃問題が検討されている。

例えば、電力中央研究所では原子力発電施設内のコンクリート製格納容器を対象構造物として、航空機の墜落、内部的飛来物による被害や輸送中の落下事故による損傷事故を想定し 5 ～ 250 m/sec 範囲までの速度で衝突した場合の衝撃力や耐衝撃特性、また落下時に衝撃力を受ける格納容器の耐衝撃性などについて検討している。

また、我が国は山岳部が海岸まで迫り、主要市町村も点在しているために山岳急峻なところにも道路が多く、落石、雪崩、崩落土砂などによる交通障害や人的被害を多く受けている。特に人的被害を大きく受けた災害は 1989年7月に起きた越前海岸岩石崩壊災害や 1996年2月に起きた豊浜トンネル岩盤崩落災害などが上げられる。越前海岸岩石崩壊災害では風光明媚な観光ルートで起き、ロックシェッドは脆くも土量  $1,100\text{m}^3$  の岩石によって押し潰され、これらの構造物が本来の機能を失い十数名の尊い命を防護することができなかった。豊浜トンネル岩盤崩落災害では越前海岸岩石崩壊災害を遥かに上回る土量  $20,000\text{m}^3$  の岩盤によってトンネルが押し潰され二十数名の人命が奪われた。これらの災害は自然環境の悪化と厳しい気象条件によって誘因されたために、このような人間の想像を遥かに超えた巨大な落下衝撃力によってコンクリート構造物が破壊されたものと考えられる。

一方、上述したような大きな被害を被った事例ばかりでなく、1992年12月に起きたルランベツ覆道の落石災害では前述した災害に比べると小さな衝撃荷重であったが、設計荷重の6倍以上もの荷重が覆道の頂版や柱に作用した。この衝撃力により、覆道は頂版と3本の柱に損壊を受けたために交通障害が生じたものの幸いにも人的被害はなかった。このことから、本覆道はこの程度の衝撃荷重に対しては覆道としての機能のある程度発揮できたものと考えられる。また、1995年7月に起きた北海道南西沖地震によって、一般国道 229 号岩内町雷電の刀掛覆道上に想定重量 6000 tf の巨岩が落石の危険性が生じたために、事前に刀掛覆道上に緩衝材である三層緩衝構造を設置し、その後に発破工法によって山肌から岩石を海側へ切り落とし落石の危険性を回避した。この覆道では岩石を切り落とした際に部分的に損壊した個所が見受けられたものの、大きな損傷ではなく三層緩衝構造の緩衝性能が実証された1つの事例として上げられる。なお、上述した三層緩衝構造は北海道開発局開発土木研究所と室蘭工業大学との共同研究によって開発された緩衝



システムである。この緩衝材は砂、鉄筋コンクリート床版（RC床版）、発泡スチロール（EPS）の3種類の材料で構成され、高緩衝性能と高荷重分散性を十分期待できる新緩衝システムである。

このような落石覆工等の耐衝撃性構造物を合理的に設計するには、重錘が直接又は緩衝構造等を介して間接的に構造物に作用する場合に構造物が受ける衝撃力の評価や構造物の局所的な耐衝撃特性を検討することが重要であるものと考えられる。衝撃力は通常重錘に加速度計を設置し測定された加速度に重錘質量を掛けて求められることが一般的である。しかし、衝突体が構造物を貫通するような場合では加速度計によって測定することが不可能であることや加速度より算定された衝撃力の場合では高周波成分の影響を受け易いことなどがある。これらのことから、構造物の支持部にロードセルを設置してロードセルより測定された反力から衝撃力を算定する場合がある。この場合には、重錘落下衝撃力と支点反力との関係が明らかであることが前提となるが、この関係を実験的に検討している研究は多く見受けられるものの、理論的に検討している研究はあまり見当たらないようである。また、構造物上に緩衝材を設置するような間接的に構造物が衝撃力を受ける場合では、重錘による衝撃力および構造物に伝達される伝達衝撃力の関係、緩衝材の衝撃エネルギーの吸収や荷重作用時間の延長などの緩衝システムの性能および構造物全体の動的応答性状を把握することが、RC床版およびプレストレストコンクリート（PC床版）の構造物の安全性を検討する上で必要であるものと考えられる。

以上のことを踏まえて、本論文では床版が重錘落下衝撃力を直接的にまたは間接的に受ける場合の衝撃力の評価および衝撃応答特性について種々検討し、耐衝撃性部材の合理的な設計法を確立するための資料を提供することを目的としている。具体的にはまず床版の弾性範囲内の衝撃挙動を理論的に検討することを目的として、古典板理論および Mindlin 板理論による応答解析手法を示し作用衝撃力と床版のたわみ、曲げ歪、支持反力などの関係を検討するとともに、各種 RC、PC 床版の重錘落下衝撃実験を行い床版の衝撃挙動を実験的に検討し、その特性を明らかにしている。さらに、各種緩衝構造の緩衝性能評価を簡易にすることを目的として、簡単な評価モデルを作成し、実験結果との比較により本評価モデルの妥当性を検証している。



## 1. 2 既往の研究

### 1.2.1 床版の衝撃応答解析に関する研究

平板の衝撃応答解析で扱う板理論には、古典板理論である薄板理論や厚板理論に板の回転慣性とせん断変形を考慮して修正した Mindlin 板理論などがある<sup>1)</sup>。古典板理論による衝撃応答解析として、大沼は平底剛体を無限版に落下させた場合の衝撃力を求め実験結果と比較検討しており<sup>2)</sup>、また岩崎らは弾性床上の無限版へ球底の剛体を落下させた場合の解析を板の局部変形を考慮して行っている<sup>3)</sup>。坪田らは、ひずみ速度効果を考慮した非線形 lumped-mass-system を仮定して解析し実験結果と比較検討している<sup>4)</sup>。Phillips らは粘弾性薄版に剛球を落下させた場合の重錘剛体の接触時間や跳ね返り係数を予測することを目的として、 $\tan\delta$ モデルを適用して理論解析し実験結果と比較検討している<sup>5)</sup>。一方、Mindlin板理論を用いた衝撃応答解析としては、Reismann が固有関数展開法によってリングや矩形版の衝撃応答解析を行い両理論の相違について検討している<sup>6),7)</sup>。同様な解析によって、Chandrasekaran らは周辺単純支持と固定端における軸対称有限円版の衝撃応答解析を行い、板厚、載荷継続時間、荷重分布および形状などについて検討している<sup>8)</sup>。Cairns らは複合材料厚円板上に剛球を落下させた場合の解析を Hertz の弾性接触論より衝撃荷重を受ける異方性円板として行い、実験データと比較検討している<sup>9)</sup>。芳村らはロックシェッドに作用する落石の衝撃力を評価するために、四辺単純支持された矩形床版が衝撃荷重を受けた場合の床版の動的挙動について古典板理論と修正板理論を用いモード解析を行って比較検討している<sup>10)</sup>。Mohamed らは衝撃荷重を受ける RC 床版の衝撃応答解析に関して衝撃係数法、等価質量法、連続質量法の簡便な解析方法を用い実験結果と比較しながら解析的なアプローチを行っている<sup>11)</sup>。小林は厚円盤や合成円盤に衝撃荷重が作用する場合の応力波伝播性状を Reismann と同様な方法を適用し動弾性論より解明している<sup>12),13)</sup>。床版の三次元弾性解析における衝撃応答解析に関しては<sup>14)</sup>、岸らが有限プリズム要素を用いた厚肉円盤の衝撃挙動について、小林らが三次元弾性理論解、汎用解析コード (Dyna3D, MARC) と三次元 FEM コードの計算コードの弾性波動問題への適用性について検討している<sup>15)</sup>。解析コードによる RC 床版の衝突問題では Whireley, 井元, 上田, 伊藤らがそれぞれ材料モデルを改良した Dyna3D を用いて局部破壊や全体破壊について、草野が個別要素法 (DEM) による貫入や貫通が生じるような局部破壊について検討している研究などがある<sup>16)</sup>。

これら理論解析に関する多くの研究は、主として床版に作用する衝撃力を何らかの形で仮定し解析している。また、これによる床版の衝撃挙動はたわみや曲げモーメント (曲げ応力, 歪) を中心に論じられており、せん断力や支点反力まで評価している研究は少ないようである。各種手法の妥当性は他の解析手法との比較や実験結果との比較により論じられているが、実際の衝撃設計への対応に当たっては衝撃力の評価が重要である。これについての詳細は後に述べるが、理論解析において仮定した衝撃力の妥当性の評価を実験結果との比較によって行う場合、たわみや曲



げモーメントのみならず支点反力によって行うことも重要であり、その意味で解析によって支点反力を検討することも重要である。支点反力を解析的に検討した研究としては、菅田らが有限ブリズム要素による三次元有限要素法を用い力積一定として複鉄筋単純支持 RC 梁の支点反力と荷重継続時間および荷重幅を変化させた場合の関係について明らかにしているが<sup>17),18)</sup>、床版に対しては、先に示したようにあまり見当たらない。

### 1.2.2 RC および PC 床版の耐衝撃挙動と衝撃力の評価に関する研究

#### (1) 直接的な衝撃力を受ける場合

RC 床版の耐衝撃性に関する研究は、従来欧米諸国によって行われてきたが、我国でも電力中央研究所が事故を想定した場合の鉄筋コンクリート製格納器に対する耐衝撃性を検討している。大沼と伊藤らはRC床版および梁を用い貫通や裏面剥離が生じるような中高速度で衝突する衝撃実験を行い局部的損傷の評価式を提案している<sup>19)</sup>。岸、三上らは、コンクリート部材の耐衝撃性検討のために重錘落下衝撃実験装置を設置し、新素材 AFRP ロッドを補強筋として用いたコンクリート床版の衝撃実験を行い、衝撃力の算定や応力波の伝播挙動、補強筋の歪の応答性状についての検討を行っている<sup>20)~22)</sup>。通常、耐衝撃用の RC 部材は前述したように複鉄筋断面として設計されているが、静的外力を受ける RC 部材は単鉄筋断面として設計することが一般的である。このことから、著者らは弾塑性から塑性領域における単鉄筋断面部材の耐衝撃特性を実験的に明らかにしている<sup>23)</sup>。さらに、著者らは、主に弾性から弾塑性初期の領域の挙動を調べることを目的として複鉄筋断面 RC 矩形床版の衝撃特性について実験および理論的に検討している<sup>24)</sup>。RC 構造に関する研究は上記のように各研究機関で行われており、ある程度の耐衝撃特性も明らかになってきている。

一方、プレストレスコンクリート(PC) 構造に関する研究は、大沼と伊藤らによる貫通や裏面剥離が生じるような中高速度衝突に対する PC 梁および床版の耐衝撃性に関する研究<sup>25)</sup>、園田らによる実験的に求められた材料の歪速度効果を考慮した梁部材の動的曲げ耐力と変形性能の解析的研究<sup>26)</sup>、横山らによる PC・RC 桁の静的耐力、衝撃耐力および変位照査法に関する研究<sup>27)</sup>、また岸と三上らによる新素材を PC 梁に用い、その衝撃挙動についての実験的に検討した研究成果<sup>28)</sup>などがある。衝撃荷重載荷時の PC 構造体の動的挙動は、プレストレスを受けているためひび割れの制御等 RC 構造体とは異なることが予想される。PC 構造物の合理的な耐衝撃設計法の確立のためには、理論的および実験的研究が必要であるものと考えられる。著者らは、床版モデルを用いて弾性から塑性初期領域までの PC 部材の衝撃応答性状を明らかにしている<sup>29)</sup>。

ここで述べたような重錘等の衝突物が直接作用する場合の衝撃問題では衝突による衝撃力を精確に評価することが重要である。上述した研究における衝撃実験では重錘に加速度計を添付して測定した加速度に重錘質量を掛けることにより衝撃力(重錘衝撃力)評価をしている。しかし、



加速度計によって測定された衝撃力は高周波成分の影響を受け易いことと衝突体が被衝突体を貫通するような高速度衝撃の場合では衝突体に加速度計を設置して測定することが不可能である。このために、支点部分にロードセルを設置して支点反力より衝撃力を算定する場合がある。大沼らは航空機墜落事故を想定してハードまたは変形性ミサイルが衝突速度 40 ~ 250 m/sec で RC 床版に衝突した場合、スキッピングおよびパフォーマーシオンが生じるような局所的なダメージについての評価式を提案するために衝撃実験を行っている<sup>30)~32)</sup>。この研究では支点にロードセルを設置して支点反力を求め、その結果から衝撃力を算定している。また、岸らは RC 梁および RC 床版への重錘落下衝撃実験を行い、重錘衝撃力および支点反力を測定し、これらの関係を明らかにするとともに衝撃耐力と静的耐力等の関係についても検討している<sup>33~35)</sup>。

## (2) 間接的な衝撃力を受ける場合

緩衝材等を通して間接的に衝撃力を受ける構造物の衝撃挙動の検討に当たっては、重錘等の衝突によって生ずる衝撃力（重錘衝撃力）よりむしろ緩衝材等を伝播して構造物に作用する衝撃力（伝達衝撃力）の評価、すなわち緩衝材等の緩衝性能の評価が重要であり、この伝達衝撃力による構造物の衝撃特性を明らかにすることが重要である。落石による衝撃特性を究明するための実験は、敷砂緩衝材を用いて最初に鋼材倶楽部<sup>36)</sup>によって行われ、その後吉田らによって大々的な野外実験を<sup>37)~40)</sup>、また建設省土木研究所<sup>41),42)</sup>や北海道開発局開発土木研究所（当時：北海道開発局土木試験所）<sup>43)~45)</sup>でも衝撃実験が行われた。さらに、岸と中野らはサンドクッション材を伝達する応力の測定に用いられたロードセルを改良し応答周波数特性および測定精度の向上を図り<sup>46)</sup>、それを用いた実験より伝達衝撃力が重錘衝撃力の約2倍になることを明らかにした<sup>47)</sup>。

落石がサンドクッション材上に落下する場合の衝撃力の評価に対する理論式は、クッション材を弾性バネと仮定した小松沢によって提案され、その後、改良した Hertz の弾性接触論を用いて求められた振動便覧式が一般的に使用されている<sup>48)</sup>。古賀ら<sup>42)</sup>、園田ら<sup>49)</sup>は、バネ、ダッシュポット、質点を組み合わせた力学モデルを仮定し、また、著者らは前述した吉田らの実験データを用いてバネ、ダッシュポット、質点を組み合わせた力学モデルを仮定してそれぞれ衝撃力の評価を行っている<sup>50)</sup>。岸と中野は荷重分散特性を検討するために敷砂単層および砂と固い層を組み合わせた層状弾性体を2次元的にモデル化して解析している<sup>51),52)</sup>。吉田ら<sup>53)</sup>は RC 落石覆工について、また園田ら<sup>54),55)</sup>は PC 落石覆工について個別要素法を用いて解析している。中野、岸、佐藤らは、衝撃解析コード Dyna3D または Ls-Dyna3D を用いて緩衝構造の緩衝特性について数値解析している<sup>52),56)</sup>。一方、衝撃力を緩和する方法として、敷砂材の緩衝性能よりも優れかつ重量を軽減して耐震性にも合致する新しい緩衝構造が開発された。すなわち、吉田らは軽量化およびエネルギー吸収に優れている EPS 材（一般的に発泡スチロール）を緩衝材として用い、実験的に検討し外力評価式を提案した<sup>57)</sup>。しかし、EPS 積層材のみで用いる場合は載下点部が



せん断破壊を生じるために相当程度の積層厚が必要となり大重量落石の場合では十分な緩衝性能を期待できない。これに対して、中野、岸、松岡らは三層緩衝構造（表層より砂層、RC 床板、EPS 材）を提案し、衝撃力緩和および荷重分散効果において砂単層や EPS 積層材よりも優れていることを明らかにしている<sup>58)</sup>。さらに、佐藤、岸らは三層緩衝構造の緩衝能に関する野外大型実験を行い、その結果を取りまとめ三層緩衝構造の有効性を示している<sup>59)</sup>。このような実験結果に基づいて、佐藤らは各層の動特性を考慮し、エネルギー論的観点から三層緩衝構造の芯材 RC 版、EPS 材の厚さ、設計衝撃力の評価式を提案している<sup>60),61)</sup>。

この他の緩衝材を用いた研究としては、大野らは、床板の間にゴムやウレタンを緩衝材として用いたサンドウィッチ RC 床板や鋼板を補強材として用いた合成 RC 床板に対して、高速衝撃荷重を作用させた場合の耐衝撃挙動について検討している<sup>62),63)</sup>。吉田らはゴムを緩衝材として対辺固定端 RC 床板の重錘落下衝撃実験<sup>64),65)</sup>を行い、著者らはそのデータを用いて簡単なモデルを提案し弾性領域以内における床板の動的挙動について理論的に検討している<sup>66)</sup>。内田等は、鋼製床版上に設置したゴムパットが床版および緩衝材の厚さを変えた場合に最大衝撃力と載荷継続時間に及ぼす影響について実験的に調べ、RC 床版への重錘落下衝撃実験を行い耐衝撃挙動や衝撃エネルギー吸収量を検討している。また簡単な D.O.F や非線形有限要素法などの解析を行い実験結果と比較して解析の妥当性について検討している<sup>67)</sup>。

これら緩衝構造に対する衝撃力評価において、いずれの解析手法もエネルギー保存の法則が成立しているが、運動量保存の法則の成立については十分には検討されていないようである。また、前述した個別要素法や解析コード（Dyna-3D）を用いて三次元的な解析を行うには数値解析時間が長くなること、解析コードは高価なソフトであるのであまり普及していないために、衝撃力の評価を解析的にしかも精度良く行うための手法はこれまで提案されていなかった。著者らは、前述した開発局土木研究所が中心として行った野外実験データを用いてバネ、ダッシュポット、質点を組み合わせる簡単なレオロジー力学モデルによって衝撃力の評価を行いその妥当性を検討している<sup>68)~70)</sup>。



### 1.3 研究の概要

本研究は衝撃荷重が床版等に作直接的にまたは緩衝材等を介して間接的に作用する場合を対象としてその衝撃挙動を弾性範囲で理論解析を行うとともにや重錘落下衝撃実験を行い、検討したものである。衝撃力の評価を弾性接触論やレオロジーモデルを用いて行う手法を提案したものである。

本論文は全8章から構成されており、第1章では、研究の目的、既往の研究および研究の概要について詳しく述べている。

第2章では重錘落下を受ける四辺単純支持矩形床版の弾性衝撃応答解析を取り扱っている。実験より求められる重錘衝撃力は一般的に重錘に加速度計を取付けて重錘加速度を測定しそれに質量を掛けて求めている。しかし、この方法で測定する場合は、重錘自身が高周波成分の影響を受け易いことから精度の良い測定が困難な場合がある。このことから、供試体の支点部分にロードセルを設置して反力を計測しより良い精度で衝撃力を算定できる方法が考えられる。しかし、このことは理論的にはあまり解明されていないことから、本章では古典板理論および Mindlin 修正板理論を用いて重錘落下衝撃を受けた四辺単純支持矩形床版の弾性衝撃挙動について理論的に解析し、主に重錘衝撃力と全支持反力との関係について検討し、さらにせん断力、曲げ歪、たわみの時刻歴応答などについて両理論を比較しながら検討を加え、古典板理論の適用限界について述べている。

第3章では耐衝撃性構造部材としての RC 床版は複鉄筋断面として設計されることが多いことから、第3章では複鉄筋断面 RC 床版の耐衝撃性について検討するために、 $150\text{cm} \times 150\text{cm} \times 10\text{cm}$  の鉄筋コンクリート床版を作成し主に弾性から弾塑性初期の領域の挙動を調べることを目的として、衝突速度を最大  $4\text{m/sec}$  に限定した重錘落下衝撃実験を行っている。本実験では、衝撃力算定のための重錘加速度と、鉄筋に貼付した歪ゲージにより歪波形を測定している。本章ではこれを基に複鉄筋 RC 床版の衝撃特性を実験的に把握し、四辺単純支持された矩形版の弾性衝撃応答解析も行い実験結果と比較検討している。

第4章では、貫通や裏面剥離が発生しない弾性状態から塑性状態に移行するような領域における PC 部材の動特性を検討するために、寸法が  $150\text{cm} \times 150\text{cm} \times 10\text{cm}$  でかつ鉄筋比が約 1% の複鉄筋コンクリート床版の2方向に平均  $50\text{kgf/cm}^2$  のプレストレスを導入した PC 床版を作製し、 $70\text{kgf}$  重錘を用いた衝撃実験を行っている。実験は主に弾性領域から塑性初期の領域に限定するためにここでも最大衝突速度を  $4\text{m/sec}$  に限定し、重錘加速度と鉄筋部における歪波形を測定することによって、床版が低次の振動状態へ移行するまでの過渡的な応答性状についての把握や衝撃力の評価を RC 床版と比較する形で検討を行っている。

第5章では衝撃荷重載荷によるコンクリート床版の弾塑性状態から破壊に至る性状を明らかにするために、 $150\text{cm} \times 150\text{cm} \times 7\text{cm}$  の単鉄筋 RC 床版を用いた衝撃実験を行い、鉄筋の種類、コン



クリート強度，鉄筋比を変化させた場合の RC 床版の変位分布，歪の時刻歴応答，スパン方向の鉄筋歪分布，床版表裏面のひび割れ性状，最大衝撃力について検討している。

第3，4，5章では重錘が直接コンクリート床版へ衝突する場合を対象としていたが，第6章では緩衝材を用いた場合の例として，寸法が  $309\text{cm} \times 190\text{cm} \times 100\text{cm}$  の鉄筋コンクリート床版上の載荷位置に  $10\text{cm} \times 10\text{cm} \times 0.3\text{cm}$  のゴム版を設置し，このゴム版上へ質量  $100\text{kg}$  の球底重錘を落下高さ  $10 \sim 160\text{cm}$  まで  $10\text{cm}$  間隔で落下させて衝撃実験を行っている。また，床版の支持条件は実際の構造条件の1つとして両端固定および他端自由とした。本章では，RC 床版の衝撃初期における挙動を検討するために，実験における緩衝材のゴム特性を評価して求めた衝撃力，局部変形を考慮して解析的に求めた衝撃力を実験結果と比較検討している。また，実験結果より衝撃力を仮定して無限体に等分布荷重として作用させた場合の衝撃曲げモーメントを求め，この解析結果と実験結果とを比較し，本解析手法の適用性についても検討を行っている。

第7章では重錘が砂単層や三層緩衝構造緩衝材に貫入する現象をレオロジー的な観点から考察すると，各種緩衝材を Maxwell 体系でモデル化することによってこの現象を表現できるものと考えられる。このことを踏まえて，支持構造物を無限版として，その上の緩衝材特性を評価するためにバネとダッシュポットから構成される粘弾性体の減衰バネ系に仮想質量を考慮した五要素バネモデルを導入し，運動量保存の法則が成り立つように理論解析を行い，本理論の妥当性を検討するために実験結果と比較検討している。

第8章では各章における結論を総括して本研究の意義を明らかにしている。



## 第2章 四辺単純支持矩形床版の衝撃応答解析

### 2.1 概 説

衝撃応答解析に用いられる平板理論には、古典板理論である薄板理論が簡単な近似解析として一般的によく用いられている。しかし、古典板理論の場合の位相速度は波長が短くなるに従って無限大に近づくことから物理的に不合理となる。このような不合理性を改良したのが Mindlin 板理論である。この理論は古典板理論に板の回転慣性とせん断変形による影響を考慮に入れることによって、位相速度は厳密解と同様に波長が短くなるにつれて Rayleigh 波に漸近するようになる。このように、Mindlin 板理論はより高次モードまでを考慮に入れなければならないような場合には多少問題もあることから、古典板理論に比べて衝撃問題における波動伝播現象を取り扱う場合には適しているものと考えられる。

次に、衝撃問題に用いられる動的応答解析法は時間積分法、積分変換法、モード解析法等が挙げられる。時間積分法は差分近似に基づく陽的解法と陰的解法およびそれらの組み合わせ法、数値ラプラス変換および逆変換などが挙げられ、主に陽的解法では中心差分法、陰的解法では Newmark  $\beta$  法などが一般的に用いられる。両者は弾塑性衝撃応答解析および破壊解析に用いられているが、時間増分による影響が大きいため計算誤差が生じやすい。積分変換法はこれに対して時間空間におけるラプラス変換がよく用いられているが、複雑な問題になると逆変換が困難となる。モード解析法は振動モードの重ね合わせにより構造系の動的応答を求める方法であることから、「線形問題のみにしか適用できない」と言う欠点はあるものの種々の時間積分法に比べて計算時間が少なく済み解析としては有効な方法である。

床版の衝撃挙動に関する研究では文献 24) のように実験結果を近似した衝撃荷重を用いる場合や便宜的に衝撃荷重を仮定して用いる場合が一般的に多く見受けられる。一方、重錘落下による床版の衝撃問題に関して検討している文献は 2), 3) ぐらいであり、この種の研究成果に関してはあまり多く見当たらないようである。衝撃力は通常重錘に加速度計を設置し測定された加速度に重錘質量を掛けて求められることが一般的である。加速度計より算定された衝撃力の場合では高周波成分の影響を受け易いことなどから、構造物の支持部にロードセルを設置してロードセルより測定された反力から衝撃力を算定している場合も見られ、両者の関係が実験的に明らかになりつつある。一方、重錘落下衝撃力と全支持反力との関係に関して未だ解析的には十分明らかにされていない。

以上のことを踏まえて、本章では平底重錘落下による四辺単純支持矩形床版の弾性衝撃挙動を検討するために、古典板理論および Mindlin 板理論によるモード解析を行い Hertz の局部変形を考慮に入れた衝撃力、支点反力および衝撃挙動について両理論を比較検討し、古典板理論の適用性について検討する。



## 2.2 理論解析

本節では古典板理論および Mindlin 板理論を用いて、重錘落下衝撃力を受ける四辺単純支持矩形床版および古典板理論を用いた無限版の弾性衝撃応答解析を行うための理論について述べることにする。

### 2.2.1 古典板理論による弾性衝撃応答解析

#### (a) 四辺単純支持矩形床版の自由振動モード

鉛直方向のたわみを  $w$ ，床版の密度を  $\rho$ ，床版厚を  $d$ ，床版の曲げ剛性を  $D$ ，外力  $q(x,y,t)$  とすれば，床版の運動方程式は以下のように示される<sup>71)</sup>。

$$\rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \Delta^2 w = q(x,y,t) \quad (2.1)$$

ただし， $\Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$ ， $D = \frac{Ed^3}{12(1-\nu^2)}$  であり， $E$  は床版の弾性定数， $\nu$  はポアソン比である。

図-2.1で示すように，矩形床版は  $x$  方向の辺長を  $a$ ， $y$  方向の辺長を  $b$  とし，境界を四辺単純支持されているものとする，境界条件は

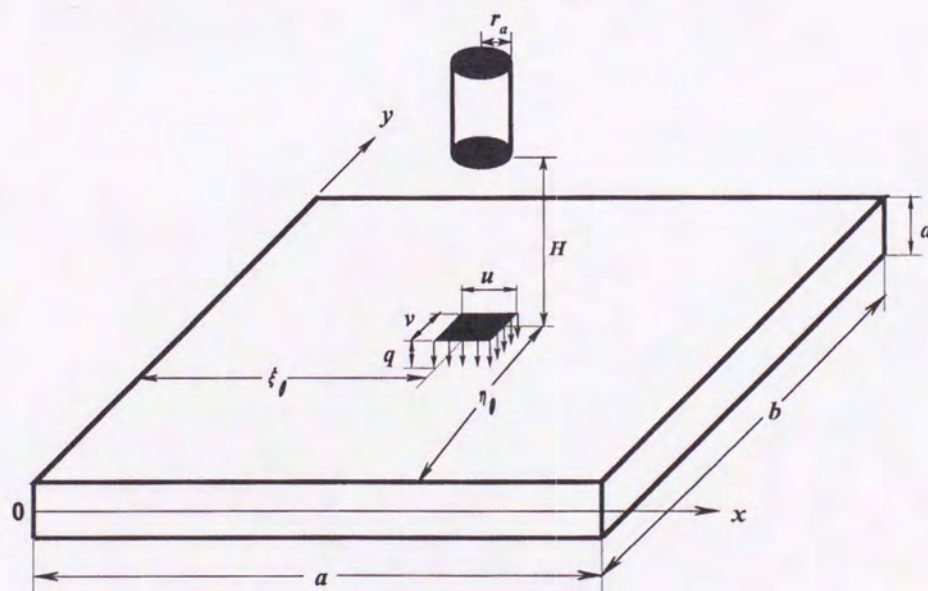


図-2.1 解析モデル



$$\begin{cases} x=0 \text{ で, } M_x(0,y,t)=w(0,y,t)=0 \\ x=a \text{ で, } M_x(a,y,t)=w(a,y,t)=0 \\ y=0 \text{ で, } M_y(x,0,t)=w(x,0,t)=0 \\ y=b \text{ で, } M_y(x,b,t)=w(x,b,t)=0 \end{cases} \quad 2.2)$$

のように表わされる．たわみ  $w$  を  $x$  軸方向， $y$  軸方向ともに正弦関数で与えれば，2.2) 式の境界条件を満足する．今，自由振動を仮定し，たわみを次式のようにおく．

$$w(x,y,t)=A_{mn}\sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b}e^{-i\omega_{mn}t} \quad 2.3)$$

ここで， $\omega_{mn}$  は固有振動数であり，2.1) 式の右辺の荷重項  $q(x,y,t)=0$  において 2.3) 式を 2.1) 式に代入すると

$$\left[ -\frac{\rho d}{D}\omega_{mn}^2 + \left\{ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^4 + 2 \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^4 \right\} \right] A_{mn} = 0$$

従って，固有振動数  $\omega_{mn}$  を求めると，

$$\omega_{mn} = \sqrt{\frac{D}{\rho d} \left\{ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}} \quad 2.4)$$

また，振動モード形を  $\phi_{mn}(x,y)$  とすれば

$$\phi_{mn}(x,y) = \sin\frac{m\pi x}{a}\sin\frac{n\pi y}{b} \quad 2.5)$$

である．



## (b) 四辺単純支持矩形床版の弾性衝撃応答解析

ここではモード重畳法を用いて応答解析を行なうこととする。(a)で示したように振動モード形を  $\phi_{mn}(x, y)$  とし、基準座標を  $Q_{mn}(t)$  とすれば、たわみ  $w$  は

$$w(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y) \quad (2.6)$$

とおける。

いま、 $\ddot{Q}_{mn}(t) = \frac{d^2 Q_{mn}(t)}{dt^2}$  において、2.1) 式に 2.6) 式を代入すると

$$\rho d \phi_{mn}(x, y) \ddot{Q}_{mn}(t) + D \Delta^2 \phi_{mn}(x, y) Q_{mn}(t) = q(x, y, t) \quad (2.7)$$

上式の第2項を 2.4), 2.5) 式を用いて表すと

$$D \Delta^2 \phi_{mn}(x, y) Q_{mn}(t) = \rho d \omega_{mn}^2 \phi_{mn}(x, y) Q_{mn}(t) \quad (2.7)'$$

となるから、2.7)' 式は次式のように示される。

$$(\ddot{Q}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 Q_{mn}(t)) \phi_{mn}(x, y) = \frac{q(x, y, t)}{\rho d} \quad (2.8)$$

2.8) 式の両辺に  $\phi_{kl}(x, y)$  を掛けて床版全体について積分すると

$$(\ddot{Q}_{mn}(t) + \omega_{mn}^2 Q_{mn}(t)) \int_0^a \int_0^b \phi_{mn}(x, y) \phi_{kl}(x, y) dx dy = \frac{1}{\rho d} \int_0^a \int_0^b q(x, y, t) \phi_{kl}(x, y) dx dy \quad (2.9)$$

次に 2.8) 式の両辺を時間に関して Laplace 変換して基準座標を求めると<sup>72)</sup>

$$L[Q_{mn}(s)] = \frac{1}{\rho d N_{mn}^2 (s^2 + \omega_{mn}^2)} \int_0^a \int_0^b L[q(x, y, s)] \phi_{mn}(x, y) dx dy \quad (2.9)'$$

ただし、 $N_{mn}$  はノルムであり、次式のように示される。

$$N_{mn}^2 = \int_0^a \int_0^b \phi_{mn}(x, y) \cdot \phi_{kl}(x, y) dx dy = \begin{cases} 0 & (m \neq k, n \neq l) \\ \frac{ab}{4} & (m = k, n = l) \end{cases}$$

いま、矩形床版上の任意の点  $x = \xi_0$ ,  $y = \eta_0$  に集中外力  $P$  が作用する場合を考える。この場合は、ディラックの  $\delta$  関数を用いると分布荷重  $q(x, y, t)$  を以下のように表わすことができる。

$$q(x, y, t) = P(t) \delta(x - \xi_0) \delta(y - \eta_0) \quad (2.10)$$

2.9) および 2.10) 式を用いて 2.6) 式のたわみの像関数を求めると

$$L[w(x, y, s)] = \frac{1}{\rho d} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L[P(s)]}{N_{mn}^2 (s^2 + \omega_{mn}^2)} \phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_{mn}(x, y) \quad (2.11)$$



いま,  $x=a/2$ ,  $y=b/2$  におけるたわみの像関数  $L[w_0]$  を求めると

$$L[w_0] = \frac{1}{\rho d} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L[P(s)]}{N_{mn}^2 (s^2 + \omega_{mn}^2)} \phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \quad (2.11)'$$

$$\text{ただし, } \phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) = \sin \frac{m\pi\xi_0}{a} \sin \frac{n\pi\eta_0}{b}$$

次に, 質量  $M$  の重錘が高さ  $H$  から矩形版の中央点に落下した場合の矩形版の局部変形を  $\delta_0$ , 版中心におけるたわみを  $w_0$  とすると, 重錘の運動方程式は,

$$M \frac{d^2 \delta_0}{dt^2} + M \frac{d^2 w_0}{dt^2} + P(t) = 0 \quad (2.12)$$

いま, 初期条件  $t=0$  で  $V_0 = \sqrt{2gH}$  ( $g$ : 重力加速度) として, 時間  $t$  で Laplace 変換すると

$$Ms^2 [L[\delta_0] + L[w_0]] + L[P] = MV_0 \quad (2.13)$$

図-2. 2 に示すように, 半径  $r_a$  の円柱剛体が力  $P(t)$  で床版上を押し付けた場合の床版の局部変位  $\delta_0$  は Hertz の弾性接触論<sup>73)~75)</sup>を適用すると, 次式のように表わすことができる.

$$\delta_0 = \frac{1-\nu^2}{2Er_a} P(t) = KP(t) \quad (2.14)$$

$$\text{ただし, } K = \frac{1-\nu^2}{2Er_a}$$

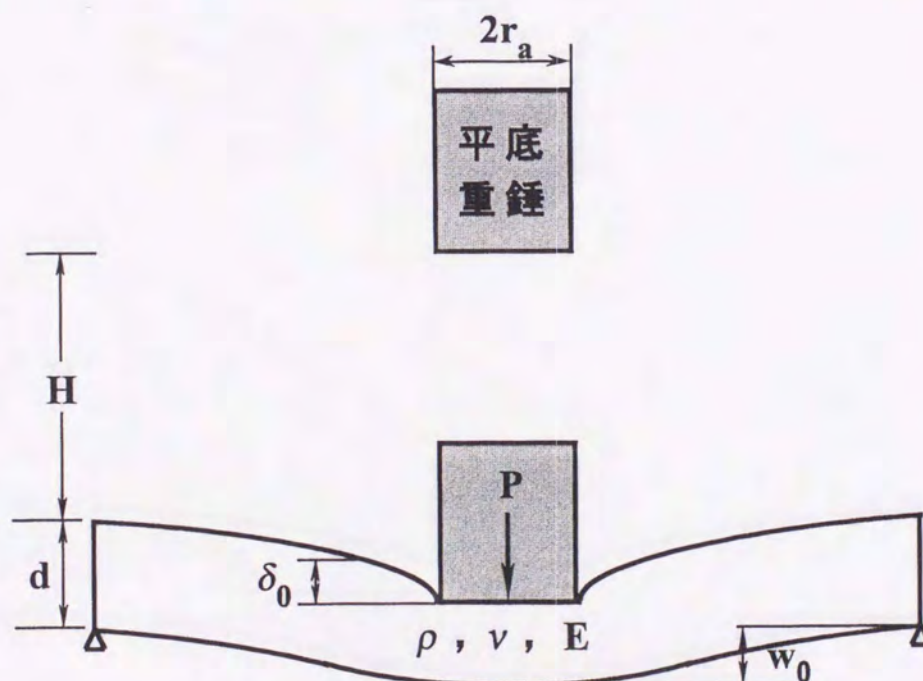


図-2.2 平底重錘が矩形床版に落下した場合の床版の局部変形



次に、図-2.3に示すように、半径  $r_a$ 、弾性定数  $E_0$ 、ポアソン比  $\nu_0$  の球底重錘が弾性定数  $E$ 、ポアソン比  $\nu$  の床版に落下した場合の床版の局部変形  $\delta_0$  について求める。この場合の局部変形も 2.14) 式と同様に Hertz の弾性接触論<sup>73)~75)</sup>を適用すると、

$$\delta_0 = kP(t)^{\frac{2}{3}} \quad (2.15)$$

と表される。ここで、

$$k = \left[ \frac{2\pi(k_0 + k_1)^2}{16r_a} \right]^{\frac{1}{3}}, \quad k_0 = \frac{1-\nu_0^2}{\pi E_0}, \quad k_1 = \frac{1-\nu}{\pi E}$$

2.11) 式および 2.14) 式を 2.13) 式に代入すると

$$Ms^2 \left\{ KL[P(s)] + \frac{1}{\rho d} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{L[P(s)]}{N_{mn}^2(s^2 + \omega_{mn}^2)} \phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \right\} + L[P(s)] = 0 \quad (2.16)$$

初期条件  $t=0$  で初速度  $V_0 = \sqrt{2gh}$  として、2.16) 式を Laplace 逆変換すると、平底重錘が矩形版に落下した場合の Hertz 弾性接触論の局部変形を考慮に入れた衝撃力を次式のような積分方程式として求めることができる。

$$KP(t) + \frac{1}{\rho d} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{N_{mn}^2 \omega_{mn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{mn}(t-\tau) d\tau + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = V_0 t \quad (2.17)$$

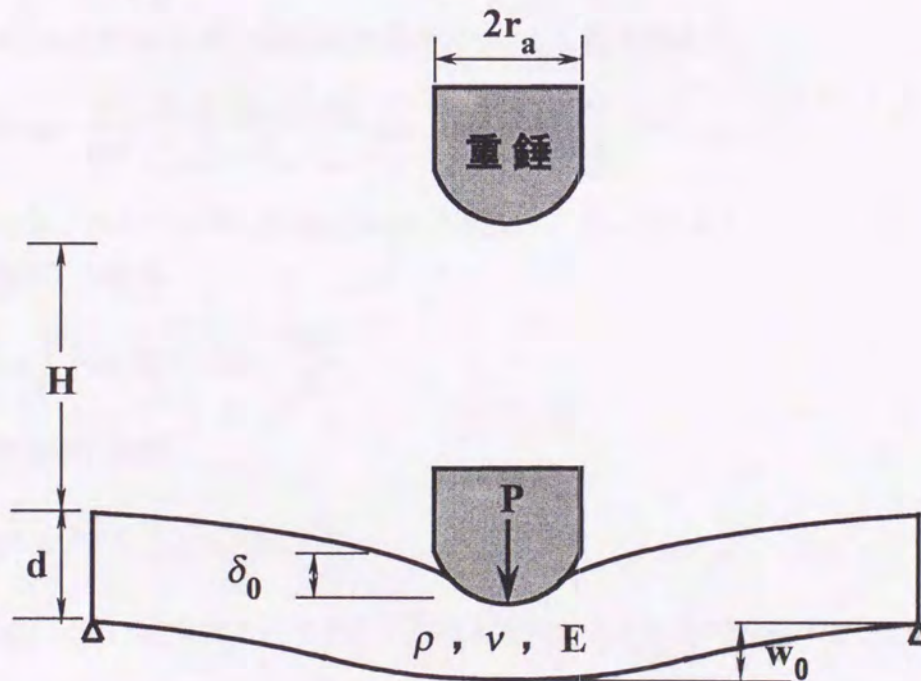


図-2.3 球底重錘が矩形床版に落下した場合の床版の局部変形



一方、球底重錘が矩形版に落下した場合の Hertz 弾性接触論の局部変形を考慮に入れた衝撃力を求める誘導式の詳細については 2.17) 式を求めた場合とほぼ同様なので省略する。従って、式のみを示すと

$$KP(t)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\rho d} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{N_{mn}^2 \omega_{mn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{mn}(t-\tau) d\tau + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = V_0 t \quad (2.18)$$

上式のような非線形積分方程式として求めることができる。なお、2.17) および 2.18) 式の左辺の第 2 項は鉛直方向のたわみを示していることから、たわみ  $w$  は

$$\begin{aligned} w(x, y, t) &= \frac{1}{\rho d} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_{mn}(x, y)}{N_{mn}^2 \omega_{mn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{mn}(t-\tau) d\tau \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y) \end{aligned} \quad (2.19)$$

ここで、基準関数  $Q_{mn}(t)$  を以下に示す。

$$Q_{mn}(t) = \frac{1}{\rho d N_{mn}^2} \left[ \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{\omega_{mn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{mn}(t-\tau) d\tau \right] \quad (2.19a)$$

床版中心  $(\xi_0, \eta_0)$  におけるたわみは次式のように表される。

$$w_0 = \frac{1}{\rho d} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{N_{mn}^2 \omega_{mn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{mn}(t-\tau) d\tau \quad (2.19b)$$

ここで、(2.17) および 2.18) 式の積分内の項を次のように置き換える。

$$H(t-\tau) = \frac{1}{\rho d K} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{N_{mn}^2 \omega_{mn}} \sin \omega_{mn}(t-\tau) + \frac{1}{MK} (t-\tau)$$

従って、2.17) および 2.18) 式に上式を用いると次式のように示される。

平底重錘 (剛体) の場合

$$P(t) + \int_0^t P(\tau) H(t-\tau) d\tau = \frac{V_0 t}{K} \quad (2.17)'$$

球底重錘 (弾性体) の場合

$$P(t)^{\frac{2}{3}} + \int_0^t P(\tau) H(t-\tau) d\tau = \frac{V_0 t}{K} \quad (2.18)'$$

2.19) 式を 2.20), 2.21) 式に代入してそれぞれの  $x$  方向および  $y$  方向の曲げ歪を求めると,

$$\varepsilon_{xx} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 Q_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y) \quad (2.20)$$



$$\varepsilon_{yy} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = z \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n\pi}{b} \right]^2 Q_{mn}(t) \phi_{mn}(x, y) \quad (2.21)$$

$x, y$  方向の単位幅当たりのせん断力は次式に示されるとおりである.

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -D \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \\ Q_y &= -D \frac{\partial}{\partial y} \left[ \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right] \end{aligned} \right\} \quad (2.22)$$

2.22) 式に 2.19) 式を代入して  $x, y$  方向のせん断力を求めると

$$Q_x = D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{m\pi}{a} \right] \left[ \left[ \frac{m\pi}{a} \right]^2 + \left[ \frac{n\pi}{b} \right]^2 \right] Q_{mn}(t) \phi'_{mn}(x, y) \quad (2.23)$$

$$Q_y = D \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n\pi}{b} \right] \left[ \left[ \frac{m\pi}{a} \right]^2 + \left[ \frac{n\pi}{b} \right]^2 \right] Q_{mn}(t) \phi''_{mn}(x, y) \quad (2.24)$$

ここで,  $\phi'_{mn}(x, y) = \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}$ ,  $\phi''_{mn}(x, y) = \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}$

$x, y$  方向の単位幅当たりのねじりモーメントは次式に示されるとおりである.

$$M_{xy} = D(1-\nu) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = -M_{yx} \quad (2.25)$$

$x, y$  方向の換算せん断力は次式に示され, これの支点上の値が反力となる.

$$\left. \begin{aligned} V_x &= Q_x - \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \\ V_y &= Q_y + \frac{\partial M_{yx}}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (2.26)$$

4 辺における全支持反力は 2.22) ~ 2.26) 式を用いて求めると

$$\begin{aligned} V &= 2 \int_0^b V_x \Big|_{x=a} dy + 2 \int_0^a V_y \Big|_{y=b} dx - 8 M_{xy} \Big|_{x=a, y=b} \\ &= - \frac{4 \left[ \frac{d}{a} \right]^2 \left[ \frac{b}{a} \right]^2 \pi^2 D}{d^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{m}{n} \left\{ m^2 + (2-\nu) \left[ \frac{na}{b} \right]^2 \right\} + \frac{n}{m} \left[ \frac{a}{b} \right]^2 \left\{ (2-\nu) m^2 + \left[ \frac{na}{b} \right]^2 \right\} \right. \\ &\quad \left. - 2(1-\nu) mn \left[ \frac{a}{b} \right]^2 \right] Q_{mn}(t) \end{aligned} \quad (2.27)$$



衝撃力は 2.17)' および 2.18)' 式の積分方程式を数値的に解いて求める。たわみ, 曲げ歪, せん断力および支持反力は数値的に求められた衝撃力をそれぞれの時間に対して数値積分することによって求めることができる。

2.19) 式以外, 2.23) ~ 2.27) 式は集中荷重のために Fourier 級数の収斂があまり良くないことまた実際の載荷は分布荷重となることから, 分布荷重幅  $(u, v)$  とする等分布荷重  $q(x, y, t)$  として載荷点中央  $(\xi_0, \eta_0)$  に作用させると, 以下のように示される。

$$\begin{aligned} q(x, y, t) &= \frac{P(x, y, t)}{uv} = \frac{P(t)}{uv} \int_{\xi_0 - u/2}^{\xi_0 + u/2} \int_{\eta_0 - v/2}^{\eta_0 + v/2} \phi_{mn}(x, y) dx dy \\ &= \frac{4abP(t)}{mn uv \pi^2} \phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_q(a/2, b/2) \end{aligned} \quad 2.28a)$$

$$\text{ここで, } \phi_q(a/2, b/2) = \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{n\pi v}{2b}$$

今後は 2.19), 2.23) ~ 2.27) 式中の  $P(t)$  を 2.28a) 式で置き換えて各応答計算を行うこととする。

一方, 構造系の動的問題を理論的に扱う場合には, 減衰定数を考慮に入れることによって実際の物理現象を表現することが可能となる。このことから, 各振動モードに対して減衰定数  $h$  が一定であると仮定すれば, 固有振動数  $\omega_{mn}$  を  $\omega'_{mn} = \omega_{mn} \sqrt{1-h^2}$  と 2.19a) 式中の積分内を書き換えればよいことになる。

$$\int_0^t P(\tau) e^{-h\omega_{mn}\tau} \sin \omega'_{mn}(t-\tau) d\tau \quad 2.28b)$$

のように表わされる。

2.28a) および 2.28b) 式を用いて基準関数  $Q_{mn}(t)$  を置き換えると

$$Q_{mn}(t) = \frac{4ab}{\rho duv \pi^2} \left[ \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_q(a/2, b/2)}{mn N_{mn}^2 \omega'_{mn}} \int_0^t P(\tau) e^{-h\omega_{mn}\tau} \sin \omega'_{mn}(t-\tau) d\tau \right] \quad 2.19a)'$$

となる。



## (c) 重錘落下による無限版の弾性衝撃応答解析

前節では平底重錘および球底重錘が周辺単純支持された有限版に作用する衝撃力等を理論解析して求めた。引き続き、本節では無限版について同様な理論解析を行うこととする。平底重錘の場合は半径  $r_a$ 、質量  $M$  の剛体重錘が、また球底重錘の場合は半径  $r_a$ 、質量  $M$ 、密度  $\rho_0$ 、弾性係数  $E_0$ 、ポアソン比  $\nu_0$  の重錘が、密度  $\rho$ 、弾性係数  $E$ 、ポアソン比  $\nu$ 、床版厚  $d$  の無限版上に自由落下した場合の弾性衝撃応答解析を行いそれぞれの衝撃力を求める。まず最初に、無限版中央に集中荷重が作用する場合のたわみを求める。

図-2.4 に示したように、半径方向  $r$ 、回転方向  $\theta$  とした場合の無限版上に軸対称分布荷重  $p(r)$  が作用する極座標系の曲げ振動方程式は次式<sup>76)</sup>となる。

$$\rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + D \left[ \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{r^2 \partial \theta^2} \right] w = p(r) \quad (2.29)$$

ところで、 $w$ ：無限版の中立軸の鉛直方向たわみ、 $D$ ：無限版の剛度  $= Ed^3/12(1-\nu^2)$ 、 $t$ ：時間である。

2.29) 式を Laplace 変換を施し、さらに、 $w = r J_0(r\xi)$  とおいた式を  $r$  に関して Bessel 変換積分すると次式となる<sup>77),78)</sup>。

$$\begin{aligned} \rho d s^2 \int_0^{2\pi} \int_0^\infty L[w] J_0(\xi r) r dr d\theta + D \int_0^{2\pi} \int_0^\infty L[w] \xi^4 J_0(\xi r) r dr d\theta \\ = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty L[p(r)] J_0(\xi r) r dr d\theta \end{aligned} \quad (2.30)$$

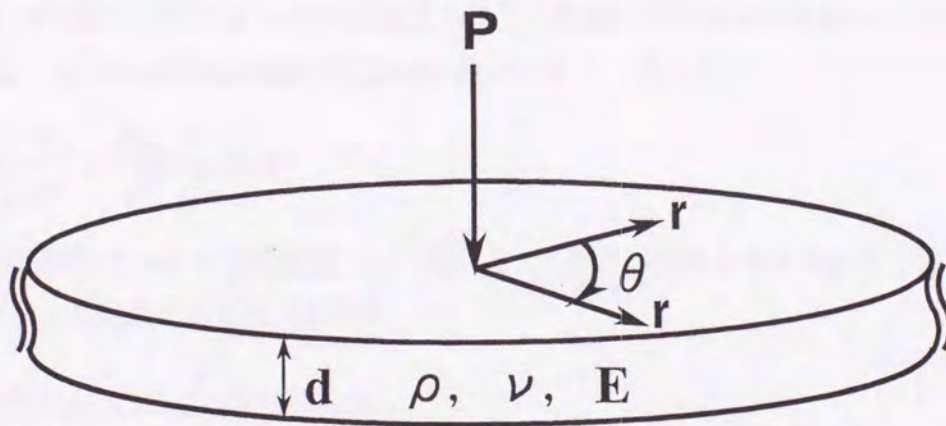


図-2.4 板中心部に荷重が作用する場合の極座標系における無限板



また、前式を整理すると

$$J_0(L[w]) = \frac{J_0(L[p(r)])}{2\pi D(\xi^4 + \frac{\rho d}{D} s^2)} \quad (2.31)$$

ところで、 $s$  はラプラス演算子、 $L[.]$  はラプラス変換記号である。

Bessel 変換式は、次式となる。

$$J_0(L[w]) = \int_0^\infty L[w] r J_0(r\xi) dr \quad (2.32)$$

Laplace 変換および逆変換は、次のように示す式<sup>77),78)</sup> となる。

$$\left. \begin{aligned} F(s) &= L[f(t)] = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt \\ f(t) &= L[F(s)] = \frac{1}{2\pi i} \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} F(s) e^{st} ds \end{aligned} \right\} \quad (2.33)$$

分布荷重  $p(r)$  を集中荷重  $P$  に置き換えて、さらに、2.31) 式を  $\xi$  について Bessel 逆変換<sup>79)</sup> すると、

$$L[w] = \frac{L[P]}{2\pi D} \cdot \frac{-1}{\sqrt{\rho d}} kei \left[ 4\sqrt{\frac{\rho d}{D}} \sqrt{s} r \right] \quad (2.34)$$

ここに、 $kei(f)$  は Kelvin 関数である。

無限板の中心位置  $r=0$  での中立軸の鉛直たわみの像関数  $w_0$  は次式となる。

$$L[w_0] = \frac{L[P]}{8\sqrt{\rho D d}} = \frac{L[P]}{sa} \quad (2.35)$$

ところで、 $a = 8\sqrt{\rho D d}$  とおく。

次に質量  $M$  の重錘が高さ  $H$  から無限版上へ落下した場合の中央点鉛直たわみ  $w_0$ 、無限版の局部変位  $\delta_0$  とした場合の重錘の運動方程式は、次式のように示される。

$$M \left[ \frac{d^2 \delta_0}{dt^2} + \frac{d^2 w_0}{dt^2} \right] + P = 0 \quad (2.36)$$

となる。初期条件は  $t=0$  で初期速度  $V_0 = \sqrt{2gH}$  ( $g$ : 重力加速度) であるから、従って、上式を時間  $t$  でラプラス変換すると次式となる。

$$Ms^2 \left\{ L[\delta_0] + L[w_0] \right\} + L[P] = MV_0 \quad (2.37)$$

平底重錘の場合の Hertz の弾性接触論における変位と力の関係式 (2.14) 式) と 2.35) 式を、2.37) 式に代入すると



$$L[P] = \frac{\frac{V_0}{k}}{s^2 + 2\beta\omega s + \omega^2} \quad (2.38)$$

平底重錘が無限版に落下する場合の床版に作用する衝撃力は上式を Laplace 逆変換することによって、次式のように求められる。

$$P = \frac{2Er_a V e^{-\beta\omega t}}{(1-\nu^2)\omega\sqrt{1-\beta^2}} \sin \omega \sqrt{1-\beta^2} t \quad (2.39)$$

ここで、減衰項および角振動数に相当する  $\beta$ ,  $\omega$  はそれぞれ次式のように示される。

$$\beta = \frac{1}{4d^2} \sqrt{\frac{3Mr_a}{2\rho}} \quad (2.40)$$

$$\omega = \sqrt{\frac{2Er_a}{M(1-\nu^2)}} \quad (2.41)$$

最大衝撃力が発生する時間  $t$  は

$$t = \frac{1}{\omega\sqrt{1-\beta^2}} \tan^{-1} \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} \quad (2.42)$$

となる。

次に、球底重錘が無限版に落下する場合について解析することにする。前節と同様に球底重錘による床版の局部変形式 (2.15) 式) と無限版のたわみの像空関数 (2.35) 式を (2.37) 式に代入し Laplace 逆変換すると、衝撃力は (2.18)' 式と酷似した非線形積分方程式として求めることができる。

$$kP(t)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{a} \int_0^t P(\tau) d\tau + \frac{1}{M} \int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = V_0 t \quad (2.43)$$



### 2.2.2 Mindlin板理論による弾性衝撃応答解析

#### (a) 四辺単純支持矩形床版の自由振動モード

せん断弾性係数  $G$ , 平均せん断係数  $\kappa^2$ , 鉛直たわみ  $w$ ,  $x$  方向の回転角  $\psi_x$ ,  $y$  方向の回転角  $\psi_y$  とした場合の Mindlin 修正板理論<sup>1)</sup> における運動方程式は次式となる.

$$\frac{D}{2} \left[ (1-\nu) \nabla^2 \psi_x + (1+\nu) \frac{\partial \psi}{\partial x} \right] - \kappa^2 G d \left[ \psi_x + \frac{\partial w}{\partial x} \right] = \frac{\rho d^3}{12} \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial t^2} \quad (2.44)$$

$$\frac{D}{2} \left[ (1-\nu) \nabla^2 \psi_y + (1+\nu) \frac{\partial \psi}{\partial y} \right] - \kappa^2 G d \left[ \psi_y + \frac{\partial w}{\partial y} \right] = \frac{\rho d^3}{12} \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial t^2} \quad (2.45)$$

$$\kappa^2 G d (\nabla^2 w + \psi) + q(x, y, z) = \rho d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (2.46)$$

ところで,  $\psi = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} + \frac{\partial \psi_y}{\partial y}$ ,  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$

境界条件は古典板理論と同様に四辺単純支持とすると<sup>7)</sup>,

$$\begin{cases} x=0 \text{ で, } M_x(0, y, t) = w(0, y, t) = \psi_y(0, y, t) = 0 \\ x=a \text{ で, } M_x(a, y, t) = w(a, y, t) = \psi_y(a, y, t) = 0 \\ y=0 \text{ で, } M_y(x, 0, t) = w(x, 0, t) = \psi_x(x, 0, t) = 0 \\ y=b \text{ で, } M_y(x, b, t) = w(x, b, t) = \psi_x(x, b, t) = 0 \end{cases} \quad (2.47)$$

と仮定する.

初期条件は時間  $t=0$  で

$$\begin{cases} w(x, y, 0) = \frac{\partial w(x, y, 0)}{\partial t} = 0 \\ \psi_x(x, y, 0) = \frac{\partial \psi_x(x, y, 0)}{\partial t} = 0 \\ \psi_y(x, y, 0) = \frac{\partial \psi_y(x, y, 0)}{\partial t} = 0 \end{cases} \quad (2.48)$$

古典板理論と同様に境界条件を満足するような解を次式のように仮定する<sup>7)</sup>.

$$w(x, y, t) = A_{jmn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{i\omega t} \quad (2.49)$$

$$\psi_x(x, y, t) = B_{jmn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} e^{i\omega t} \quad (2.50)$$

$$\psi_y(x, y, t) = C_{jmn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} e^{i\omega t} \quad (2.51)$$



2.49) ~ 2.51) 式を 2.44) ~ 2.46) 式に代入して, 荷重項  $q(x,y,t)=0$  において固有振動方程式をマトリックス表示すると

$$\begin{bmatrix} \omega_{jmn}^2 + b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & \omega_{jmn}^2 + b_{22} & b_{23} \\ b_{31} & b_{32} & \omega_{jmn}^2 + b_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{jmn}/d \\ B_{jmn} \\ C_{jmn} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.52)$$

ところで, 上式の記号は以下に示すとおりである.

$$\begin{aligned} b_{11} &= -\frac{\kappa^2 G}{\rho} \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right], \quad b_{12} = -\frac{\kappa^2 G}{\rho d} \left( \frac{m\pi}{a} \right) \\ b_{13} &= -\frac{\kappa^2 G}{\rho d} \left( \frac{n\pi}{b} \right), \quad b_{21} = -\frac{12\kappa^2 G}{\rho d} \left( \frac{m\pi}{a} \right) \\ b_{22} &= -\frac{6D}{\rho d^3} \left\{ (1-\nu) \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] + (1+\nu) \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 \right\} - \frac{12\kappa^2 G}{\rho d^2} \\ b_{23} &= -\frac{6(1+\nu)D}{\rho d^3} \left( \frac{m\pi}{a} \right) \left( \frac{n\pi}{b} \right), \quad b_{31} = -\frac{12\kappa^2 G}{\rho d} \left( \frac{n\pi}{b} \right), \quad b_{32} = b_{23} \\ b_{33} &= -\frac{6D}{\rho d^3} \left\{ (1-\nu) \left[ \left( \frac{m\pi}{a} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right] + (1+\nu) \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\} - \frac{12\kappa^2 G}{\rho d^2} \end{aligned}$$

なお, 各固有振動数  $\omega_{jmn}$  は, 3つの変数  $w, \psi_x, \psi_y$  に対して求められる.



## (b) 四辺単純支持矩形床版の弾性衝撃応答解析

たわみおよび  $x, y$  の回転角の解は、基準座標  $Q_{jmn}(t)$  を用いて表すと

$$w(x, y, t) = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{jmn} Q_{jmn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.53)$$

$$\psi_x(x, y, t) = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} B_{jmn} Q_{jmn}(t) \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (2.54)$$

$$\psi_y(x, y, t) = \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{jmn} Q_{jmn}(t) \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \quad (2.55)$$

2.53) ~ 2.55) 式を 2.44) ~ 2.46) 式に代入して自由振動方程式より整理すると

$$\frac{\rho d^3}{12} \left[ \ddot{Q}_{jmn}(t) + \omega_{jmn}^2 Q_{jmn}(t) \right] \phi_{p\psi_z} = 0 \quad (2.56)$$

$$\frac{\rho d^3}{12} \left[ \ddot{Q}_{jmn}(t) + \omega_{jmn}^2 Q_{jmn}(t) \right] \phi_{p\psi_y} = 0 \quad (2.57)$$

$$\rho d \left[ \ddot{Q}_{jmn}(t) + \omega_{jmn}^2 Q_{jmn}(t) \right] \phi_{pw} = q(x, y, t) \quad (2.58)$$

2.56) ~ 2.58) 式にそれぞれの式に  $\phi_{q\psi_z}$ ,  $\phi_{q\psi_y}$ ,  $\phi_{qw}$  を両辺に掛けて、床版全体について積分し

2.56) ~ 2.58) 式をそれぞれ加えると

$$\begin{aligned} & \frac{\rho d^3}{12} \int_0^a \int_0^b \left[ \phi_{p\psi_z} \phi_{q\psi_z} + \phi_{p\psi_y} \phi_{q\psi_y} + \frac{12}{d^2} \phi_{pw} \phi_{qw} \right] dx dy \left[ \ddot{Q}_{jmn}(t) + \omega_{jmn}^2 Q_{jmn}(t) \right] \\ &= \int_0^a \int_0^b q(x, y, t) \phi_w dx dy \end{aligned} \quad (2.59)$$

となり、 $N_{jmn}^2$  は正規化関数を表し、 $p \neq q$  の場合では 0 となるが、 $p = q$  の場合では次のような式となる。

$$\begin{aligned} N_{jmn}^2 &= \frac{d^2}{12} \int_0^a \int_0^b \left[ \phi_{p\psi_z}^2 + \phi_{p\psi_y}^2 + \frac{12}{d^2} \phi_{pw}^2 \right] dx dy \\ &= \frac{ab}{4} \left\{ 1 + \frac{1}{12} \left[ B'^2_{jmn} + C'^2_{jmn} \right] \right\} \end{aligned} \quad (2.60)$$

ここで、 $B'_{jmn} = dB_{jmn}/A_{jmn}$ ,  $C'_{jmn} = dC_{jmn}/A_{jmn}$  とおいて、 $d/A_{jmn} = 1$  とおいて正規化すると、各振動モード形は

$$\left. \begin{aligned} \phi_w(x, y) &= \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ \phi_{\psi_z}(x, y) &= B'_{jmn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \\ \phi_{\psi_y}(x, y) &= C'_{jmn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} \end{aligned} \right\} \quad (2.61)$$



従って、2.59) 式は次式のように表される。

$$\ddot{Q}_{jmn}(t) + \omega_{jmn}^2 Q_{jmn}(t) = \frac{1}{\rho d N_{jmn}^2} \int_0^a \int_0^b q(x, y, t) \phi_w(x, y) dx dy \quad (2.62)$$

ここで、重錘の落下点位置を $(\xi_0, \eta_0)$ とすると、部分分布荷重 $q(x, y, t)$ を集中荷重 $P(t)(\delta - \xi_0)(\delta - \eta_0)$ に置き換えて考え、2.62) 式の両辺を時間についてラプラス変換すると

$$L[Q_{jmn}(s)] = \frac{1}{\rho d N_{jmn}^2} \left[ \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_w(x, y)}{(s^2 + \omega_{jmn}^2)} L[P(s)] \right] \quad (2.63)$$

2.63) 式をラプラス変換された 2.34) 式に代入すると

$$L[w(x, y, s)] = \frac{1}{\rho d} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_{jmn}^2} \left[ \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{(s^2 + \omega_{jmn}^2)} L[P(s)] \right] \phi_w(x, y) \quad (2.64)$$

また、2.63) 式をラプラス逆変換すると、次式のような基準関数  $Q_{jmn}(t)$ を求めることができる。

$$Q_{jmn}(t) = \frac{1}{\rho d N_{jmn}^2} \left[ \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{\omega_{jmn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{jmn}(t - \tau) d\tau \right] \quad (2.65)$$

2.64) 式をラプラス逆変換するとたわみが求められる。

$$\begin{aligned} w(x, y, t) &= \frac{1}{\rho d} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_{jmn}^2} \left[ \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_w(x, y)}{\omega_{jmn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{jmn}(t - \tau) d\tau \right] \\ &= \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{jmn}(t) \phi_w(x, y) \end{aligned} \quad (2.66)$$

床版中心 $(\xi_0, \eta_0)$ におけるたわみは次式のように表される。

$$w_0 = \frac{1}{\rho d} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{N_{jmn}^2} \left[ \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{\omega_{jmn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{jmn}(t - \tau) d\tau \right] \quad (2.66)'$$

いま、荷重載荷位置 $(\xi_0, \eta_0)$ における $\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)$ は次式で表わされる。

$$\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) = \sin \frac{m\pi\xi_0}{a} \sin \frac{n\pi\eta_0}{b}$$

2.66) 式、2.14) および 2.15) 式 2.13) 式に代入すると、平底および球底重錘が四辺単純支持された矩形床版の中央点直下に作用する衝撃力は、いずれも古典板理論の場合とほぼ同様な積分方程式として 2.67) および 2.68) 式に示したように求まる。

平底重錘の場合

$$KP(t) + \frac{1}{\rho d} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{N_{jmn}^2 \omega_{jmn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{jmn}(t - \tau) d\tau$$



$$+\frac{1}{M}\int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = V_0 t \quad 2.67)$$

球底重錘の場合

$$KP(t)^{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\rho d} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0)}{N_{jmn}^2 \omega_{jmn}} \int_0^t P(\tau) \sin \omega_{jmn}(t-\tau) d\tau$$

$$+\frac{1}{M}\int_0^t P(\tau)(t-\tau) d\tau = V_0 t \quad 2.68)$$

2.65) 式を 2.54) と 2.55) 式に代入すると, 厚さ方向  $z$  における  $x$  および  $y$  方向の曲げ歪を求めると,

$$\varepsilon_{xx} = z \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \quad 2.69)$$

$$= -\frac{z}{d} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{m\pi}{a} \right] Q_{jmn}(t) B'_{jmn} \psi_w(x, y) \quad 2.69)'$$

$$\varepsilon_{yy} = z \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \quad 2.70)$$

$$= -\frac{z}{d} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n\pi}{b} \right] Q_{jmn}(t) C'_{jmn} \psi_w(x, y) \quad 2.70)'$$

$x, y$  方向の単位幅当たりのせん断力は次式に示されるとおりである.

$$\left. \begin{aligned} Q_x &= -\kappa^2 D d \left[ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \right] \\ Q_y &= -\kappa^2 D d \left[ \frac{\partial w}{\partial y} + \psi_y \right] \end{aligned} \right\} \quad 2.71)$$

2.71) 式に 2.54) と 2.55) 式を代入して  $x$  および  $y$  方向のせん断力を求めると

$$Q_x = \kappa^2 G d \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{jmn}(t) \left\{ \left[ \frac{m\pi}{a} \right] + B'_{jmn} \right\} \phi_{\psi_x}(x, y) \quad 2.72)$$

$$Q_y = \kappa^2 G d \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{jmn}(t) \left\{ \left[ \frac{n\pi}{b} \right] + C'_{jmn} \right\} \phi_{\psi_y}(x, y) \quad 2.73)$$

$x, y$  方向の単位幅当たりのねじりモーメントは次式に示されるとおりである.

$$M_{xy} = \frac{D(1-\nu)}{2} \left[ \frac{\partial \phi_x}{\partial x} + \frac{\partial \phi_y}{\partial y} \right] = -M_{yx} \quad 2.74)$$



支持反力  $V$  は 2.26), 2.74) 式を用いて求めると

$$\begin{aligned}
 V &= 2 \int_0^b V_x \Big|_{x=a} dy + 2 \int_0^a V_y \Big|_{y=b} dx - 8 M_{xy} \Big|_{x=a, y=b} \\
 &= -4 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{b}{n\pi} \left\{ \kappa^2 G d \left[ \frac{m\pi}{a} + B'_{jmn} \right] + \frac{1-\nu}{2} D \left[ \frac{n\pi}{b} \right] \left[ \frac{m\pi}{a} C'_{jmn} + \frac{n\pi}{b} B'_{jmn} \right] \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \frac{a}{m\pi} \left\{ \kappa^2 G d \left[ \frac{n\pi}{b} + C'_{jmn} \right] + \frac{1-\nu}{2} D \left[ \frac{m\pi}{a} \right] \left[ \frac{m\pi}{a} C'_{jmn} + \frac{n\pi}{b} B'_{jmn} \right] \right\} \right. \\
 &\quad \left. - (1-\nu) D \left[ \frac{m\pi}{a} C'_{jmn} + \frac{n\pi}{b} B'_{jmn} \right] \right] Q_{jmn}(t) \quad 2.75)
 \end{aligned}$$

今後は古典板理論の場合と同様に 2.66), 2.69)', 2.70)', 2.72), 2.73), 2.75) 式中の集中荷重  $P(t)$  を部分分布荷重 2.28a) 式で置き換えて, 減衰振動に対しては 2.28b) 式を適用して 2.65) 式の基準関数を置き換えると,

$$Q_{jmn}(t) = \frac{4ab}{\rho d \nu \pi^2} \left[ \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_q(a/2, b/2)}{mn N_{jmn}^2 \omega'_{jmn}} \int_0^t P(\tau) e^{-h\omega_{jmn}\tau} \sin \omega'_{mn}(t-\tau) d\tau \right] \quad 2.65)'$$



## 2.3 数値計算結果および考察

### 2.3.1 計算条件

本節で扱う解析モデルは主として後述する第3章の重錘落下衝撃実験の供試体寸法とその物理定数を用いることとし、それらを以下に示す。

重錘は質量  $M=0.07t$ 、半径  $r_a=0.075m$  の円柱体形状の剛体とする。鉄筋コンクリート床版は一边  $a=b=1.25m$ 、密度  $\rho=2.5t/m^3$ 、ポアソン比  $\nu=0.2$ 、弾性定数  $E=2.785 \times 10^6 tf/m^2$  とし、床版厚は種々変化させた。また、位相速度は振動数を大きくすると Rayleigh 波の速度に漸近することから、位相速度が Rayleigh 波の速度に漸近するように Mindlin 板理論における平均せん断係数  $\kappa^2$  を設定する。従って、その値は  $\kappa^2=0.83$  となる。本章における減衰定数は文献 80) を用いて各振動モードに対して一定とし  $h=0.05$  とする。

また、2.17), 2.18), 2.43), 2.67), 2.68) 式は第2種ボルテラ型積分方程式で、この積分方程式の解すなわち衝撃力はシンプソンの  $1/3$  あるいは  $3/8$  則を用いて数値積分しながら積分方程式を解いて求められる<sup>3),81)</sup>。なお、衝撃力の場合は 2.17), 2.18), 2.43), 2.67), 2.68) 式より集中荷重として床版の中央に作用させて応答計算を行っている。一方、全支持反力、たわみ、曲げ歪およびせん断力の場合は集中荷重として計算を行うと収収がよくないことから、重錘の底面と等価になるように荷重幅  $(u,v)$  となる矩形等分布荷重に置き換えて応答計算を行っている。本節では荷重幅  $u=0.133m$ 、 $v=0.133m$  の部分分布荷重を床版の中央に作用させて数値計算を行った。

これより、本節では床版厚  $d=0.05, 0.1, 0.2m$  に対する古典板理論および Mindlin 板理論を用いて重錘衝撃力、たわみ、 $x$  方向曲げ歪、 $x$  方向せん断力および全支持反力について応答解析した結果を、衝撃力と全支持反力との関係および床版の衝撃挙動について比較検討し、古典板理論の適用性について検討を行うこととする。

### 2.3.1 収収状況

本節では計算の信頼性を確認するために、まず解の収収状況について検討する。図-2.5は時間刻みに対する古典板理論、Mindlin 板理論の場合の衝撃力の収収状況を示している。両理論ともに時間刻みが  $0.1\mu sec$  でほぼ収収していることがわかる。このことから、以後の応答計算に関しては両理論ともに時間刻みを  $0.1\mu sec$  として行うこととする。図-2.6(a)および(b)は Fourier 級数  $m, n$  に対する古典板理論、Mindlin 板理論の場合の衝撃力の収収状況を示している。古典板理論の場合は Fourier 級数  $m=n$  が  $t=0.05msec$  と  $0.11msec$  では 110 項目で  $t=0.5msec$  では 150 項目でほぼ収収している。Mindlin 板理論の場合は古典板理論に比べて収収があまりよくないが、各時間に対して Fourier 級数  $m=n$  が 300 項目当たりでほぼ収収しつつある。図-2.7(a)および(b)は Fourier 級数  $m, n$  に対する古典板理論、Mindlin 板理論の場合の床版中央 ( $x=0.625m$ ,  $y=0.625m$ ) におけるたわみの収収状況を示している。たわみの



場合は両理論ともに Fourier 級数  $m=n$  に対して収斂がよく、時間が早い  $t=0.1msec$  では古典板理論の場合が 40 項目で、また Mindlin 板理論の場合が 80 項目で収斂しており、それ以後の時間ではより一層収斂がよくなる傾向にある。図-2. 8 (a) および (b) は Fourier 級数  $m, n$  に対する古典板理論、Mindlin 板理論の場合の床版中央 ( $x=0.625m, y=0.625m$ ) における下縁曲げ歪の収斂状況を示している。古典板理論の場合は Fourier 級数  $m=n$  が  $t=0.05msec$  では 200 項目で  $t=0.25msec$  における最大値では 160 項目、 $t=1msec$  では 10 項目でほぼ収斂している。Mindlin 板理論の場合は Fourier 級数  $m=n$  が  $t=0.05msec$  では 200 項目で  $t=0.45msec$  における最大値では 90 項目、 $0.85msec$  では 70 項目でほぼ収斂している。図-2. 9 (a) および (b) は Fourier 級数  $m, n$  に対する古典板理論、Mindlin 板理論の場合の載荷点近傍 ( $x=0.725m, y=0.625m$ ) における  $x$  方向せん断力の収斂状況を示している。古典板理論の場合は Fourier 級数  $m=n$  が  $t=0.05msec$  では 300 項目で  $t=0.15msec$  と  $0.85msec$  では 260 項目でほぼ収斂している。一方、Mindlin 板理論の場合は Fourier 級数  $m=n$  が  $t=0.1msec$  では 300 項目で  $t=0.45$  と  $0.85msec$  では 280 項目でほぼ収斂している。図-2. 10 (a) および (b) は Fourier 級数  $m, n$  に対する古典板理論、Mindlin 板理論の場合の全支持反力の収斂状況を示している。古典板理論の場合は Fourier 級数  $m=n$  が  $t=0.5msec$  では 80 項目で  $t=1$  と  $3msec$  では 20 項目で収斂している。Mindlin 板理論の場合は Fourier 級数  $m=n$  が  $t=0.65msec$  では 120 項目で、 $t=1$  と  $1.3msec$  では 20 項目で収斂している。

これより、本節では、衝撃力、たわみ、下縁曲げ歪、 $x$  方向せん断力および全支持反力における Fourier 級数  $m, n$  を、古典板理論の場合ではそれぞれ 150, 40, 200, 300, 80 項、Mindlin 板理論の場合ではそれぞれ 300, 80, 200, 300, 120 項まで考慮して応答計算を行うことにする。



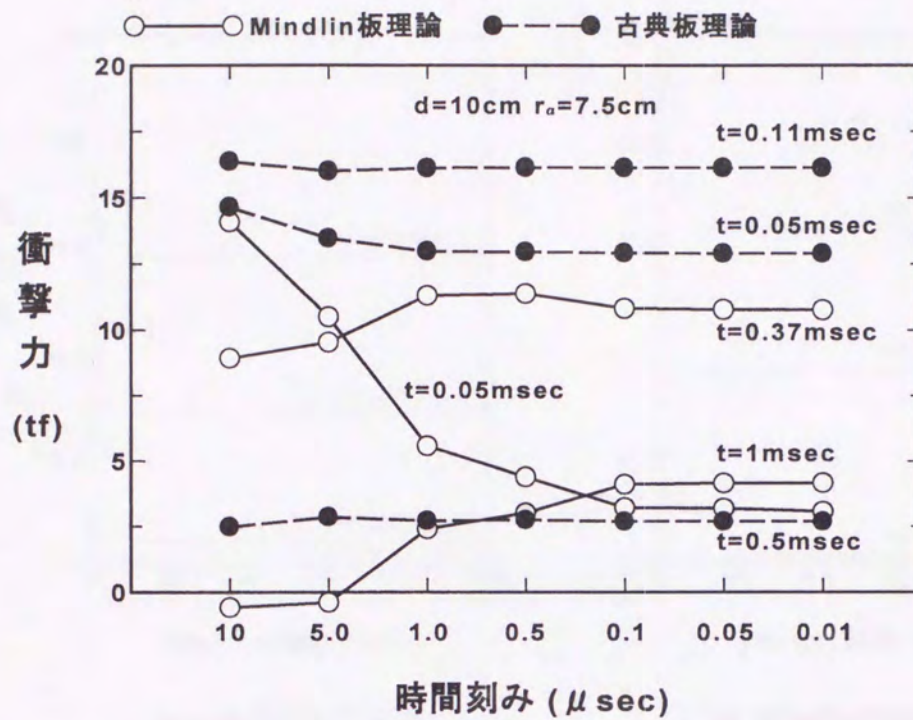
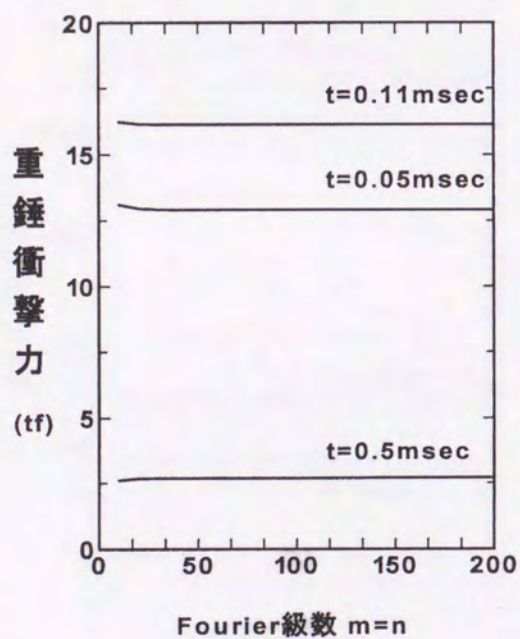
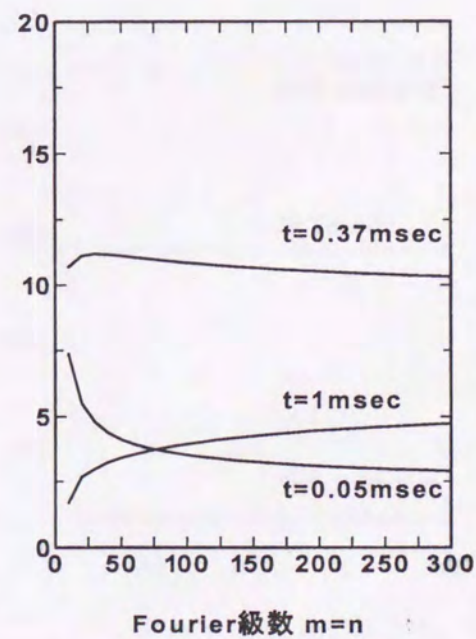


図-2.5 衝撃力に対する時間刻みによる収斂状況



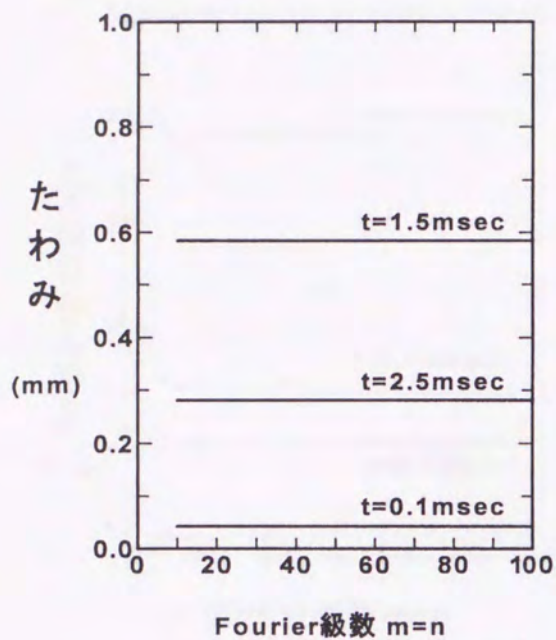
(a) 古典板理論の場合



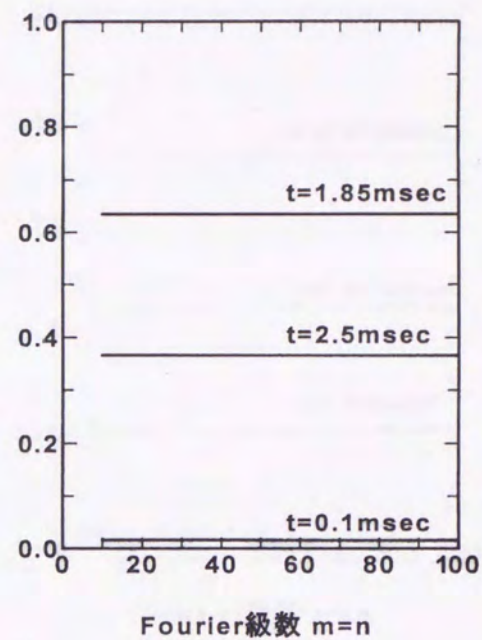
(b) Mindlin板理論の場合

図-2.6 重錘衝撃力における収斂状況



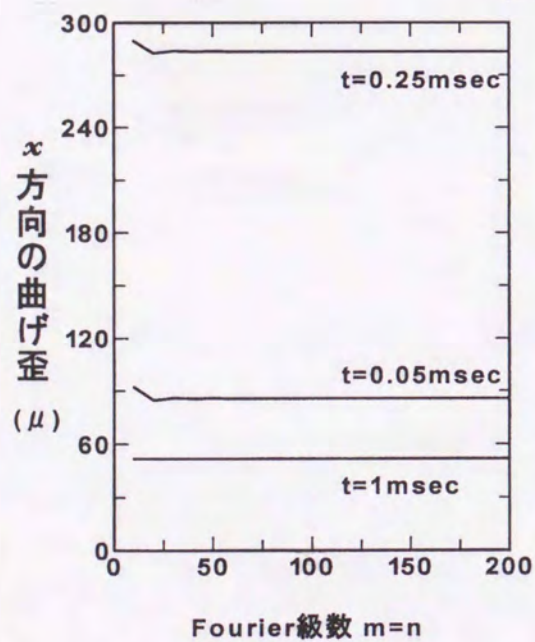


(a) 古典板理論の場合

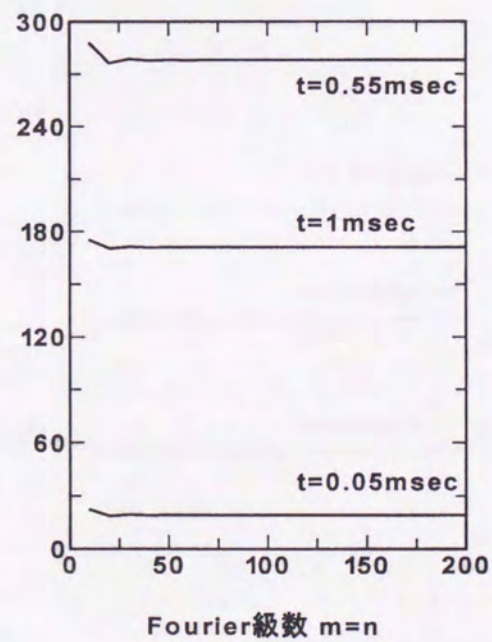


(b) Mindlin板理論の場合

図-2.7 たわみにおける収斂状況



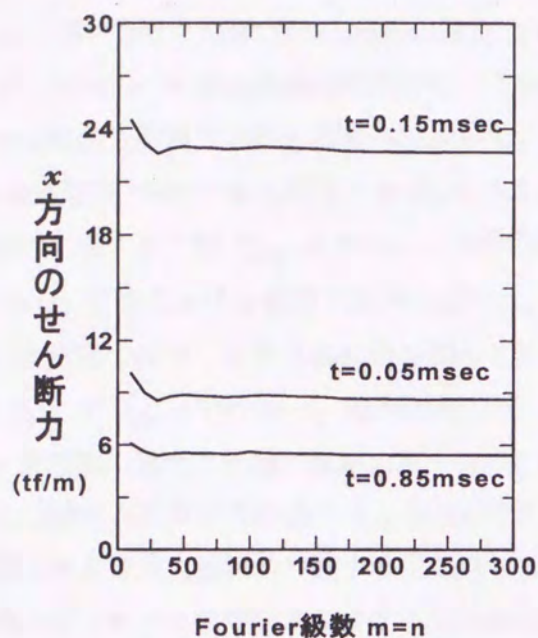
(a) 古典板理論の場合



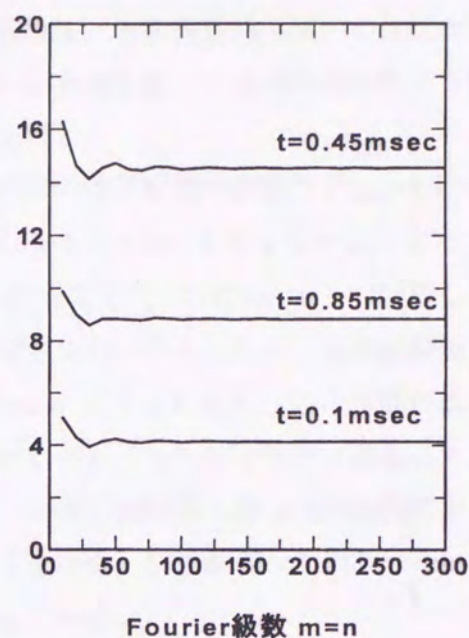
(b) Mindlin板理論の場合

図-2.8 下縁曲げ歪における収斂状況



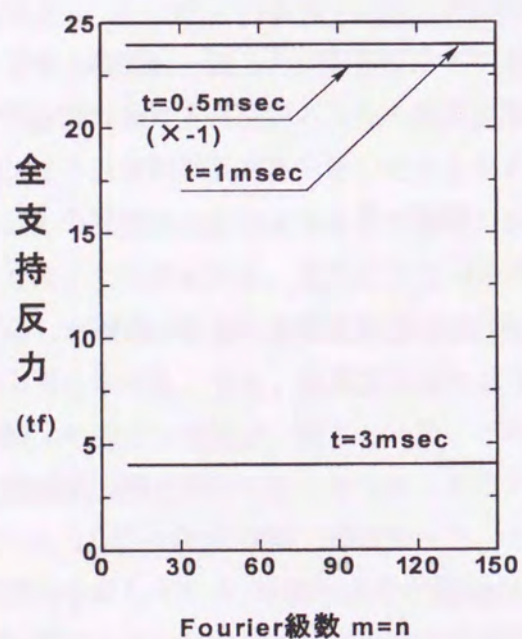


(a) 古典板理論の場合

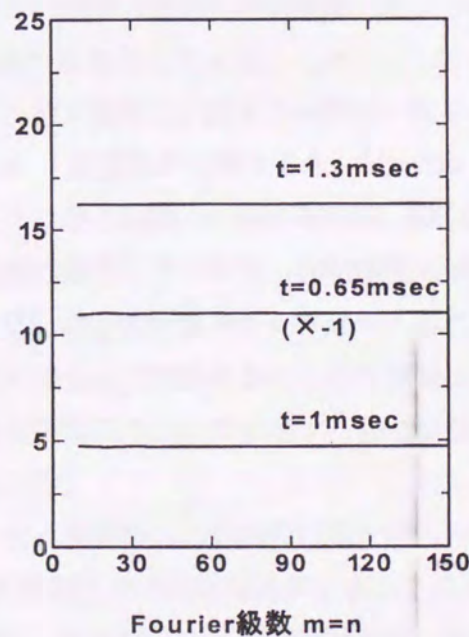


(b) Mindlin板理論の場合

図-2.9 せん断力における収斂状況



(a) 古典板理論の場合



(b) Mindlin板理論の場合

図-2.10 全支持反力における収斂状況



### 2.3.3 衝撃力の評価

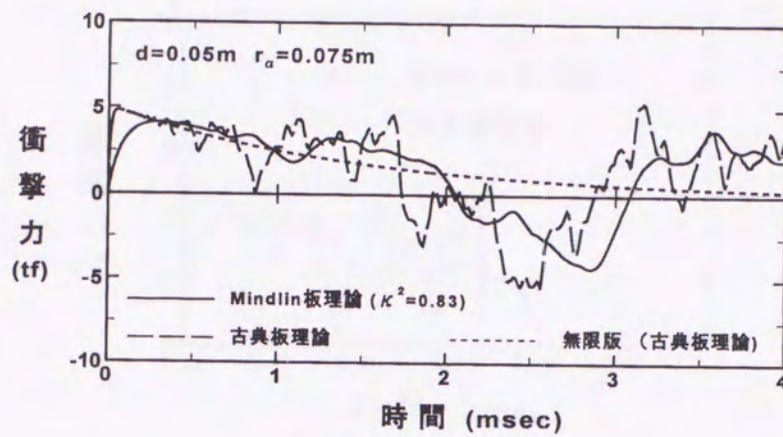
図-2. 11(a) ~ (c) は床版厚  $d=0.05, 0.1, 0.2m$  と変化させた場合の重錘の落下速度  $V=1m/sec$  時における衝撃力の時刻歴応答を Mindlin 板理論, 古典板理論を用いて比較検討する. なお, Mindlin 板理論の場合は実線で, 古典板理論の場合は破線で, 古典板理論による無限版の場合は点線で衝撃力の各応答波形を示している.

(a) 図は床版厚  $d=0.05m$  の結果であるが, Mindlin 板理論の場合は最大衝撃力  $P_{max}=4.13tf$  で最大衝撃力に達する時間  $t_{max}=0.29msec$ , 載荷継続時間  $t_d=2.06msec$  となっている. また, 約  $0.8, 1.2msec$  近傍における衝撃力波形の乱れは, せん断波速度 ( $C_s=2120m/sec$ ) で伝播した波が境界の支持部で反射し載荷点部に再び戻って来た波によるものと考えられる. 古典板理論では  $P_{max}=4.81tf$  で  $t_{max}=0.06msec$ , 載荷継続時間  $t_d=1.74msec$  となっており, この理論の場合も Mindlin 板理論の場合と同様に衝撃力波形の乱れが見られている. これは平面波に酷似したような速度で伝播する反射波の影響によるものと考えられる. 一方, 無限版の場合は同理論における最大衝撃力および最大衝撃力に達する時間が一致しているものの, 応答波形は反射波がないことから時間が経つにつれて単調に減少する過減衰振動を示している.

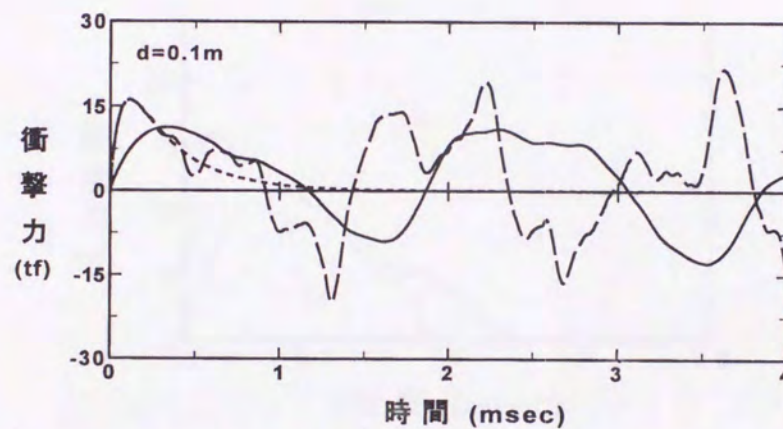
$d=0.1, 0.2m$  の結果を (b), (c) 図に示すが,  $d=0.05m$  の場合も合わせて比較すれば, 床版の剛性が大きくなると最大衝撃力が大きくなり載荷継続時間は短くなることがわかる. また, 反射波の影響による波形の乱れは  $d=0.05m$  に比べて床版厚が厚くなるにつれてその数が少なくなっていることがわかる. これは床版厚が厚くなると載荷継続時間が短くなり反射波の到達時間と載荷継続時間が近づくことによりその影響が重なり合うようになるためと考えられる.  $d=0.1m$  の無限版の場合は  $d=0.05m$  の場合と同様に同理論における有限版の場合の最大衝撃力および最大衝撃力に達する時間が一致しかつ応答波形も同様に過減衰振動を示している. しかし,  $d=0.2m$  の場合は同理論における有限版の場合の最大衝撃力および最大衝撃力に達する時間が一致しているものの, その波形は減衰振動を示していることがわかる. 両理論を比較すると, Mindlin 板理論の場合は古典板理論の場合よりも最大衝撃力が小さくかつ最大衝撃力に達する時間, 載荷継続時間は長くなることがわかる. このことは Mindlin 板理論の場合の方が床版の回転慣性とせん断変形を考慮した理論のために古典板理論の場合に比べて見かけ上剛性が小さく評価されることによるものと考えられる. また, 古典板理論による無限版の場合は同理論における最大衝撃力および最大衝撃力に達する時間が一致していることから, 最大衝撃力について検討する場合は解析的に簡単な無限版の解を用いても十分であるものと考えられる.

図-2. 12(a) ~ (c)の衝撃力図は図-2. 11における各衝撃力の時刻歴応答で示した第1波目の衝撃力を示しており, 本節ではこの衝撃力を床版に作用させて各応答計算することにする. なお, 床版厚ごとの力積は第1波目の衝撃力を時間で積分して求めると, 両理論はほぼ一致していることを確認している.

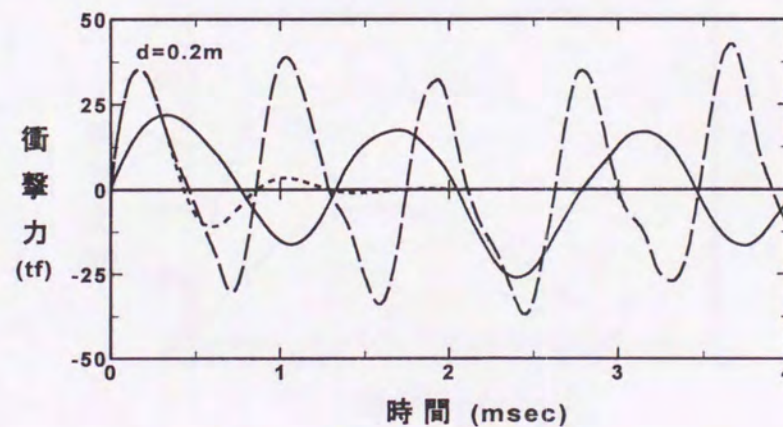




(a)  $d=0.05\text{m}$ の場合



(b)  $d=0.1\text{m}$ の場合



(c)  $d=0.2\text{m}$ の場合

図-2.11 重錘衝撃力の応答波形



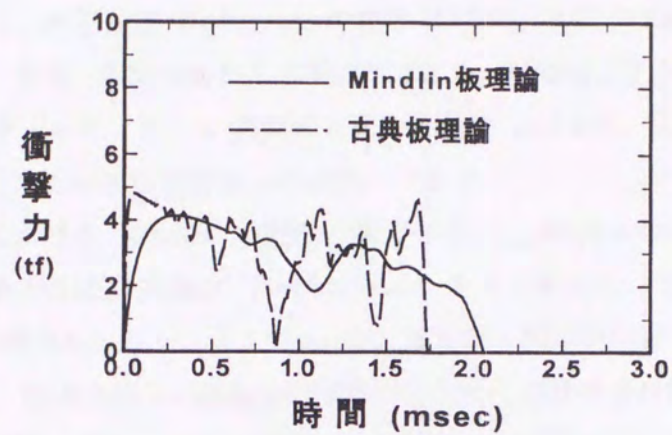
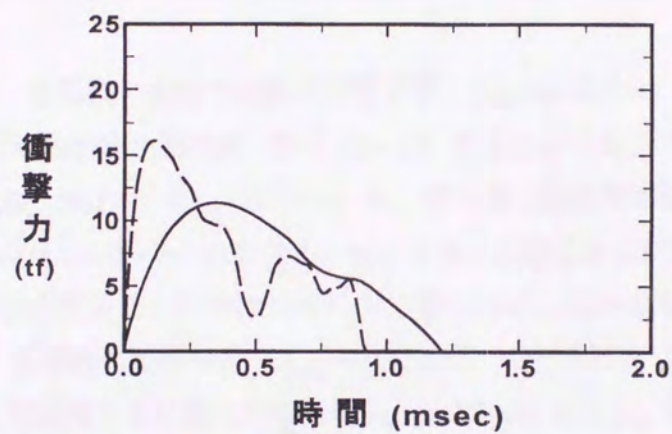
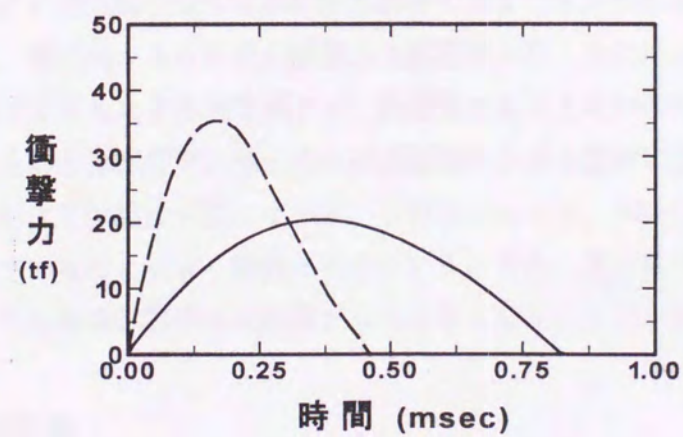
(a)  $d=0.05\text{m}$ の場合(b)  $d=0.1\text{m}$ の場合(c)  $d=0.2\text{m}$ の場合

図-2.12 作用衝撃力



### 2.3.4 たわみ分布

#### (a) 時刻歴応答

図-2.13 (a) ~ (c) は初速度  $V=1\text{m/sec}$  で板厚  $d=0.05, 0.1, 0.2\text{m}$  におけるたわみの時刻歴応答を示している。なお、各図はたわみ応答波形であり、基準軸より上側が下に凸のたわみ、下側が上に凸のたわみを示している。 $x$  方向における位置は  $x=0.625, 0.725, 0.825, 0.925, 1.025, 1.125\text{m}$  で、 $y$  方向における位置は  $y=0.625\text{m}$  である。

(a) 図の載荷点直下における Mindlin 板理論の場合では  $t_{\max}=3.35\text{msec}$  のときに最大たわみ  $w_{\max}=1.7\text{mm}$  を、また第1固有周期は  $T=10.27\text{msec}$  を示している。古典板理論の場合では  $t_{\max}=3.2\text{msec}$  のときに最大たわみ  $w_{\max}=1.6\text{mm}$  を、また第1固有周期は  $T=10.22\text{msec}$  を示している。このことから、載荷点直下の両理論の固有周期かつ応答波形はほぼ近似していることがわかる。 $x=0.725 \sim 1.125\text{m}$  においても両理論はほぼ近似した応答を示し、それらの応答値は支持部に向って徐々に小さくなりまた立ち上がり時間が徐々に遅れる傾向にあることがわかる。各点における第1波形に注目すると、これらは第1振動モードに第3次振動モードを重ね合わせた波形を示している。

(b) 図の Mindlin 板理論の場合では載荷点直下で  $t_{\max}=1.85\text{msec}$  のときに最大たわみ  $w_{\max}=0.61\text{mm}$  を、また第1固有周期は  $T=5.22\text{msec}$  を示している。古典板理論の場合では  $t_{\max}=1.5\text{msec}$  のときに最大たわみ  $w_{\max}=0.58\text{mm}$  を、また第1固有周期は  $T=5.11\text{msec}$  を示している。 $d=0.1\text{m}$  の場合は  $d=0.05\text{m}$  の場合と比較して最大応答値および第1固有周期における両理論は  $d=0.05\text{m}$  の場合程近似していないものの、概ね近似しているものと考えられる。(c) 図における Mindlin 板理論の場合では  $t_{\max}=1.15\text{msec}$  のときに、古典板理論の場合では  $t_{\max}=0.8\text{msec}$  のときに両理論ともに最大たわみが  $w_{\max}=0.2\text{mm}$  を示し、両者のたわみはほぼ近似しかつ床版厚が厚くなると薄い場合に比べて小さな応答値を示すことがわかる。一方、第1固有周期は Mindlin 板理論の場合で  $T=2.98\text{msec}$ 、古典板理論の場合で  $T=2.76\text{msec}$  となることから、床版厚が厚くなると両理論の固有周期の差が顕著になることがわかる。

前述に示したように、両理論における最大衝撃力は床版厚が厚くなれば古典板理論の場合の方が Mindlin 板理論の場合よりも大きな値を示すが、両理論におけるたわみはほぼ近似した応答値を示すことがわかる。たわみは床版厚が厚くなれば両理論における固有周期の差も広がることから応答図には両理論における位相差が現れている。これらのことは、Mindlin 板理論がせん断変形と回転慣性を考慮していることによる影響と考えられる。また、床版厚が厚くなれば床版の剛性が大きくなることからたわみ応答値は両理論ともに小さくなることがわかる。

#### (b) たわみのスパン方向分布

図-2.14 (a) ~ (c) は初速度  $V=1\text{m/sec}$  で板厚  $d=0.05, 0.1, 0.2\text{m}$  におけるたわみのスパン方向分布を示している。なお、(a) 図では任意の時間  $t=0.05 \sim 3.0\text{msec}$ 、(b)、(c) 図では



$t=0.05 \sim 2.0\text{msec}$  における応答分布図であり、この図は基準軸より上側が上に凸のたわみ、下側が下に凸のたわみを示している。

(a) 図において、両理論ともに  $t=0.05\text{msec}$  ではたわみの応答値は最大値に比べて小さく図には示されていないが、それ以降時間が経つにつれてたわみは徐々に支持部に向かって伝播されている。衝撃力の載荷継続時間は  $t=2.0\text{msec}$  前後まで作用しているから、それに対応したたわみの波動が Mindlin の場合ではせん断波で、古典板理論の場合では平面波に近似した波で床版の載荷点中央から支持部へ向かって伝播している様子を示している。また、Mindlin 板理論の場合の分布図では波動の先端が約  $t=1.25\text{msec}$  で支持部に到達し、 $t=1.75\text{msec}$  以降では 1 次振動モード状態を呈していることがわかる。しかし、古典板理論の場合は波動伝播速度が Mindlin 板理論の場合と異なるものの、両理論のスパン方向分布図はほぼ酷似している。これより、 $d=0.05\text{m}$  の場合におけるたわみの応答分布は両理論ともにほぼ近似した波動伝播状況を示していることがわかる。

(b) 図では波動の先端が支持部に到達する時間は Mindlin の場合で  $t=0.8\text{msec}$ 、古典板理論の場合で  $t=0.6\text{msec}$  で、また (c) 図では Mindlin の場合で  $t=0.6\text{msec}$ 、古典板理論の場合で  $t=0.4\text{msec}$  である。このことは、床版が厚くなると両理論における衝撃力の最大値、最大衝撃力が発生する時間、載荷継続時間および各モードに対する固有振動数の差が広がっていることから、 $d=0.1, 0.2\text{m}$  のたわみ分布図の場合は  $d=0.05\text{m}$  の場合に比較して両理論の波動の伝播状況が徐々に異って行く様子が明確にわかる。

これより、 $d/a \leq 0.04$  以下では両理論ともにたわみのスパン方向分布および波動伝播状況がほぼ近似していることがわかった。



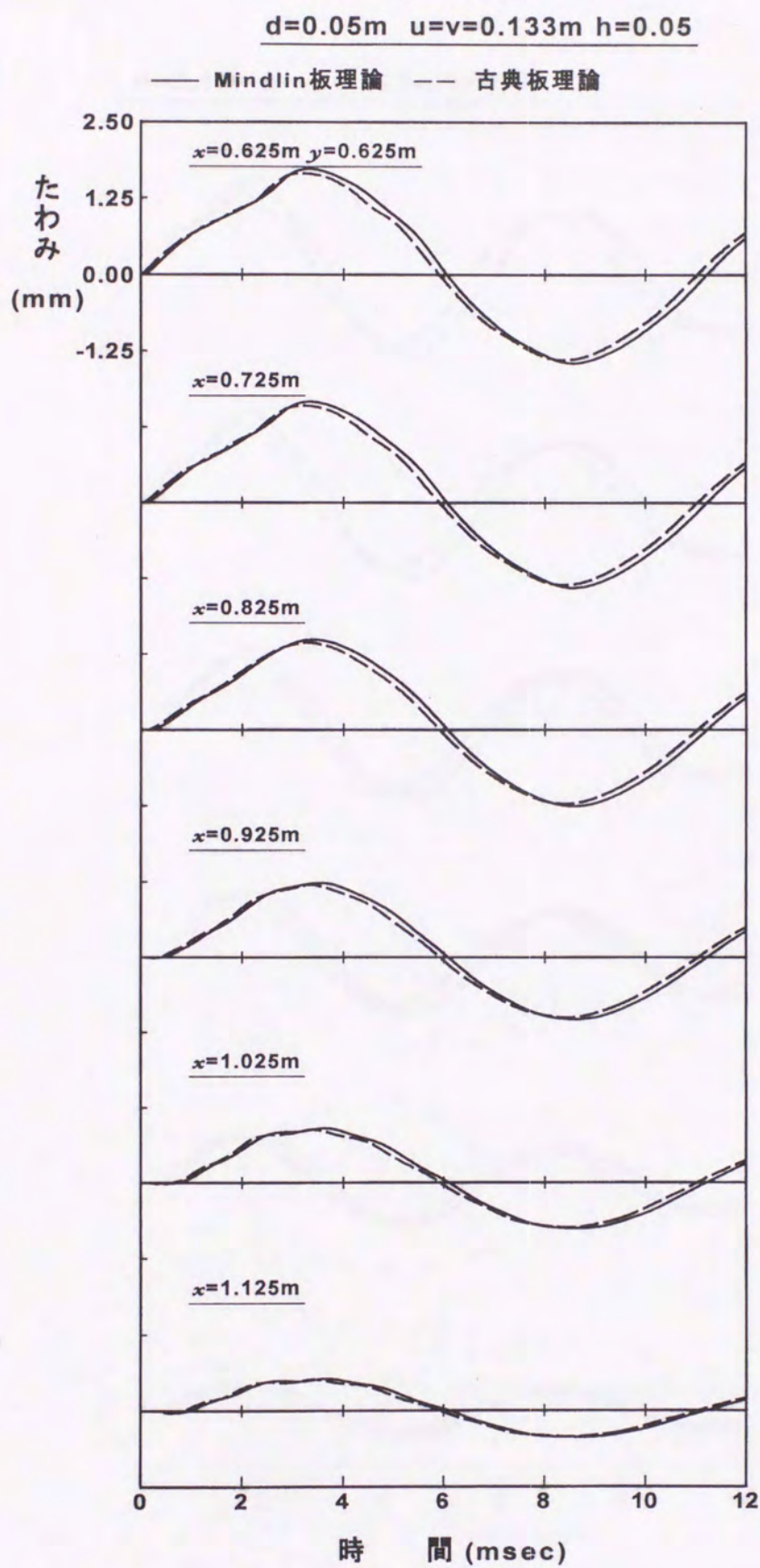


図-2.13(a) たわみの時刻歴応答 ( $d=0.05\text{m}$ )



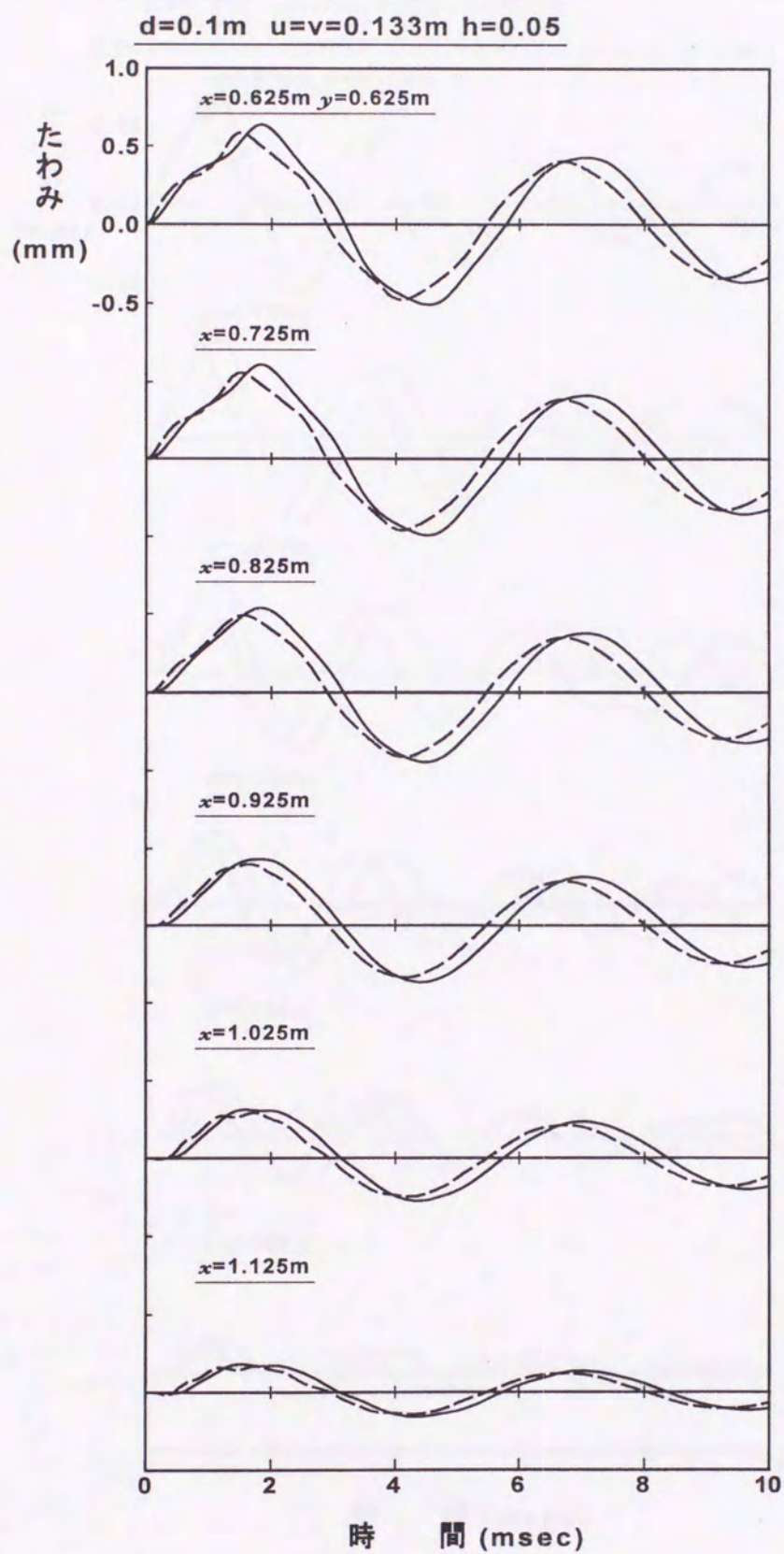


図-2.13(b) たわみの時刻歴応答 ( $d=0.1\text{m}$ )



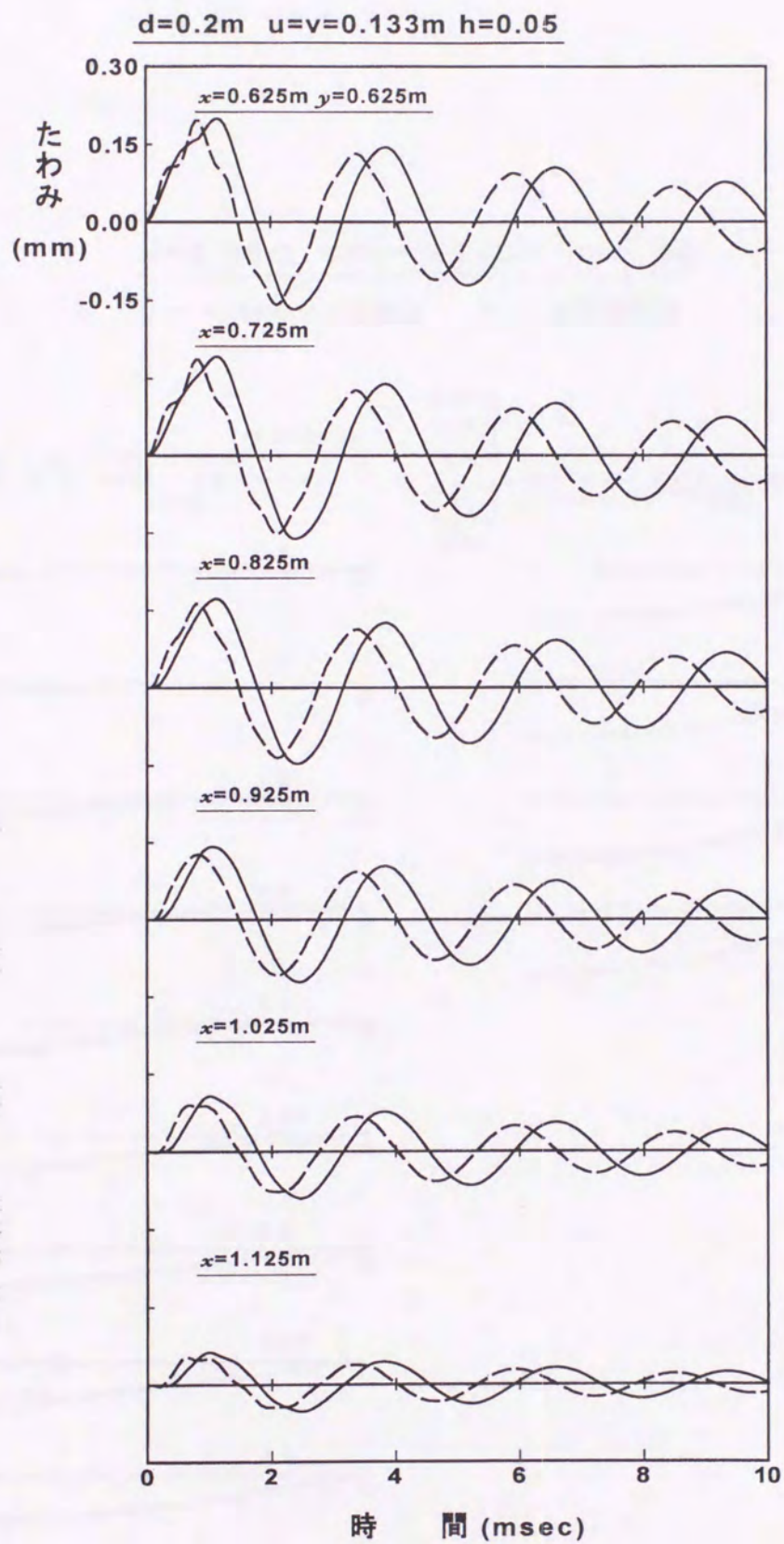


図-2.13(c) たわみの時刻歴応答 ( $d=0.2\text{m}$ )



$$d=0.05\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論    --- 古典板理論

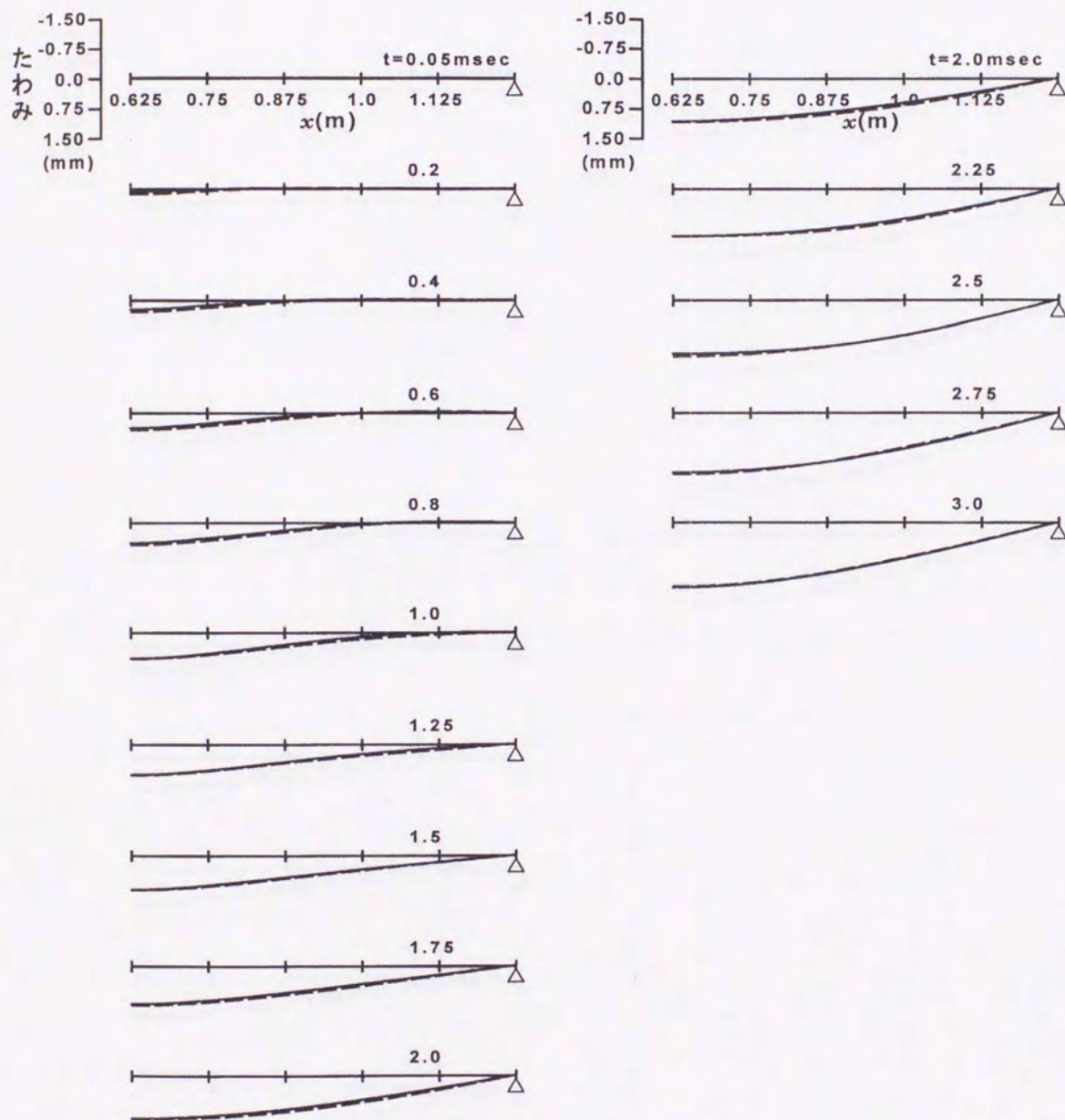


図-2.14(a) たわみのスパン方向分布 ( $d=0.05\text{m}$ )



$$d=0.1\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論    --- 古典板理論

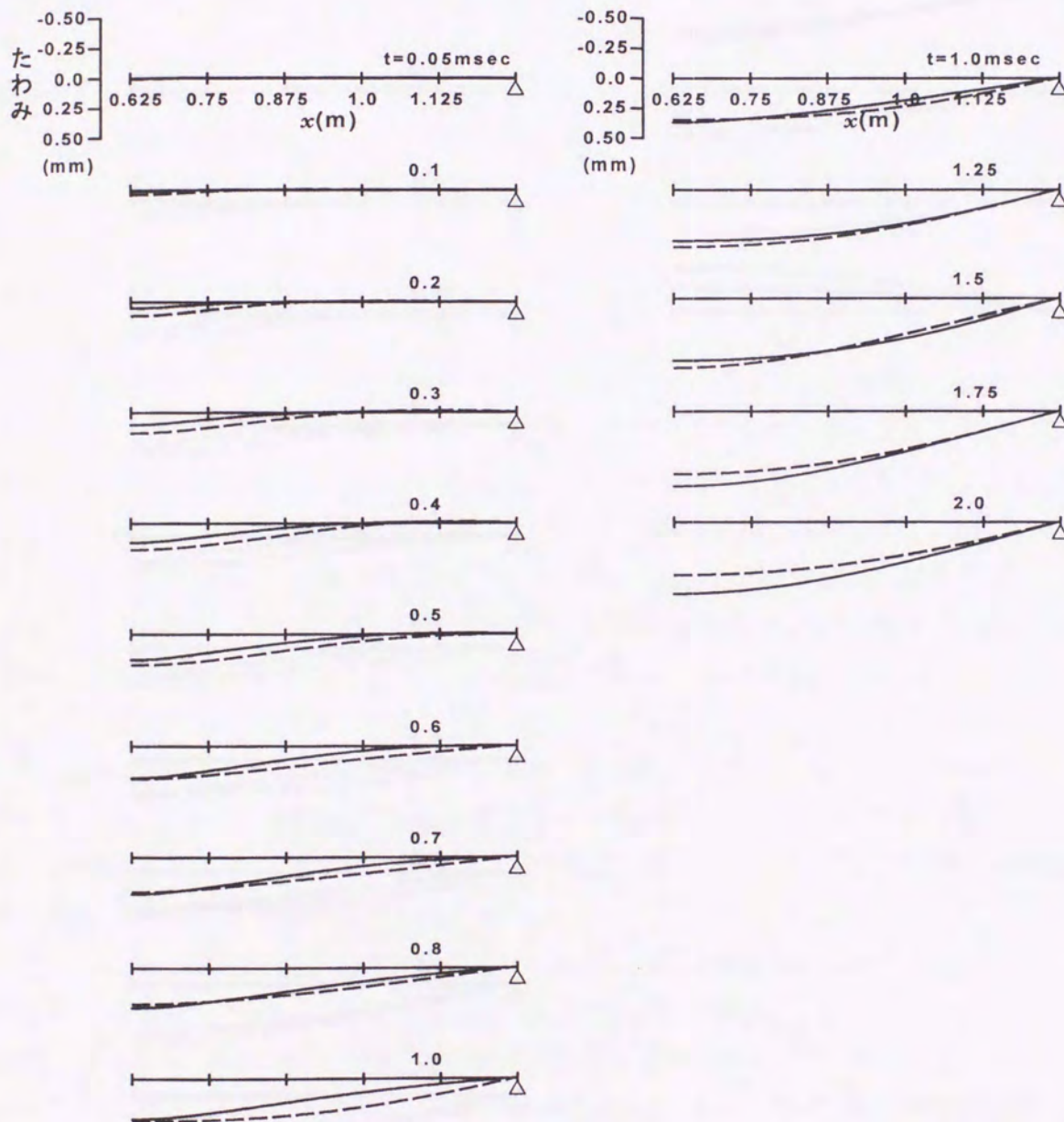


図-2.14(b) たわみのスパン方向分布 ( $d=0.1\text{m}$ )



$$d=0.2\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論      - - - 古典板理論

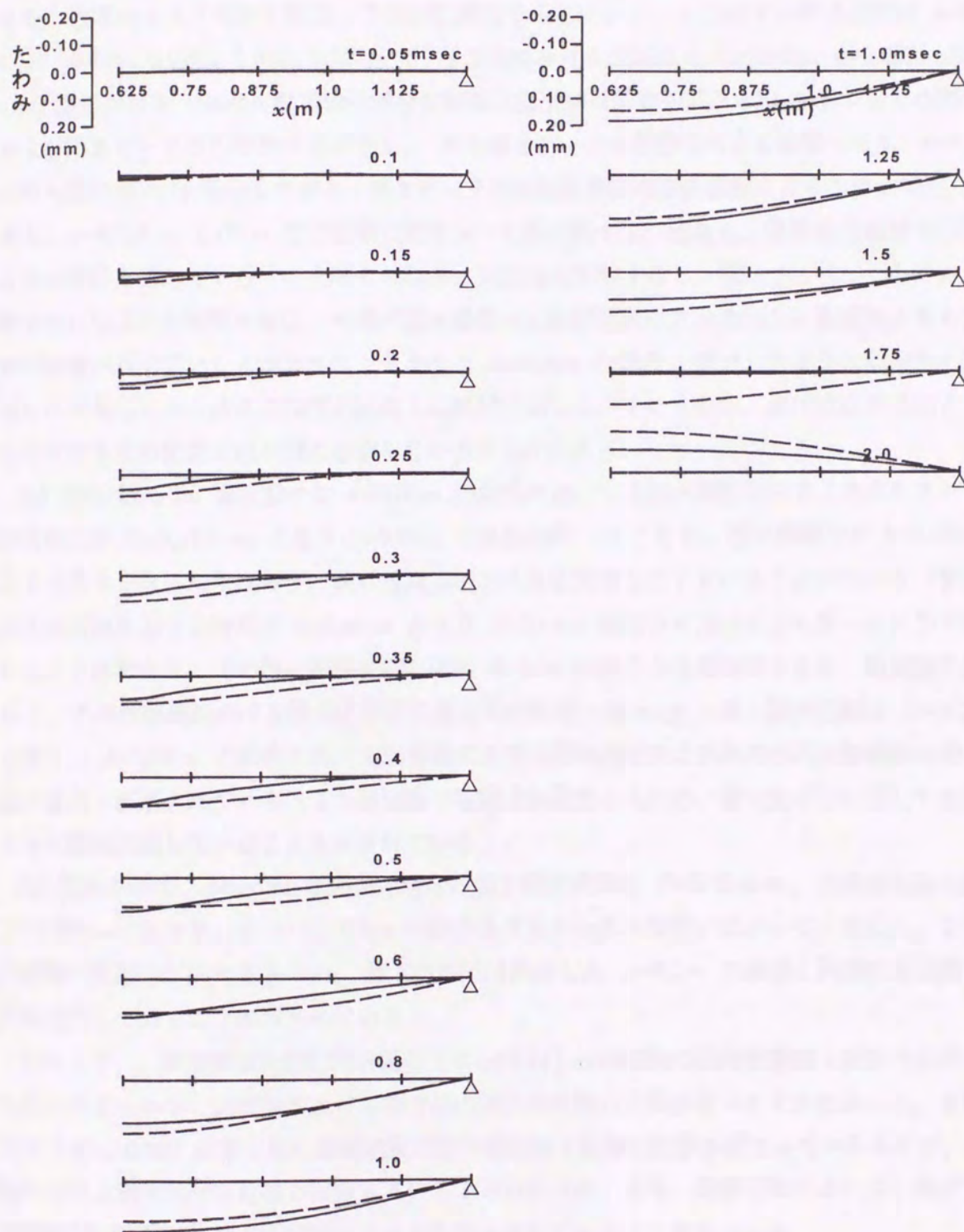


図-2.14(c) たわみのスパン方向分布 ( $d=0.2\text{m}$ )



### 2.3.5 下縁曲げ歪分布

#### (a) 時刻歴応答

図-2. 15(a) ~ (c) は初速度  $V=1\text{m/sec}$  で床版厚  $d=0.05, 0.1, 0.2\text{m}$  における床版下引張側の  $x$  方向曲げ歪の時刻歴応答を示している。なお、各図は引張縁における曲げ歪応答波形であり、基準軸より上側が引張歪、下側が圧縮歪を示している。 $x$  方向における位置は  $x=0.625, 0.725, 0.825, 0.925, 1.025, 1.125\text{m}$  で、 $y$  方向における位置はスパン中央の  $y=0.625\text{m}$  である。

(a) 図における Mindlin 板理論の場合は載荷点直下では衝撃初期から約  $6\text{msec}$  までの間に第1および第2ピークの引張曲げ歪が生じ、その第1ピークは衝撃力による影響であり  $t=0.7\text{msec}$  で最大応答値  $430\mu$  を示している。第2ピークは強制振動後の自由振動によるものと考えられる。また、 $x=0.725 \sim 1.125\text{m}$  では衝撃初期において負の曲げ歪が発生し、波動の先端部が固定端のような挙動を示しているものと考えられる。両理論を比較すると、図-2. 12(a) における衝撃力の立ち上がり時間に対応して曲げ歪の場合は古典板理論の方が Mindlin 板理論よりも立ち上がり時間が若干早いことがわかる。しかし、 $d=0.05\text{m}$  の場合、前述したように両理論の固有周期はほぼ等しくかつ高次の固有振動数も比較的近似していることから、曲げ歪は両理論ともに最大曲げ歪も含め応答波形が概ね近似していることがわかる。

(b) 図の Mindlin 板理論では  $d=0.05\text{m}$  の場合に比べて床版の剛性が大きくなることから第1固有周期が  $T=5.22\text{msec}$  となり  $d=0.05\text{m}$  の場合の約  $1/2$  となる。最大衝撃力が  $d=0.05\text{m}$  の場合より大きくなるにも拘らず、曲げ歪は逆に小さな応答値を示していることがわかる。またその最大応答値に達する時間は  $0.55\text{msec}$  となり  $d=0.05\text{m}$  の場合に比べて少し早いところで生じていることがわかる。その他の挙動に関しては  $d=5\text{cm}$  の場合とほぼ同様である。両理論を比較すると、古典板理論における最大応答値に達する時間が  $0.25\text{msec}$  と第1固有周期は  $T=5.11\text{msec}$  となり、 $d=0.05\text{m}$  の場合に比べて両理論における固有周期および高次の固有振動数の差が若干広がることを示されている。また両理論で衝撃力が異なるものの、最大曲げ歪に関しては両理論ともに概ね近似していることも示されている。

(c) 図において、Mindlin 板理論の場合の第1固有周期は  $T=2.76\text{msec}$ 、古典板理論の場合は  $T=2.99\text{msec}$  となり、 $d=0.05, 0.1\text{m}$  の場合よりもさらにその差が広がっていること、ここでも両理論で衝撃力が異なるものの、最大応答値は前述した  $d=0.1\text{m}$  の場合と同様に両理論ともに概ね近似していることが示されている。

これより、床版厚が比較的薄い場合 ( $d/a \leq 0.04$ ) は両理論の固有振動数と衝撃力波形が近似していることから、両理論における曲げ歪応答波形は概ね大差がないことがわかった。また、床版厚 ( $d/a \geq 0.08$ ) が厚くなれば両理論の固有振動数と衝撃力波形が異なっているものの、両理論における最大曲げ歪は概ね近似しているとわかった。また、衝撃挙動において、曲げ歪では衝撃初期に波動の先端が固定端のような挙動を示していることがわかった。



(b)  $x$  方向の下縁曲げ歪のスパン方向分布

図-2. 16 (a) ~ (c) は初速度  $V=1\text{m/sec}$  で板厚  $d=0.05, 0.1, 0.2\text{m}$  における  $x$  方向の下縁曲げ歪スパン方向分布を示している. なお, 各図は任意の時間  $d=0.05\text{m}$  の場合は  $t=0.05 \sim 3.0\text{msec}$ ,  $d=0.1, 0.2\text{m}$  の場合は  $t=0.05 \sim 2.0\text{msec}$  における応答分布図であり, この図は基準軸より上側が圧縮曲げ歪, 下側が引張曲げ歪を示している.

(a) 図における Mindlin 板理論の場合は,  $t=0.05\text{msec}$  では衝撃力が小さいために引張側の曲げ歪応答値も僅かに発生している程度であり, また前述したように,  $x=0.75\text{m}$  近傍では圧縮側の曲げ歪が発生していることから波動の先端が固定端のような挙動を呈していることがわかる.  $t=1 \sim 0.4\text{msec}$  では衝撃力が大きくなりそれに対応して応答値も大きくなっているが, せん断波が支持部に未だ到達していないことがわかる.  $t=0.5\text{msec}$  における床版ではせん断波が床版全体に伝播しかつ高次振動モード, 主として3次振動モードを呈していることがわかる.  $t=2.0\text{msec}$  における床版では衝撃力による作用がほぼ終了しつつあり, その後の  $t=3.0\text{msec}$  以降では自由振動状態へ移行していることがわかる. 一方, 古典板理論の場合は  $t=0.05\text{msec}$  では曲げ歪が既に発生しており, この理論は平面波に近似した速度で伝播するために  $t=0.2\text{msec}$  では波動の先端が支持部に到達していることがわかる.  $t=0.2 \sim 0.4\text{msec}$  における床版では Mindlin 板理論と同様に高次振動モードを,  $t=0.6 \sim 1.0\text{msec}$  では3次振動モードを呈していることがわかる.  $t=2.0\text{msec}$  以降では衝撃作用が既に終了しているために低次振動モード状態を呈していることがわかる. 両理論を比較すると,  $d=0.05\text{m}$  の場合の曲げ歪のスパン方向分布では両理論の相違による伝播速度と衝撃力の影響が若干見られるものの, 両理論ともに概ね近似した応答分布を示しているものと考えられる.

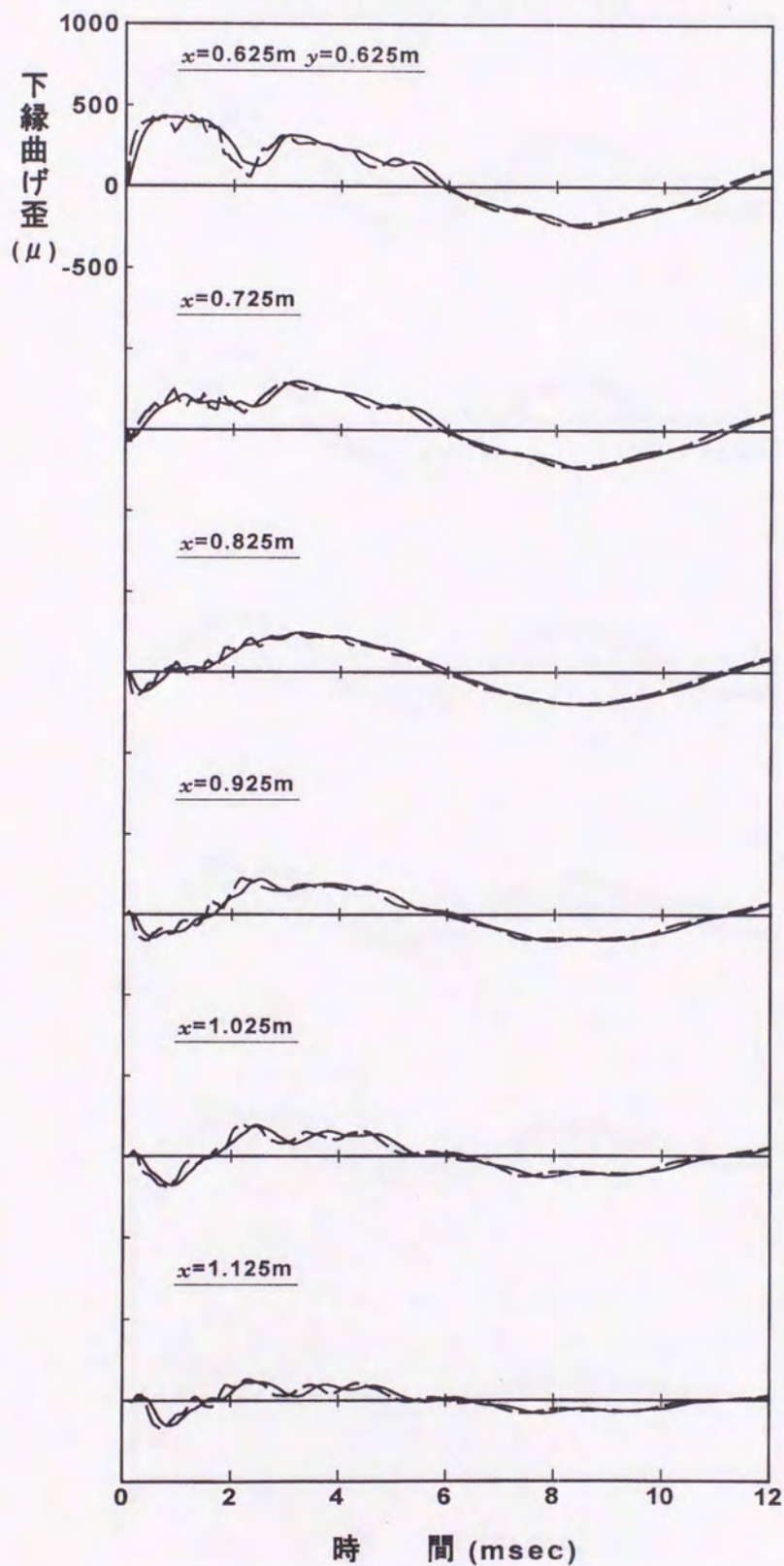
$d=0.1, 0.2\text{m}$  の場合 (図-2(b), (c)) は両理論ともに最大衝撃力, 載荷継続時間および理論の相違に伴う床版を伝播する速度, 固有周期の相違による影響によって  $d=0.05\text{m}$  の場合より曲げ歪のスパン方向分布が異なり, 特に  $d=0.2\text{m}$  の場合では両理論の衝撃力波形に対応して曲げ歪のスパン方向分布にも顕著に応答差が現れていることがわかる.

これより, 曲げ歪のスパン方向分布は  $d/a \leq 0.04$  の場合には両理論は概ね近似しているものの,  $d/a \geq 0.08$  の場合では両理論の伝播速度の相違による影響が顕著となることがわかった.



$d=0.05\text{m}$   $z=0.025\text{m}$   $u=v=0.133\text{m}$   $h=0.05$ 

— Mindlin板理論    - - 古典板理論


 図-2.15(a) x方向曲げ歪の時刻歴応答 ( $d=0.05\text{m}$ )



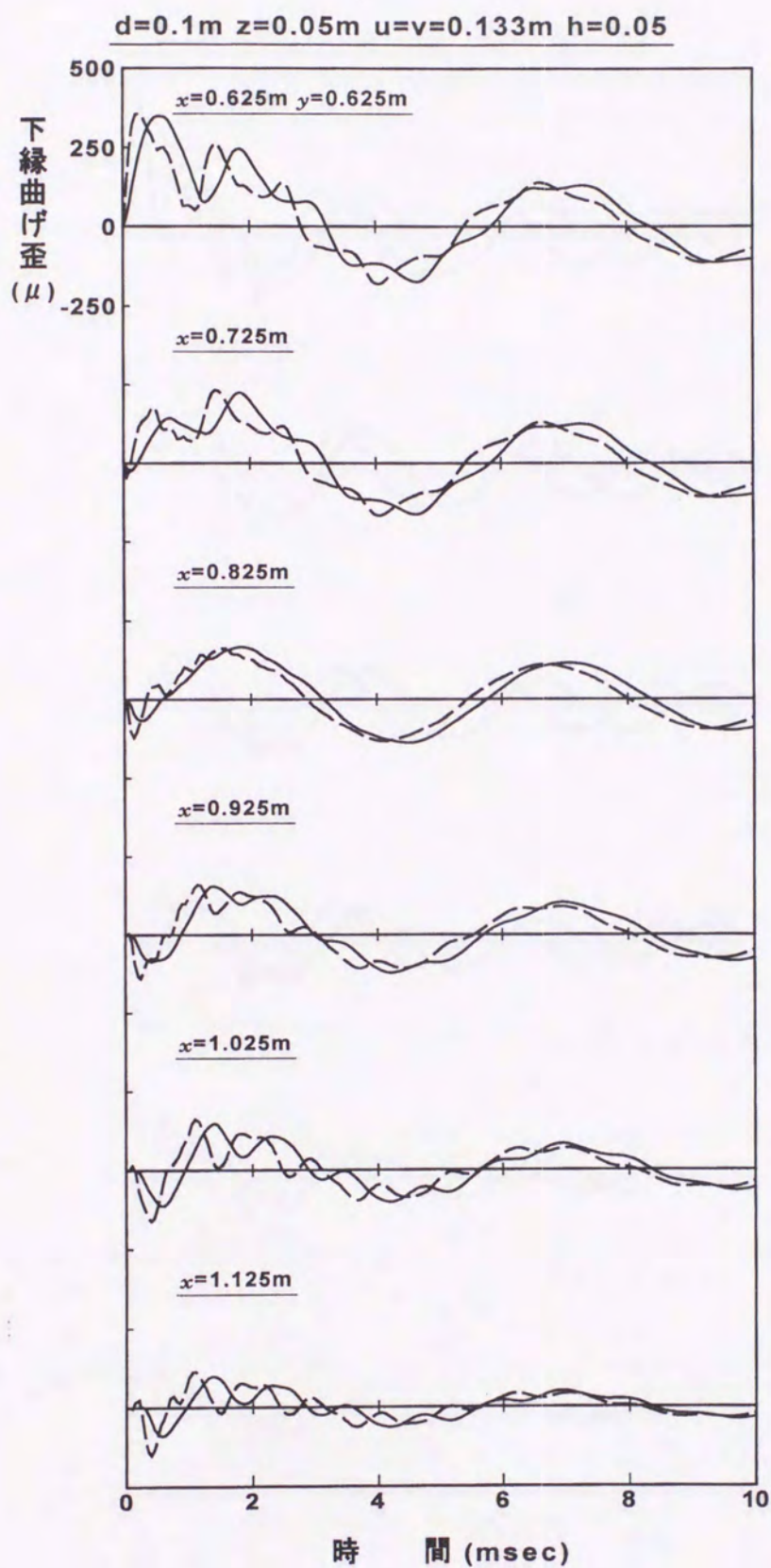


図-2.15(b) x方向曲げ歪の時刻歴応答 ( $d=0.1\text{m}$ )



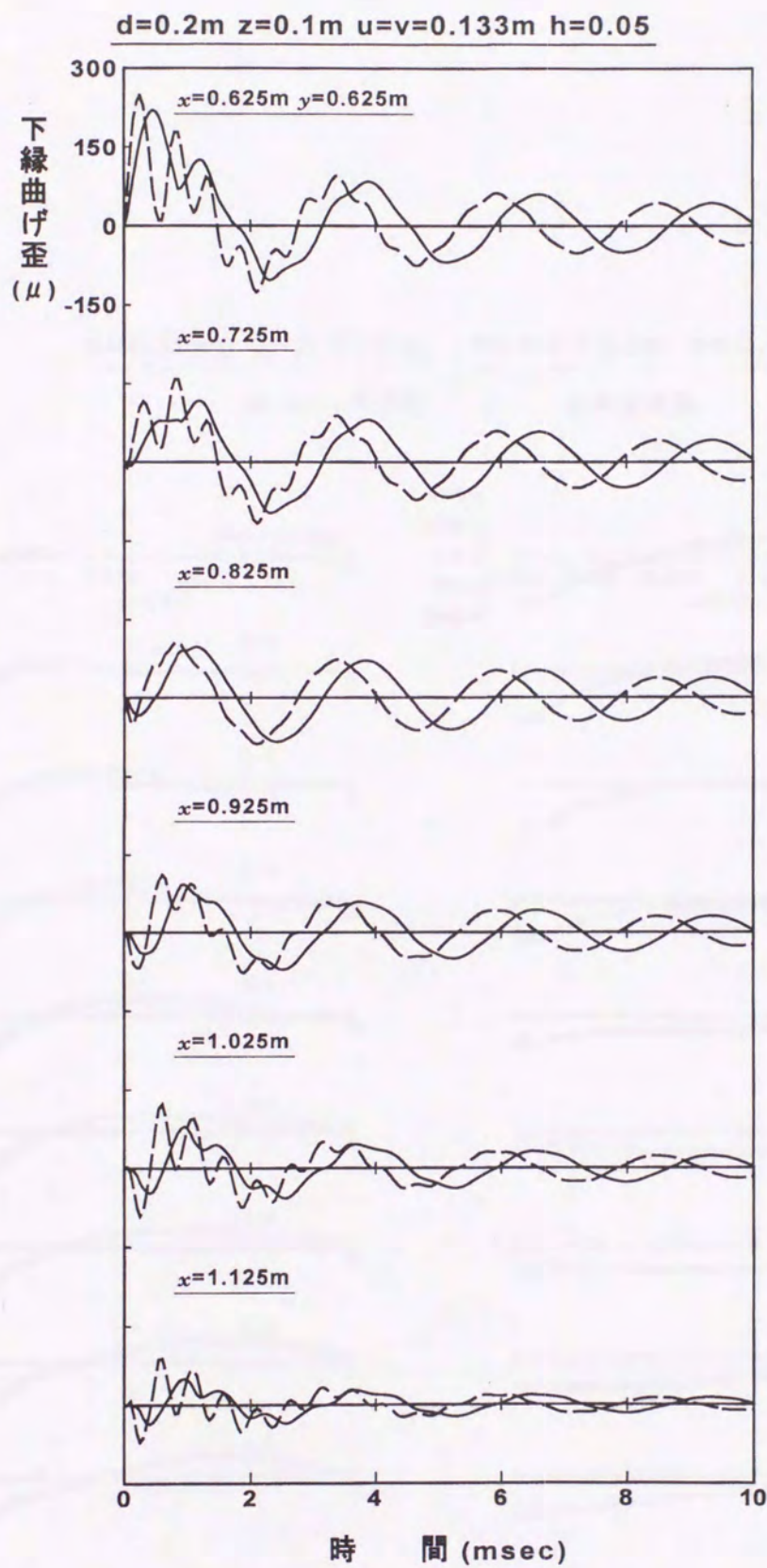


図-2.15(c) x方向曲げ歪の時刻歴応答 ( $d=0.2\text{m}$ )



$$d=0.05\text{m} \quad z=0.025\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論    --- 古典板理論

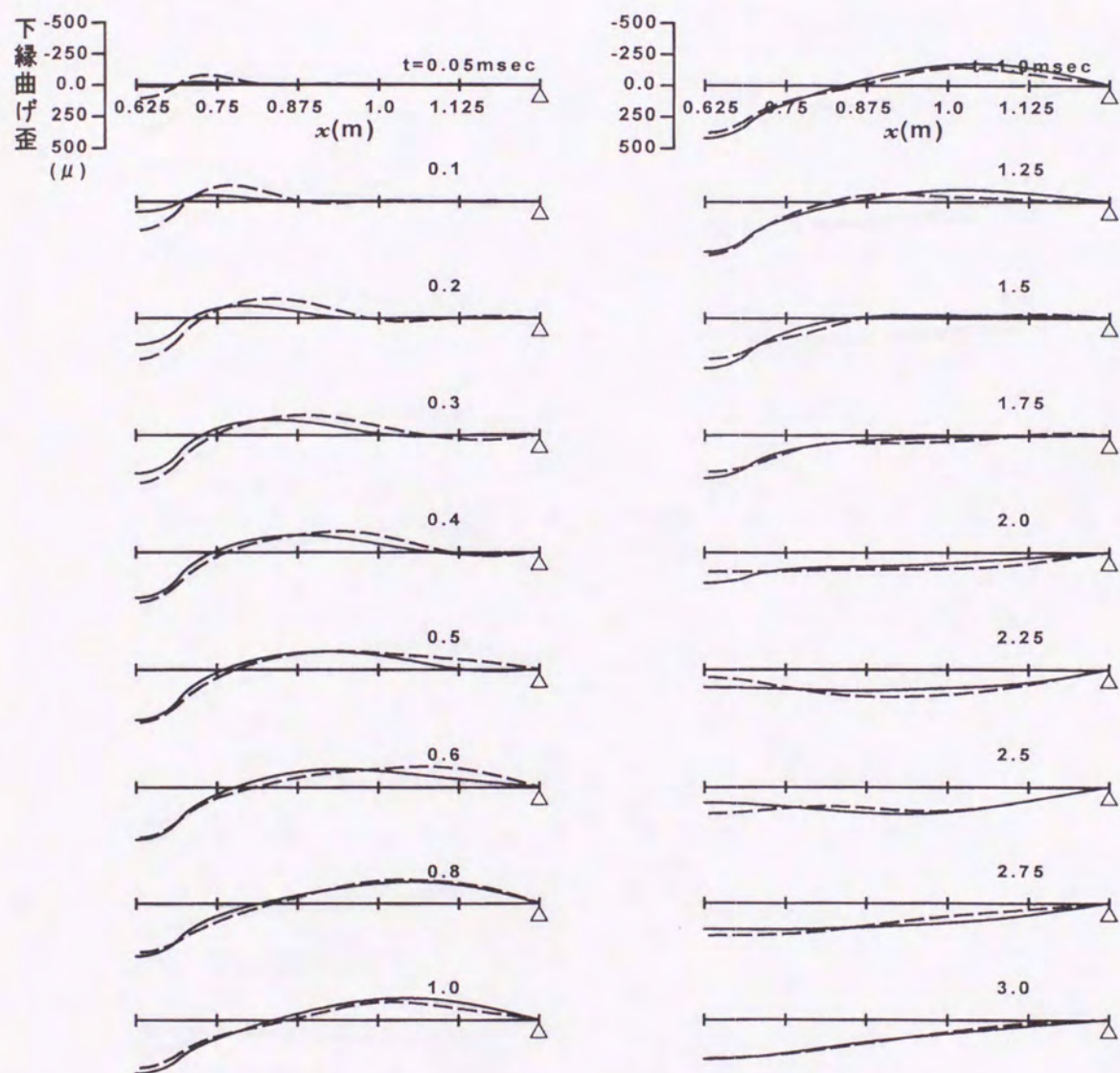


図-2.16(a) x方向曲げ歪のスパン方向分布 ( $d=0.05\text{m}$ )



$$d=0.1\text{m} \quad z=0.05\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論    --- 古典板理論

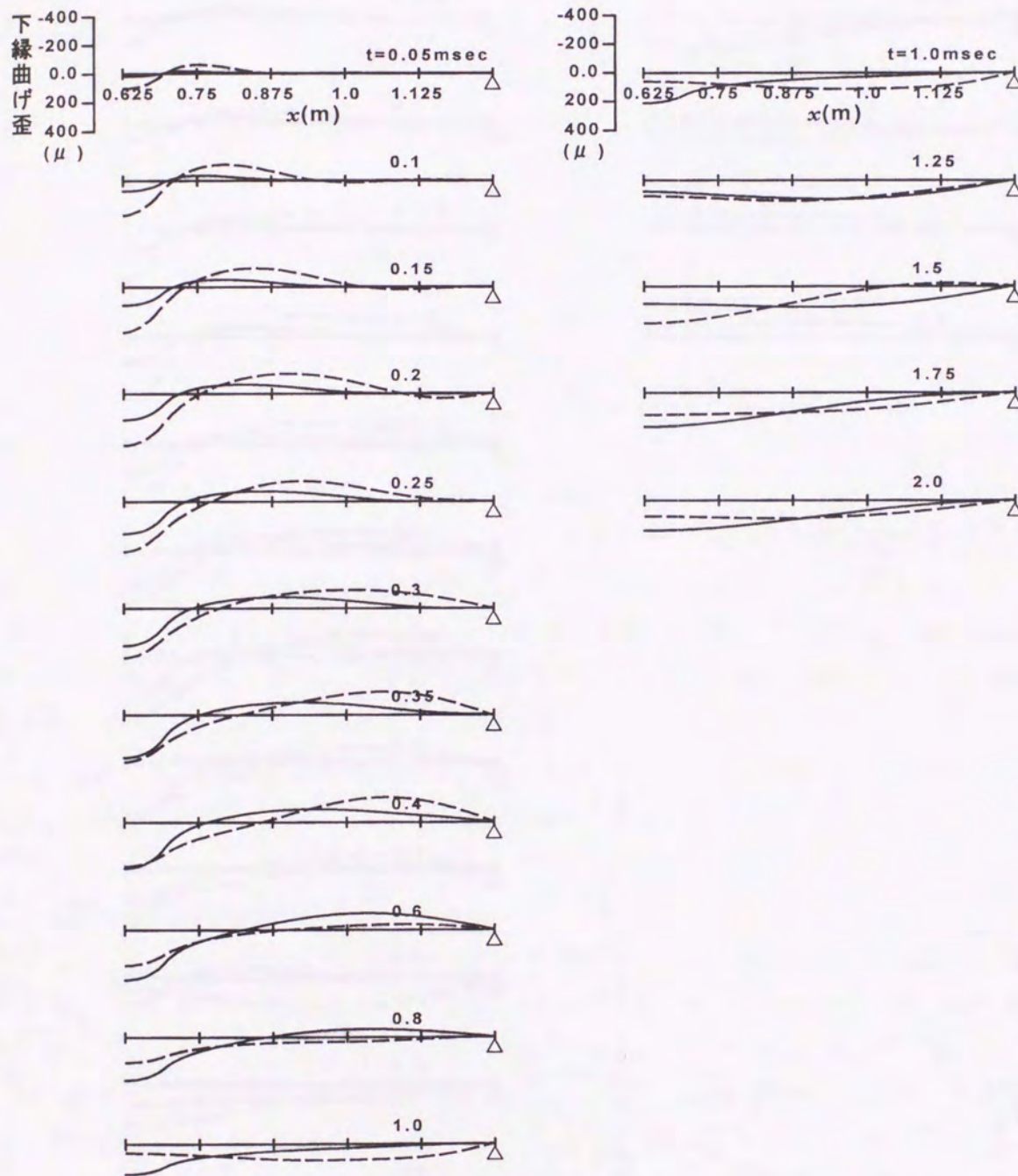


図-2.16(b)  $x$ 方向曲げ歪のスパン方向分布 ( $d=0.1\text{m}$ )



$$d=0.2\text{m} \quad z=0.1\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論    --- 古典板理論

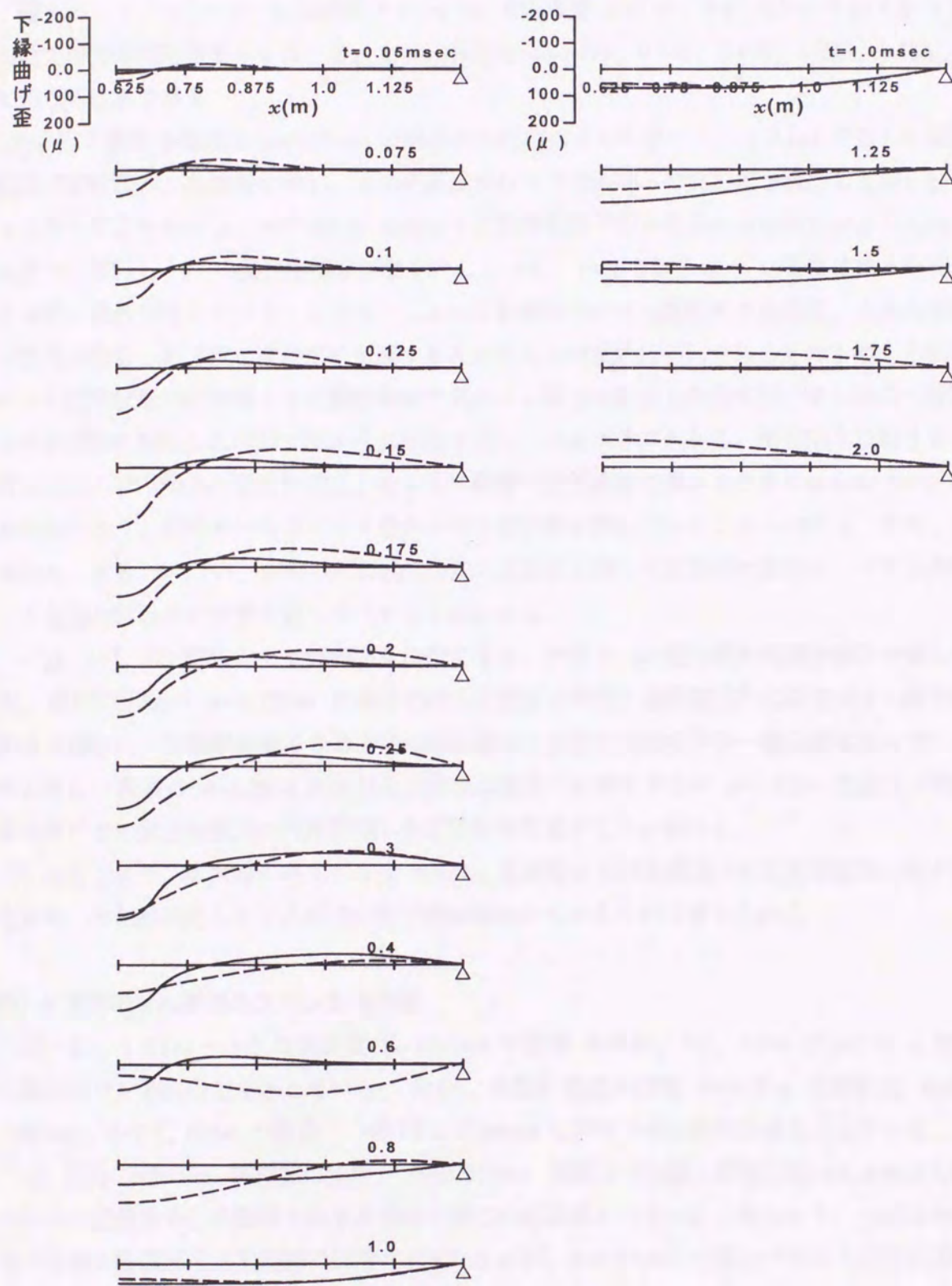


図-2.16(c) x方向曲げ歪のスパン方向分布 ( $d=0.2\text{m}$ )



### 2.3.6 セン断力分布

#### (a) 時刻歴応答

図-2. 17(a) ~ (c) は初速度  $V=1\text{m/sec}$  で床版厚  $d=0.05, 0.1, 0.2\text{m}$  における  $x$  方向せん断力の時刻歴応答を示している。なお、各図は  $x=0.725, 0.825, 0.925, 1.025, 1.125, 1.25\text{m}$  における応答である。

(a) 図の載荷点近傍の  $x=0.725\text{m}$  の場合では両理論ともに図-2. 12(a) で示した衝撃力の応答波形に酷似した波形を示し、その応答波形は支持部に向って応答値を減少しながら移り変わって行く様子がわかる。 $x=0.825\text{m}$  の場合では衝撃初期で僅かな負のせん断力が生じた後正のせん断力へ移行し、その後自由減衰振動を示している。 $x=0.925\sim 1.25\text{m}$  の場合は徐々に立ち上がり時間の遅れが生じている。これは、Mindlin 板理論ではせん断波による速度、古典板理論では平面波に酷似した速度で支持部に伝播するためにその時間的な遅れであるものと考えられる。これらの応答波形は両理論ともに衝撃初期で負のせん断力が発生した後に正のせん断力へ移行しその後各理論に相応した周期で減衰自由振動を呈していることがわかる。両理論を比較すると、載荷点近傍のせん断力の場合は前述したように衝撃力応答波形の差がそのまません断力の応答波形に現れており、両者には各点ごとに僅かながら応答差が現れていることがわかる。また、古典板理論における  $x=0.725, 0.825\text{m}$  の場合の正の主波形に関しては最低次振動モードに3次振動モードを重ね合わせた波形を呈していることがわかる。

一方、(b), (c) 図において両理論を比較すると、両者は(a)図と概ね同様な挙動を示しているが、載荷点近傍の  $x=0.725\text{m}$  の場合では各床版厚に対応する衝撃力の応答差がせん断力にもそのまま現われ、床版厚が厚くなるとその応答差および固有周期がなお一層顕著になっていることがわかる。両者の  $x=1.25\text{m}$  における支持部の場合では後述するが  $d=0.05\text{m}$  の場合と同様に各床版厚ごとの全支持反力にほぼ相似した応答分布を示すことがわかる。

このことより、床版厚が厚くなれば Mindlin 板理論と古典板理論との固有振動数の差が広がるために、それに対応してせん断力の応答差が現われているものと考えられる。

#### (b) $x$ 方向のせん断力のスパン方向分布

図-2. 18(a) ~ (c) は初速度  $V=1\text{m/sec}$  で板厚  $d=0.05, 0.1, 0.2\text{m}$  における  $x$  方向のせん断力スパン方向分布を示している。なお、各図は任意の時間  $d=0.05\text{m}$  の場合は  $t=0.05 \sim 3.0\text{msec}$ 、 $d=0.1, 0.2\text{m}$  の場合は  $t=0.05 \sim 2.0\text{msec}$  におけるせん断力分布を示している。

(a) 図の Mindlin 板理論の場合、 $t=0.05\text{msec}$  の場合では極く衝撃初期のためにせん断波が  $x=0.75\text{m}$  近傍までしか伝播されずかつせん断力の応答値も小さいことがわかる。 $t=0.2\text{msec}$  の場合ではせん断波が未だ支持部に伝播されていないが、 $t=0.5\text{msec}$  の場合ではせん断波が床版全体に伝播しており、せん断力の応答値も  $x=0.69\text{m}$  近傍で  $7.96\text{tf/m}$  となり最大応答値を示している。支持部でのせん断力は  $t=1\text{msec}$  で負となり  $2\text{msec}$  で正へ移行しており、衝撃力は  $2\text{msec}$



まで作用していることから載荷点近傍におけるせん断力は未だ大きな応答値が生じており、また  $3\text{msec}$  では除荷されていることから3次振動モードが卓越した自由減衰振動を示していることがわかる。一方、古典板理論に関して、 $t=0.05\text{msec}$  では  $x=0.69\text{m}$  近傍でせん断力が  $5.5\text{tf/m}$  となり、また平面波のような波は未だ支持部に伝播しておらず、 $t=0.2\text{msec}$  で支持部に伝播していることがわかる。 $t=0.4\text{msec}$  では  $x=0.8\text{m}$  の近傍で最大せん断力  $8.4\text{tf/m}$  となり、 $t=1\text{msec}$  で衝撃力に対応してせん断力の応答値も小さく支持部には負のせん断力が生じている。 $t=0.6 \sim 1.0\text{msec}$  では支持部に負のせん断力が生じていることがわかる。 $t=2\text{msec}$  以降では3次振動モードが卓越した自由減衰振動を示していることがわかる。一方、(b), (c) 図における  $d=0.1, 0.2\text{m}$  の場合は  $d=0.05\text{m}$  の場合と同様な傾向を示し、各衝撃力に対応した応答分布を示していることがわかる。両理論を比較すると、両理論における衝撃力の立ち上がり時間が異なることより、両理論における伝播速度が異なることおよび各床版厚変化に伴って固有振動数が異なることによる影響が  $x$  方向せん断力スパン方向分布にも顕著な応答差として現われていることがわかる。

これより、曲げ歪の場合と同様にせん断力スパン方向分布も  $d/a \leq 0.04$  の場合では両理論が概ね近似しているものの、 $d/a \geq 0.08$  の場合では両理論の伝播速度の相違による影響が顕著となることがわかった。



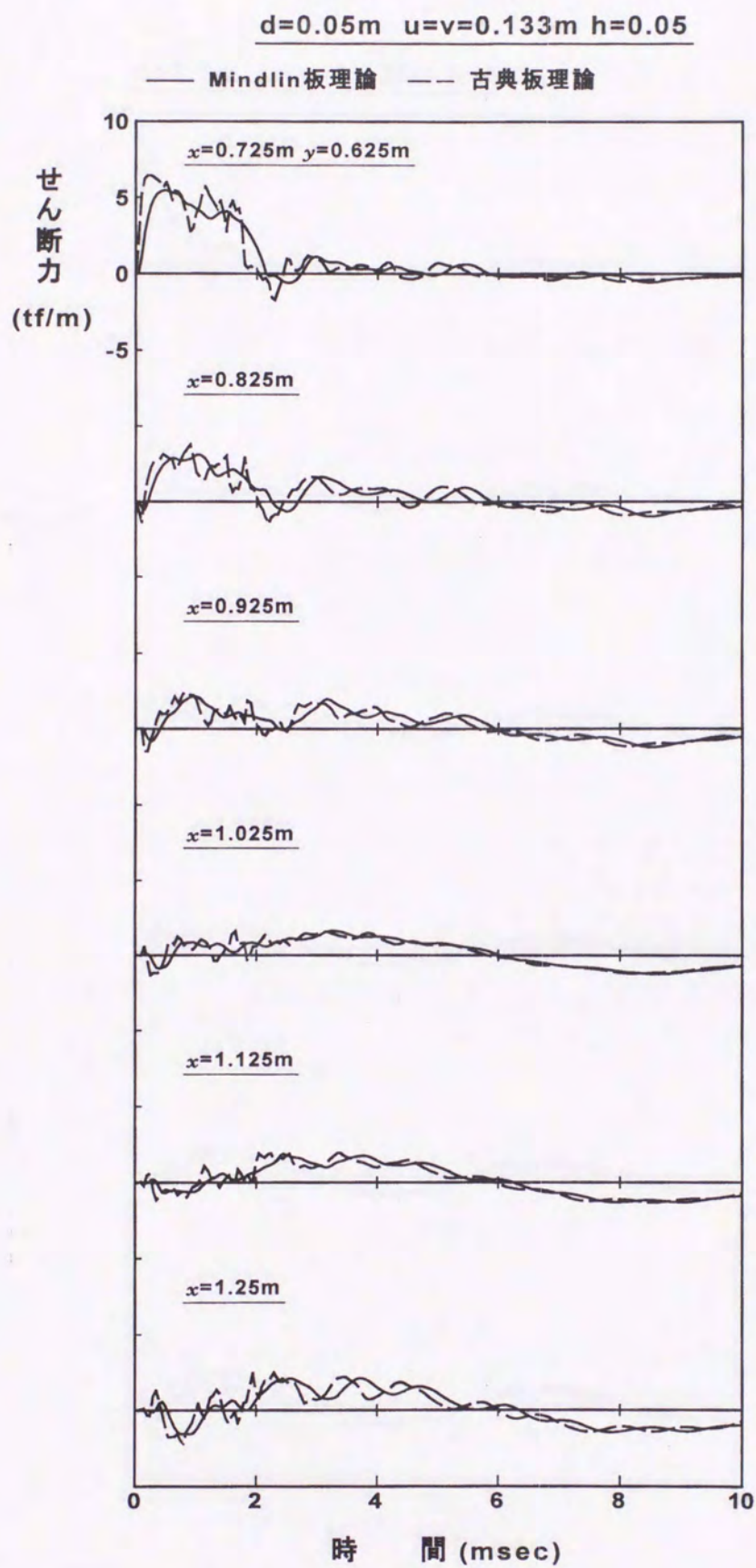


図-2.17(a) x方向せん断力の時刻歴応答 ( $d=0.05\text{m}$ )



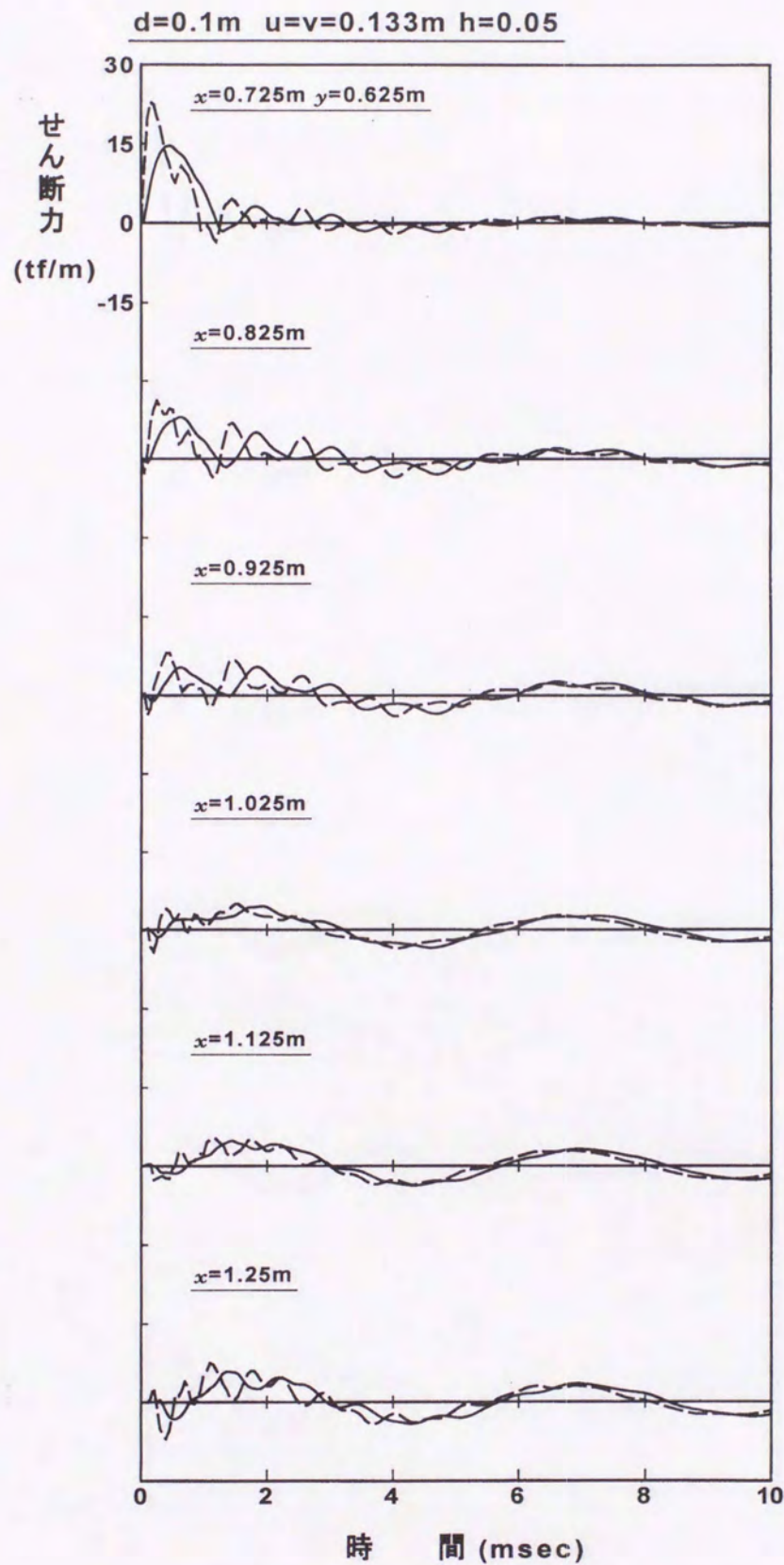


図-2.17(b) x方向せん断力の時刻歴応答 ( $d=0.1\text{m}$ )



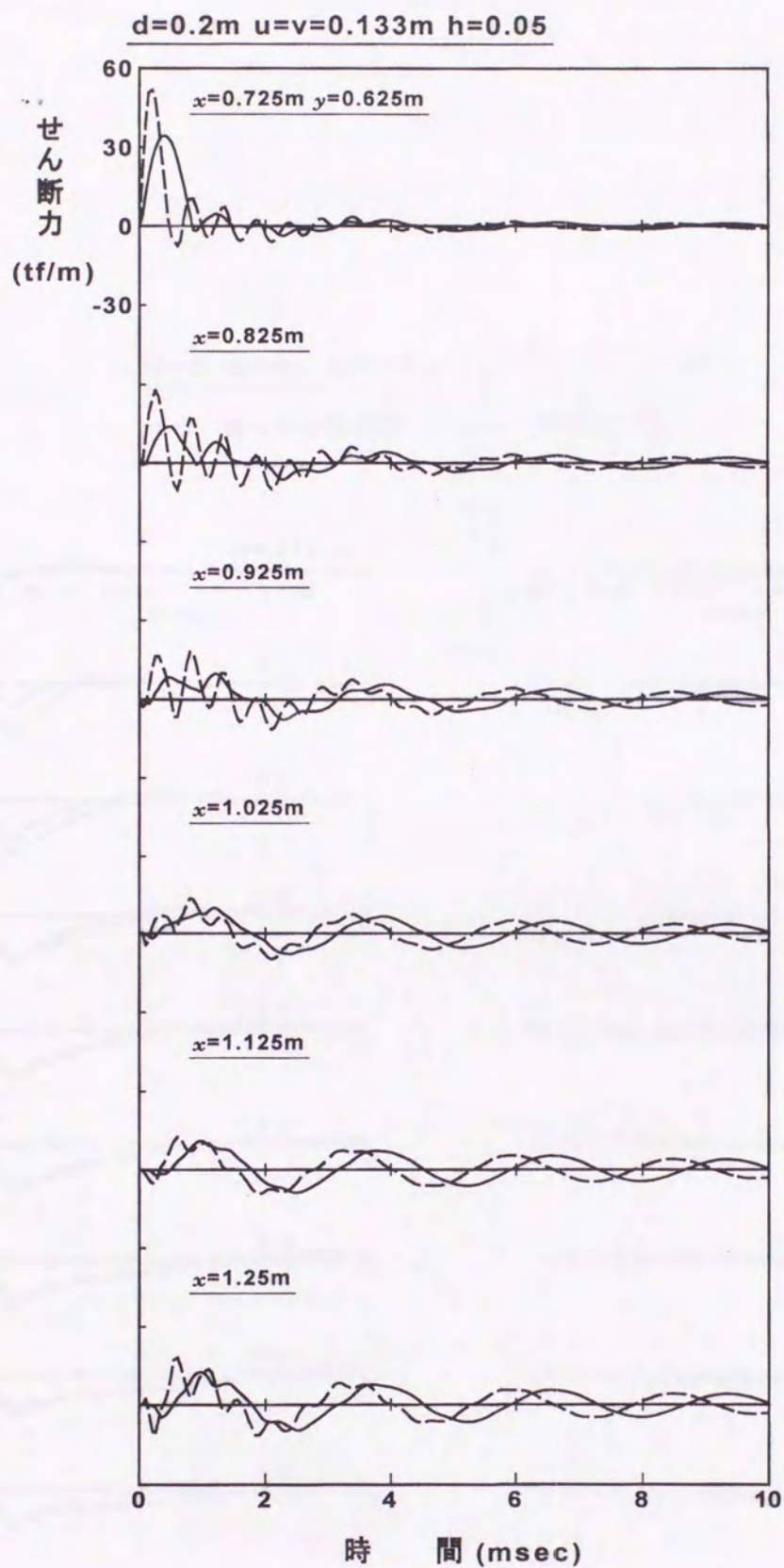


図-2.17(c) x方向せん断力の時刻歴応答 ( $d=0.2\text{m}$ )



$$d=0.05\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論    --- 古典板理論

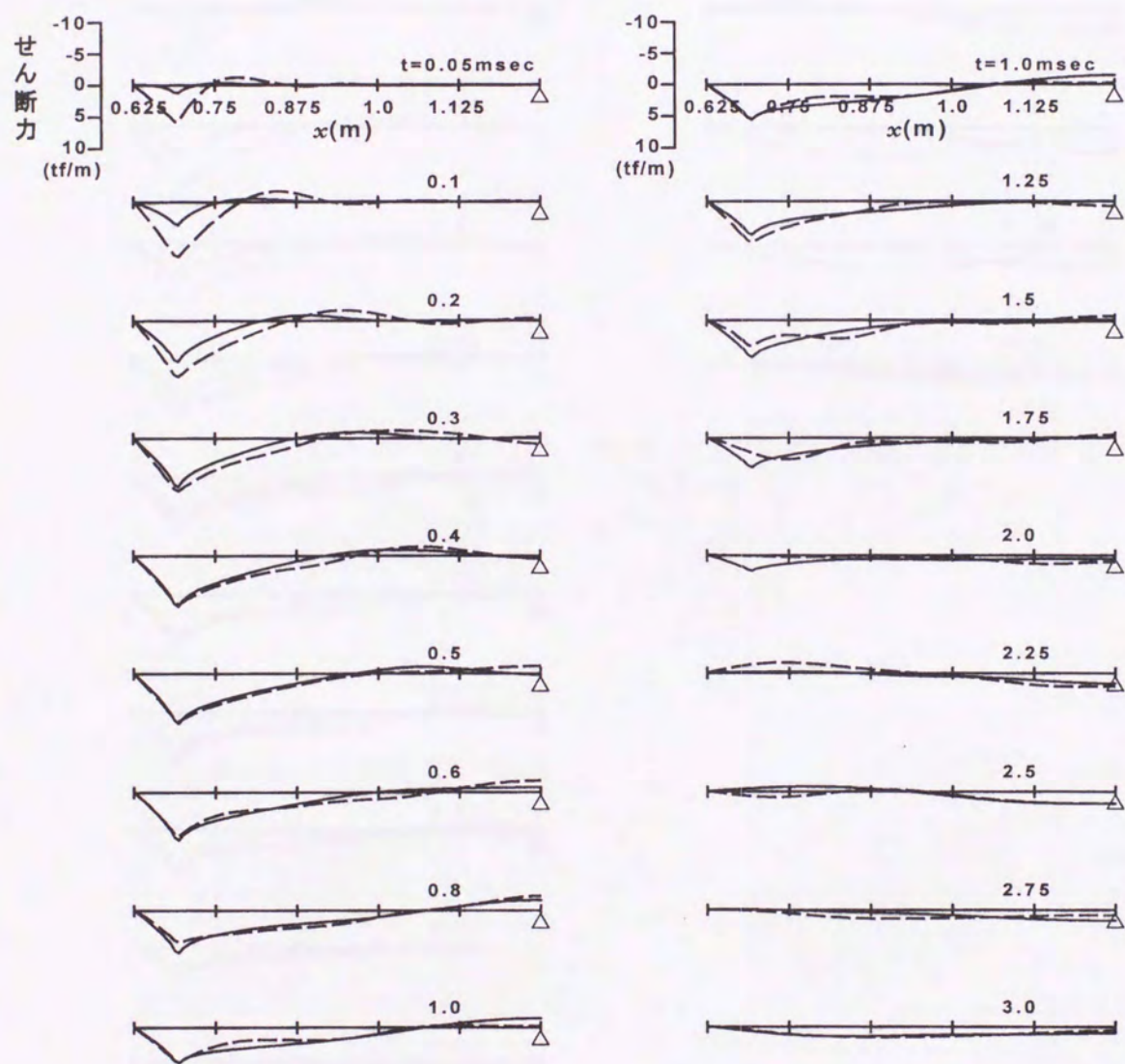


図-2.18(a) x方向せん断力のスパン方向分布 ( $d=0.05\text{m}$ )



$$d=0.1\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論    --- 古典板理論

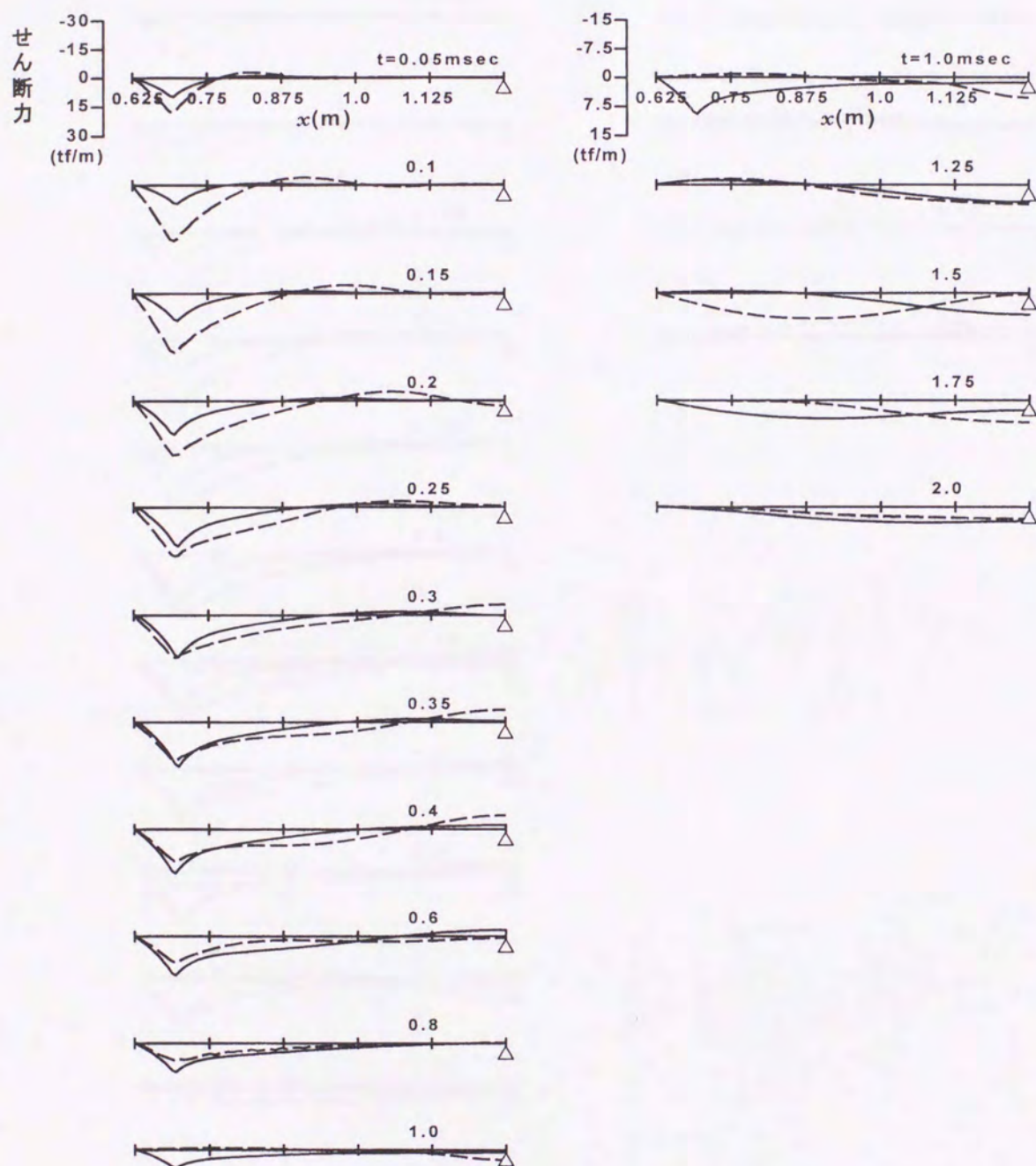


図-2.18(b) x方向せん断力のスパン方向分布 ( $d=0.1\text{m}$ )



$$d=0.2\text{m} \quad u=v=0.133\text{m} \quad h=0.05$$

— Mindlin板理論    --- 古典板理論

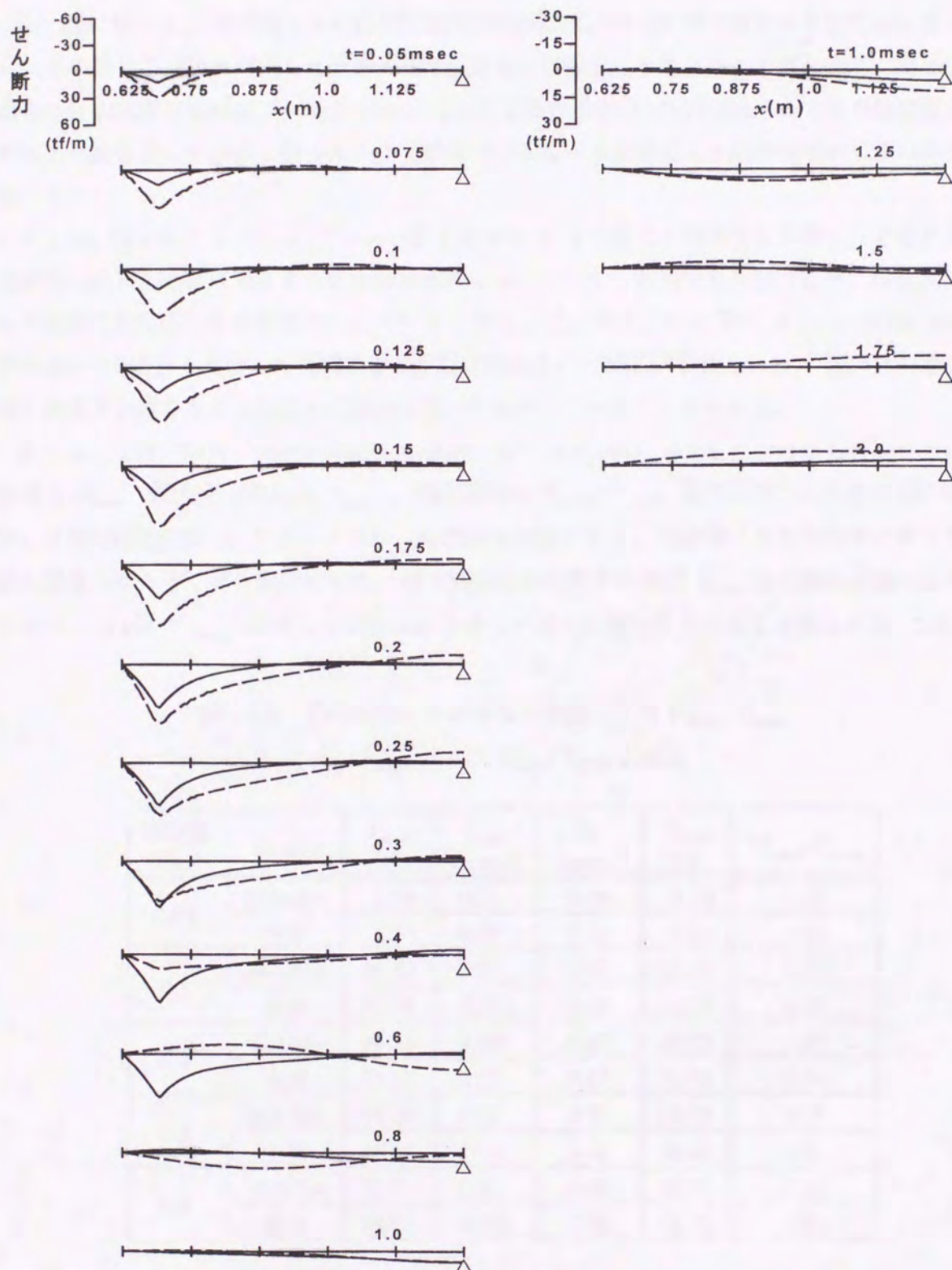


図-2.18(c) x方向せん断力のスパン方向分布 ( $d=0.2\text{m}$ )



### 2.3.7 重錘衝撃力と全支持反力との関係

図-2. 19(a) ~ (c) は重錘落下速度  $V=1m/sec$  で板厚  $d=0.05, 0.1, 0.2m$  における全支持反力の時刻歴応答を示している。

(a) 図において、両理論ともに載荷継続時間以内の反力は支持部で負となり除荷後に正へ移行し、その後は各理論に対応した固有周期で減衰自由振動を示していることがわかる。Mindlin の場合の最低次固有周期は  $T=10.27msec$ 、古典板理論の場合は  $T=10.22msec$  となり両理論ともほぼ等しい値を示している。従って、全支持反力は両者がほぼ酷似した応答値を示していることがわかる。

(b), (c) 図における  $d=0.1, 0.2m$  の場合は  $d=0.05m$  の場合と同様な応答傾向、すなわち各床版厚に対応した固有周期による自由減衰振動を示している。両理論を比較すると、各全支持反力は各衝撃力に対応した応答値を示している。また、全支持反力の応答は  $d=0.1, 0.2m$  の場合、 $d=0.05m$  の場合と比較して衝撃力および固有振動数の差が広がることから、衝撃力の場合と同様に床版厚が厚くなると両者の応答差が徐々に広がっていることがわかる。

表-2. 1 は  $V=1m/sec$  で床版厚  $d=0.05, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4m$  における各理論ごとの最大衝撃力  $P_{max}$ 、最大全支持反力  $V_{max}$ 、両理論の比  $V_{max}/P_{max}$ 、最大衝撃力が発生する時間  $t_{max}$  および載荷継続時間  $t_d$  を示している。両理論を比較すると、両理論ともに床版厚が厚くなれば最大衝撃力は大きくなる傾向にある。最大衝撃力が発生する時間  $t_{max}$  は古典板理論の場合では  $d=0.05 \sim 0.4m$  で  $t_{max}=0.06 \sim 0.195msec$  となって徐々に増加していることがわかる。2.42) 式

表-2.1  $V=1m/sec$  における各理論ごとの  $P_{max}$ ,  $t_{max}$ ,  
 $t_d$ ,  $V_{max}$  および  $V_{max}/P_{max}$  との比

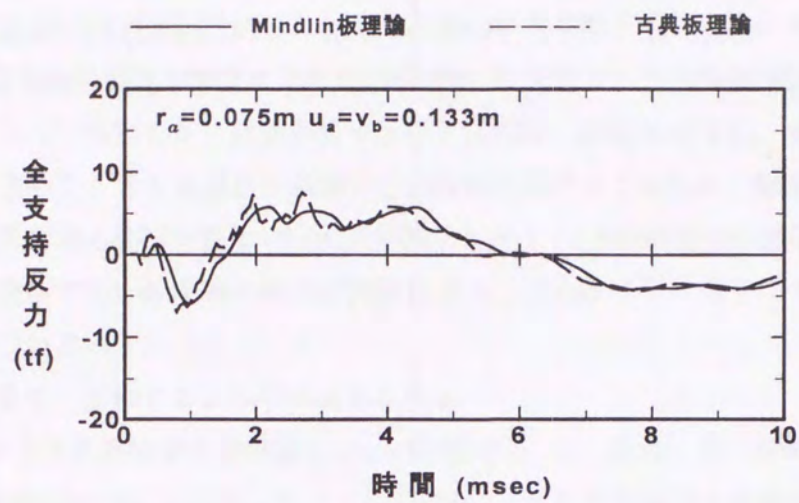
| 床版厚<br>$d(m)$ | 板理論     | $P_{max}$<br>(tf) | $t_{max}$<br>(msec) | $t_d$<br>(msec) | $V_{max}$<br>(tf) | $V_{max}/P_{max}$ |
|---------------|---------|-------------------|---------------------|-----------------|-------------------|-------------------|
| 0.05          | Mindlin | 4.05              | 0.30                | 2.09            | 5.76              | 1.42              |
|               | 古典      | 4.81              | 0.06                | 1.74            | 7.53              | 1.57              |
| 0.1           | Mindlin | 10.78             | 0.34                | 1.22            | 19.40             | 1.80              |
|               | 古典      | 16.12             | 0.11                | 0.92            | 23.90             | 1.48              |
| 0.2           | Mindlin | 20.39             | 0.36                | 0.82            | 40.12             | 1.97              |
|               | 古典      | 35.37             | 0.17                | 0.47            | 71.70             | 2.03              |
| 0.3           | Mindlin | 26.02             | 0.34                | 0.72            | 54.79             | 2.11              |
|               | 古典      | 44.42             | 0.19                | 0.41            | 80.40             | 1.81              |
| 0.4           | Mindlin | 29.8              | 0.31                | 0.66            | 65.57             | 2.20              |
|               | 古典      | 49.01             | 0.195               | 0.39            | 89.41             | 1.82              |



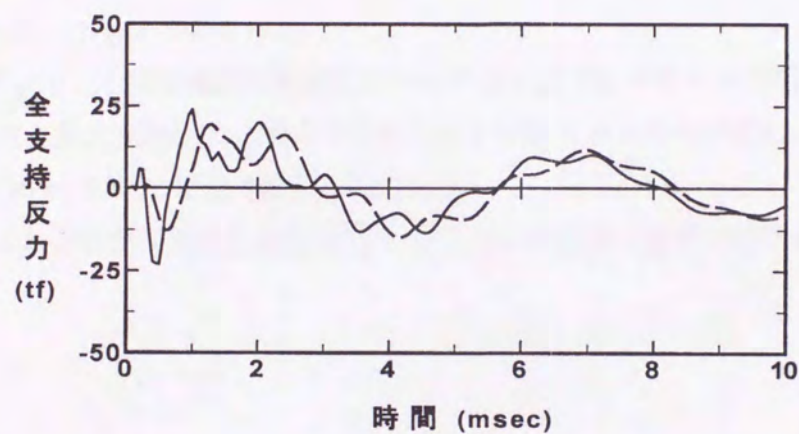
は無限版の場合の最大衝撃力に達する時間を表している式である。この式より、最大値に達する時間  $t_{\max}$  は床版厚を無限に取ると  $0.2msec$  に収斂していることがわかる。一方、Mindlin 板理論の場合では古典板理論の場合と異なり床版厚  $d=0.2m$  で最大値の達する時間が  $t_{\max}=0.36msec$  となり最も遅く、また Mindlin 板理論の場合は古典板理論の場合と比べて床版厚  $d=0.05\sim 0.4m$  に対して約 3 ~ 1.5 倍遅れて最大衝撃力が発生することがわかる。載荷継続時間  $t_d$  は両理論と比較すると、両理論ともに床版厚に比例して短くなり、特に古典板理論の場合は Mindlin 板理論の場合に比べて短くなっていることがわかる。これは Mindlin 板理論が回転慣性およびせん断変形を考慮したことによるものと考えられる。全支持反力  $V_{\max}$  は両理論ともに床版厚が厚くなるにつれて大きくなっていることがわかる。このことは、いずれの場合も床版厚が厚くなると床版の剛性が大きくなることによるものと考えられる。最大衝撃力に対する最大全支持反力との比は Mindlin 板理論の場合では床版厚が厚くなるにつれて単調増加しているが、古典板理論の場合は床版厚が厚くなっても多少上下する傾向にある。

以上のことから、Mindlin 板理論と古典板理論とを比較すると、せん断変形および回転慣性を考慮するか否かによって床版厚が厚くなると衝撃力およびそれに対応した全支持反力の応答に影響を及ぼしていることがわかった。

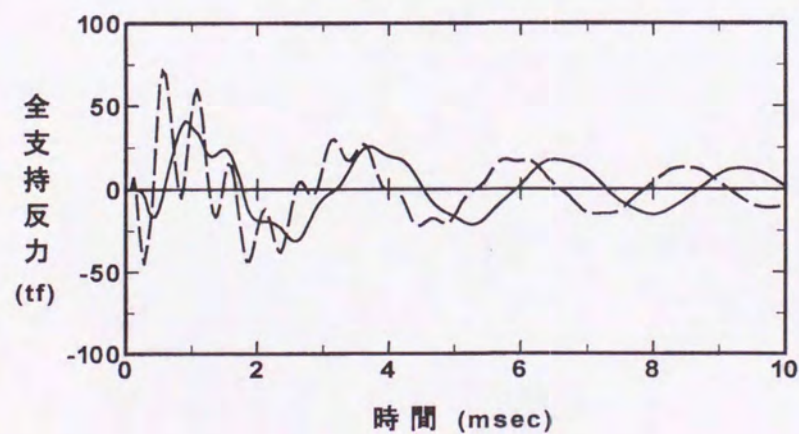




(a)  $d=0.05m$ の場合



(b)  $d=0.1m$ の場合



(c)  $d=0.2m$ の場合

図-2.19 全支持反力の時刻歴応答



## 2.4 結 論

本章では、平底重錘が四辺単純支持された矩形床版の中央に落下した場合の床版の衝撃挙動について Hertz の弾性接触理論を考慮に入れた Mindlin 板理論および古典板理論（無限の場合と有限版の場合）によって検討した。数値解析では特に床版厚の影響に着目し、まず最初に各版厚に対する衝撃力を求めた。さらに求めた衝撃力を床版に作用させてたわみ、曲げ歪、 $x$  方向せん断力および全支持反力等の衝撃挙動について両理論を比較し、古典板理論の適用性についても検討した。なお、本解析で用いた床版の物理定数等は主として文献 24) に示されている重錘落下衝撃実験データに基づいている。

得られた解析結果を、要約すると以下のようになる。

- 1) 古典板理論における矩形床版と無限版について比較すると、両者は最大衝撃力および最大衝撃力が発生する時間について一致していることから、これらを検討する場合は簡単な無限版の解を用いても十分適用可能であることがわかった。
- 2) 衝撃波動は Mindlin 板理論の場合はせん断波速度で、古典板理論では平面波に酷似した速度で床版を伝播していることがわかった。
- 3) 両理論の比較により、古典板理論の適用性については、以下に示すことが明らかとなった。
  - a) 最大衝撃力、最大支持反力、最大せん断力および各スパン方向分布については古典板理論の  $d/a \leq 0.05$  の場合で適用可能である。
  - b) 最大たわみおよび曲げ歪は古典板理論の  $d/a \leq 0.3$  の場合で適用可能である。



### 第3章 四辺単純支持複鉄筋RC矩形床板への重錘落下衝撃実験

#### 3.1 概 要

構造物の耐衝撃性に関する研究は数多く行われており、衝撃力の算定に関しては、ある程度合理的な推定が可能になってきたものと考えられるが、衝撃荷重に対する構造物の応答性状はいまだ解明されていないのが現状である。特に、土木建築構造物において最も多く用いられているRC構造は、鉄筋とコンクリートから構成される合成構造体であるために、衝撃初期のレベルより弾塑性的な挙動を示すために、より複雑な衝撃挙動を示すものと考えられる。また、耐衝撃性構造物は耐衝撃性を増すために複鉄筋断面とする場合が一般的であり、これらの構造物の合理的な耐衝撃設計法確立に向け理論的、実験的研究が急がれている。

本研究では、このような観点より複鉄筋断面RC床版の耐衝撃性の検討のために、床版模型による重錘落下衝撃実験を行った。本実験では、主に弾性から弾塑性初期の領域の挙動を調べることを目的としているため、衝突速度を最大  $4\text{m/sec}$  に限定し、衝撃力算定のために重錘加速度と、鉄筋に貼付した歪ゲージにより歪波形を測定することによって、その衝撃特性を実験的に調べることにした。

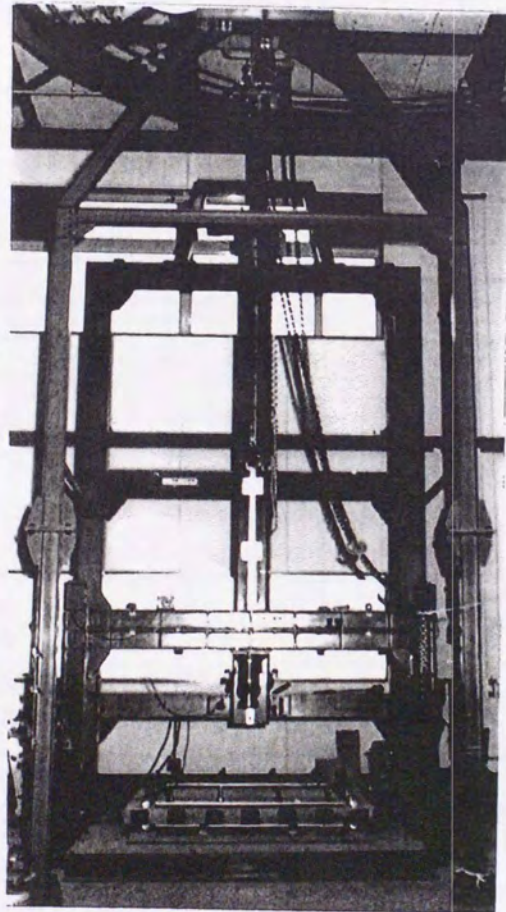


## 3.2 衝撃実験

### 3.2.1 衝撃荷重載荷装置

衝撃実験は、室蘭工業大学に設置している落錘衝撃万能試験機を用いて行った（写真－3. 1）。衝撃荷重は、先端が鋼製の円柱である重錘（ $\phi=15\text{cm}$ ， $W=70\text{kgf}$ ）を所定の高さにセットし、自由落下させることによって発生させている。重錘底部には片当たりを防止するために高さ $2\text{mm}$ の球底としている。

RC 床版の支持部は、四辺単純支持を仮定し、この仮定にできるだけ近づけるためと床版の跳ね返りを防止するために支持部、床版上下に鋼製ローラーを設置し、ボルトを用いて支持台に固定している。なお、衝撃荷重は試験体中央部に限定して載荷することとした。



写真－3.1 落錘衝撃万能試験



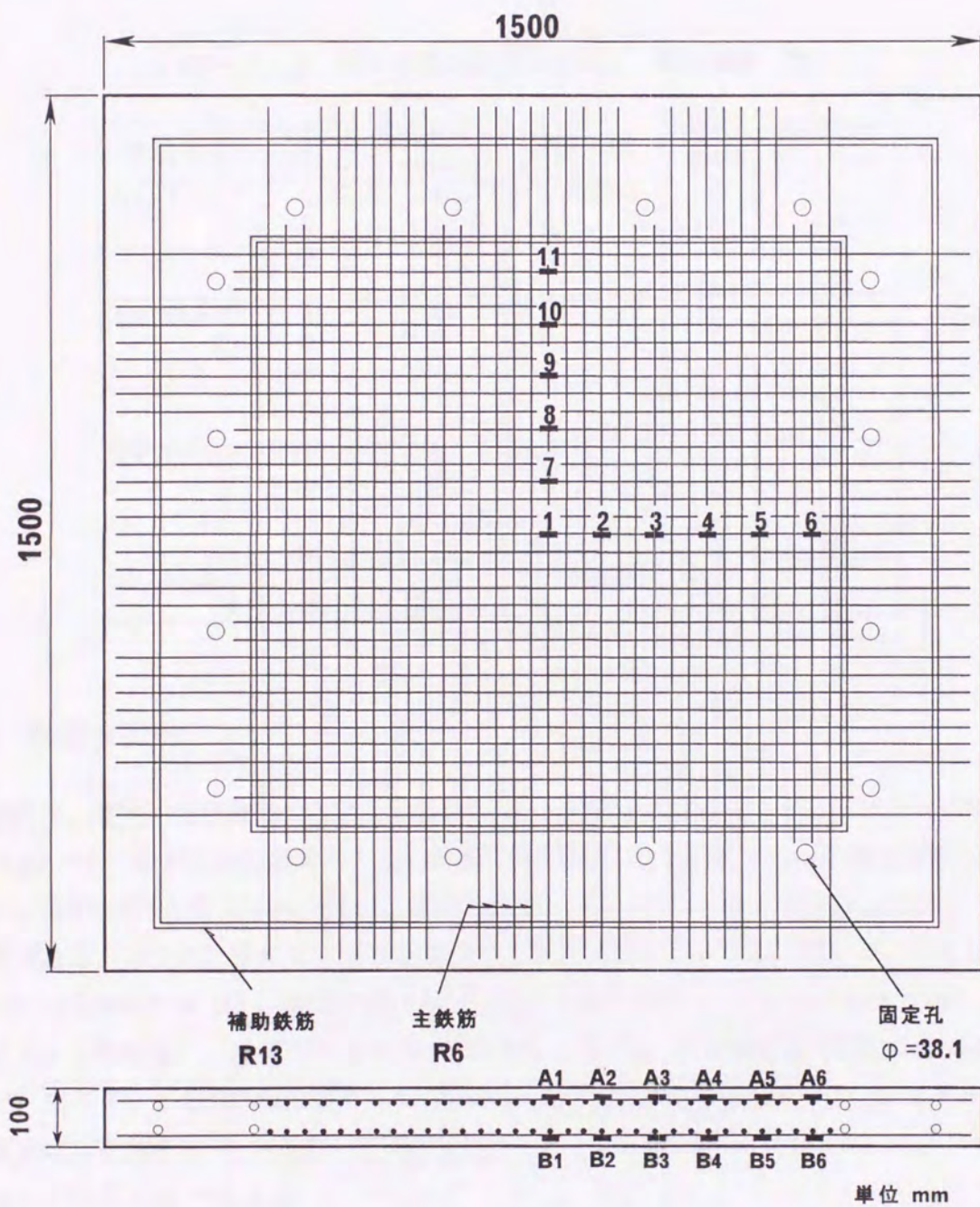


図-3.1 配筋図, 歪ゲージ位置



表-3.1 コンクリート配合表

| 設計基準強度<br>( $\text{kgf}/\text{cm}^2$ ) | 粗骨材の最大寸法<br>(mm) | スランプ<br>(cm)    | 空気量<br>(%)      | 水セメント比<br>W/C<br>(%) | 細骨材率<br>s/a<br>(%) | 単位量 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) |           |          |          |                                   |
|--|------------------|-----------------|-----------------|----------------------|--------------------|--------------------------------|-----------|----------|----------|-----------------------------------|
|  |                  |                 |                 |                      |                    | 水<br>W                         | セメント<br>C | 細骨材<br>S | 粗骨材<br>G | 混和剤<br>( $\text{ml}/\text{m}^3$ ) |
| 400                                    | 20               | 8.5<br>±<br>2.5 | 4.5<br>±<br>1.0 | 35.0                 | 40.3               | 151                            | 431       | 721      | 1069     | 4.31                              |

表-3.2 RC床版の試験体名および載荷順序一覧

| 試験体名           | 載荷番号 | 衝突速度<br>V(m/sec) | 試験体名           | 載荷番号 | 衝突速度<br>V(m/sec) |
|----------------|------|------------------|----------------|------|------------------|
| RC-SLB10<br>-1 | -1   | 1.0              | RC-SLB10<br>-5 | -1   | 1.0              |
|                | -2   | 1.0              |                | -2   | 4.0              |
|                | -3   | 3.0              |                | -3   | 4.0              |
|                | -    | -                |                | -4   | 4.0              |
| RC-SLB10<br>-2 | -1   | 2.0              | RC-SLB10<br>-6 | -1   | 2.0              |
|                | -2   | 2.0              |                | -2   | 3.0              |
|                | -3   | 4.0              |                | -3   | 4.0              |
|                | -    | -                |                | -4   | 4.0              |
| RC-SLB10<br>-3 | -1   | 1.0              | RC-SLB10<br>-7 | -1   | 3.0              |
|                | -2   | 4.0              |                | -2   | 1.0              |
|                | -    | -                |                | -3   | 1.0              |
|                | -    | -                |                | -4   | 4.0              |
| RC-SLB10<br>-4 | -1   | 2.0              | RC-SLB10<br>-8 | -1   | 4.0              |
|                | -2   | 3.0              |                | -2   | 4.0              |

### 3.2.2 実験供試体

試験体は、電力中央研究所で行われた衝撃実験<sup>5)</sup>と同様な形状寸法  $150\text{cm} \times 150\text{cm} \times 10\text{cm}$ 、かぶり  $1\text{cm}$  とし、鉄筋比は片側およそ 1% の複鉄筋断面とし、R6 を  $3.3\text{cm}$  間隔で配筋している。純スパンは2方向ともに  $125\text{cm}$  である。試験体に用いたコンクリートの配合は、表 3.1 に示すとおりである。以上の仕様により RC 床版を 8 体製作し実験を行った。表-3.1 には、試験体名 (RC-SLB10-7 ~ 14)、載荷番号 (落下回数) と衝突速度 ( $1 \sim 4\text{m}/\text{sec}$ ) を示している。コンクリート床版は、4 体ずつ 2 度に分けて打設したため 28 日圧縮強度や弾性係数が多少異なったが、表-3.2 の RC-SLB10-7 ~ 14 の 28 日圧縮強度は両者共に  $530\text{kgf}/\text{cm}^2$  である。また、弾性係数は、それぞれ  $E_1 = 3.13 \times 10^5 \text{kgf}/\text{cm}^2$ 、 $E_2 = 3.62 \times 10^5 \text{kgf}/\text{cm}^2$  であり、ポアソン比についてはいずれも 0.20 であった。



### 3.2.3 計測方法

計測システムのフローチャートを図-3.2に示す。本実験では測定用センサーとして歪ゲージ型加速度計と歪ゲージを用いている。加速度計は重錘の衝突衝撃力を求めるために重錘腹部に取り付け、落下速度に対応して 500 G と 1000 G タイプの 2 種類を使い分けている。また、歪ゲージは床版内の鉄筋部の応力波動伝播特性を検討するために上下端筋の外縁部に貼付することとした。本実験ではゲージ長 2mm, ゲージ抵抗 120  $\Omega$  の箔歪ゲージを使用し、キャプタイヤケーブルを用いた 3 線式 1 枚ゲージ法に基づいて測定を行っている。これら各センサーからの信号は最大 50KHz まで測定可能な直流増幅器を用いて増幅し、周波数特性が DC ~ 40 KHz である帯域用アナログデータレコーダに記録している。波形の再生は、最小サンプリングタイムが 1msec であるウェーブメモリーを介して任意の時間軸に拡大し、シンクロ스코ープに静止画像を発生させ写真撮影する方法によっている。

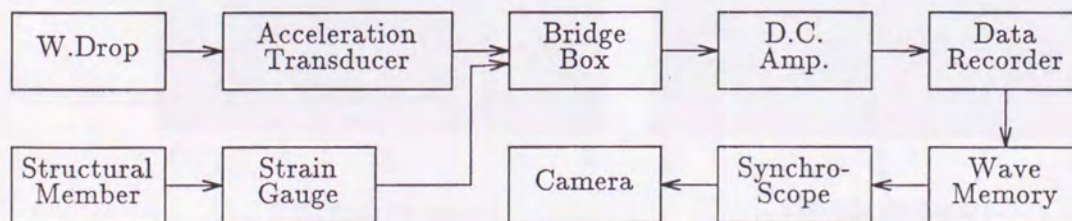


図-3.2 計測システムのフローチャート



### 3.3 実験結果および考察

実験は、表-3. 2に示したように、 $V=1, 2, 3, 4\text{m/sec}$ の衝突速度に対して必ず2枚の床版に処女載荷を行うように順序を設定して行った。以下に各項目についての実験結果および考察において、引張部のコンクリートにひび割れが発生せずRC部材の全断面が有効と考えられる状態を状態Ⅰ、引張部のコンクリートにひび割れが発生し引張部のコンクリートを無視して断面の算定を行うような状態を状態Ⅱと呼ぶこととする。

#### 3.3.1 重錘加速度の応答波形

図-3. 3は、RC-SLB10-5-1, RC-SLB10-6-1, RC-SLB10-7-1, RC-SLB10-8-1の各衝突速度に対する重錘の加速度波形を示している。 $W_{ac1}$ および $W_{ac2}$ は、重錘の点対称の位置に貼付された加速度計より求められる波形であり、ほぼ両者は同様な形状を示している。また、その応答値は両者異なる場合も見られるが、このことは床版と重錘の接触面が偏心していたものと思われる。図より第1波の波動継続時間はいずれの場合も $400 \sim 450\mu\text{sec}$ 程度であることがわかる。正の第2波目の波動は $V=1\text{m/sec}$ の場合には明確に示されているが、その他の場合には約 $10\text{KHz}$ の高周波が重ね合わされた状態となっている。主波動の周期を概算すると $0.9 \sim 1.0\text{msec}$ 程度である。この値は重錘底部中央部分を固定とする重錘の鉛直方向の最低次自由振動周期( $0.9\text{msec}$ )に

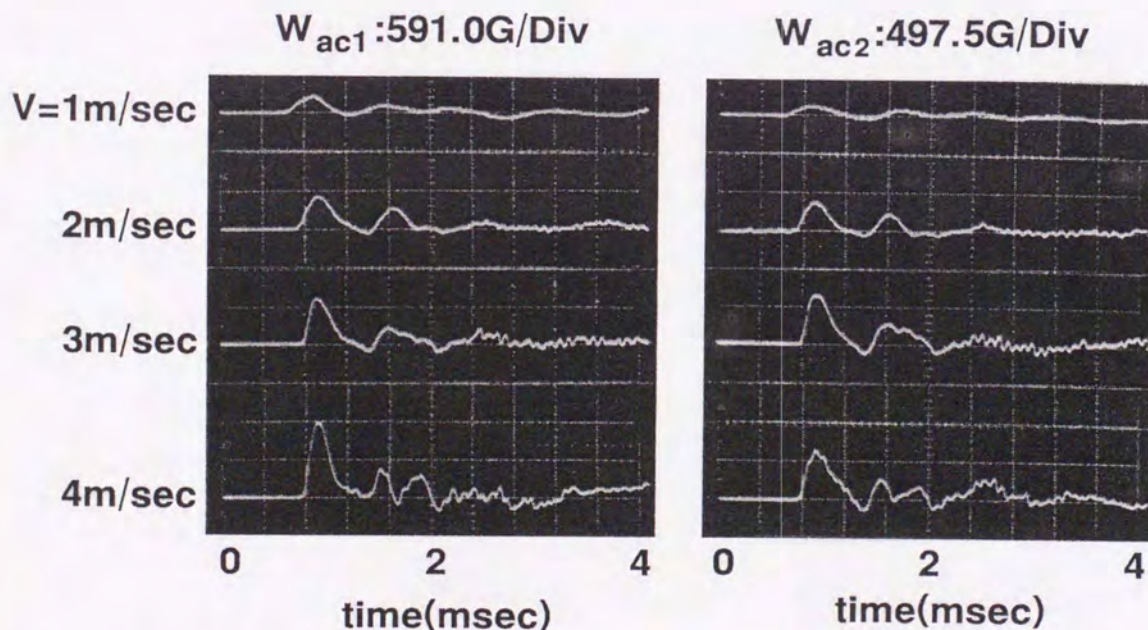


図-3.3 処女載荷時における重錘加速度の応答波形



近似しており、高さ  $2\text{mm}$  の球底部によって重錘の自由振動が励起しているものと考えられる。一方、約  $10\text{KHz}$  の高周波成分は、加速度計の固有周期に関するカタログ値が  $9\text{KHz}$  ( $500\text{G}$  加速度計)、 $12\text{KHz}$  ( $1000\text{G}$  加速度計) であることより、加速度計の固有周期が励起されているものと考えられる。

各衝突速度における最大加速度は、それぞれ約  $190\text{G}$ 、 $470\text{G}$ 、 $430\text{G}$ 、 $1650\text{G}$  とほぼ比例している。また、波形は周期約  $0.7\text{msec}$  の高周波となっており、主として衝撃の継続時間は衝突速度に依存せずに  $2\text{msec}$  程度であると思われる。



### 3.3.2 鉄筋歪の分布波形

図-3. 4には RC-SLB10-5-1 の衝突速度  $V=1\text{m/sec}$  に対する鉄筋各点の歪波形を示している。図中の A1 ~ A11 は上端筋の歪波形を、B1 ~ B11 は下端筋の歪波形を示している。なお、全計測時間は  $40\text{msec}$  であり、波形分布図は、基準軸より上側が引張歪、下側が圧縮歪を示している。

歪の最大値は載荷点直下に生じ、この実験では上端筋 (A1) で約  $300\mu$ 、下端筋 (B1) で約  $370\mu$  である。また、A2, B2 と A7, B7 では方向が  $90^\circ$  異なるが、A2, B2 はそれぞれ  $80\mu$  と  $110\mu$ 、A7, B7 は  $120\mu$  と  $270\mu$  であり、A7, B7 の方がかなり大きな歪となっている。載荷点近傍ではこのように上端筋と下端筋の歪に差があり、また中心部の下端筋には僅かではあるが残留歪も見られ、載荷点近傍の床版裏面ではひび割れが発生しているものと推察される。局所的なコンクリートの歪を測定することはかなり困難であり、床版の裏面のひび割れ状況も各衝撃回数ごとに確認していない（最終衝撃後確認）ので明かではないが、鉄筋歪から推定すると下縁のコンクリートは、中央部分でコンクリートの曲げ引張強度を越える応力となり、局所的にひび割れが生じているものの、床版全体としては弾性状態を保持しているものと考えられる。

応答の時間的变化では、初期の約  $4\text{msec}$  の間で大きく、次第に減衰し床版の固有周期（約  $4.9\text{msec}$ ）に近い自由振動へ移行している。これらのことから、載荷点直下の裏面のコンクリートに生じた局所的な塑性変形は、全体的な衝撃応答にはそれほど影響を与えず、ほぼ弾性的に挙動していることがわかる。また、A2, B2 から A6, B6 までの歪では、波動の初期に上下端筋の歪に符号の逆転現象が見られ波動の進行に伴い負の曲げモーメントが生じている。これは、波動の先端が固定端のように挙動していることを示しているものと考えられる。

図-3. 5には RC-SLB10-8-1 の衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  に対する鉄筋各点の歪波形を示している。歪の最大値は載荷点直下の上端筋 (A1) で  $1500\mu$ 、下端筋 (B1) で  $1300\mu$  である。他の測点歪は A2 ( $250\mu$ )、B2 ( $700\mu$ )、A7 ( $450\mu$ )、B7 ( $800\mu$ )、A8 ( $350\mu$ )、B8 ( $800\mu$ ) といずれもかなり大きな値を示している。 $V=1\text{m/sec}$  の場合と比較すると載荷点では約 4 倍その他の点では 4 ~ 6 倍くらいであり、ほぼ速度に比例しているようである。波形は衝撃初期の  $6\text{msec}$  の間で大きく、この場合は減衰自由振動状態へ移行することなく急激に減衰し引張側では残留歪も見られ、引張側にかなりのひび割れが生じていることがわかる。また、この場合も衝撃初期では A2 ~ B6 の歪に符号の逆転現象が現れ波動先端が固定端のようになっていることがわかる。これより、 $V=4\text{m/sec}$  の場合では  $V=1\text{m/sec}$  の場合と異なり、ほぼ床版の裏面全体にひび割れが進展し塑性化が進行していることから、床版全体が状態 II となっているものと考えられる。



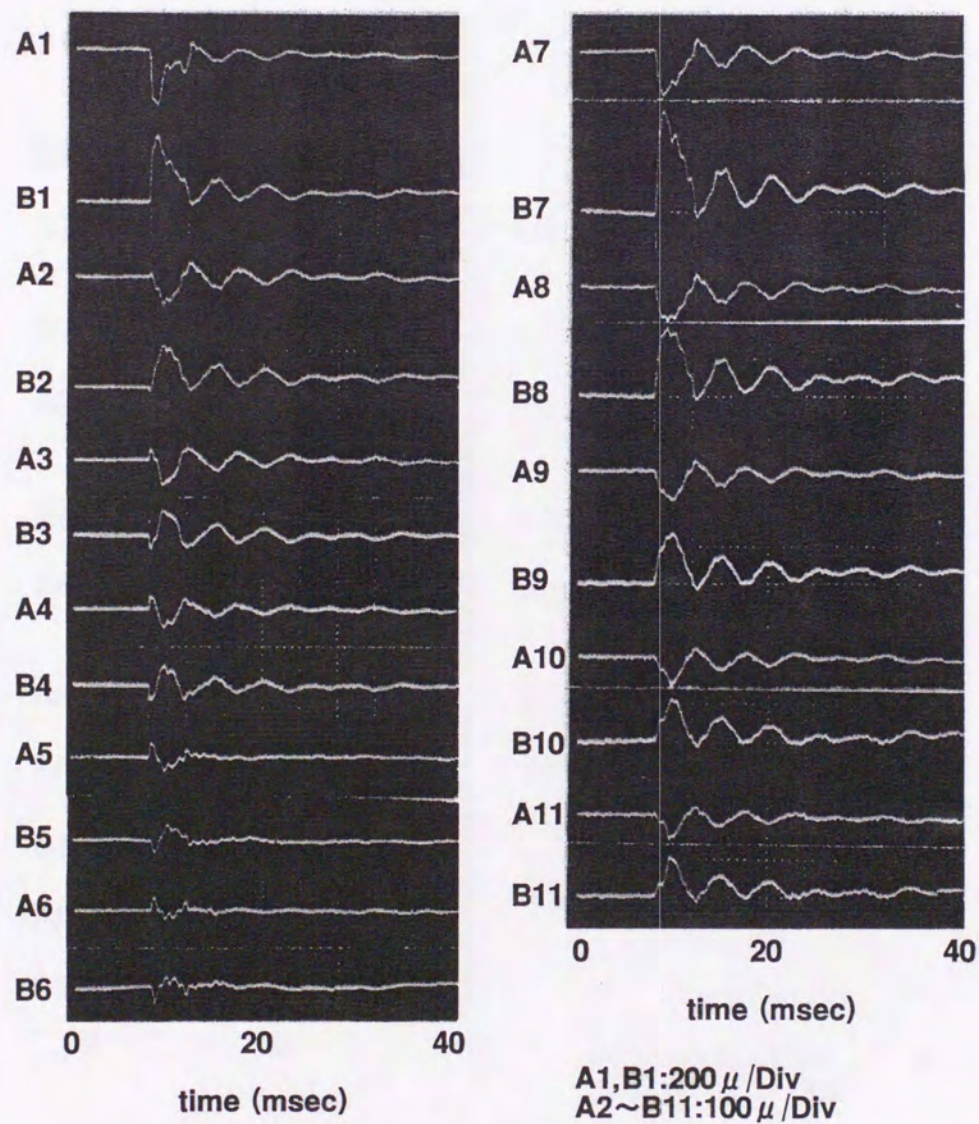


図-3.4 衝突速度  $V=1\text{m/sec}$  の場合に対する鉄筋歪波形



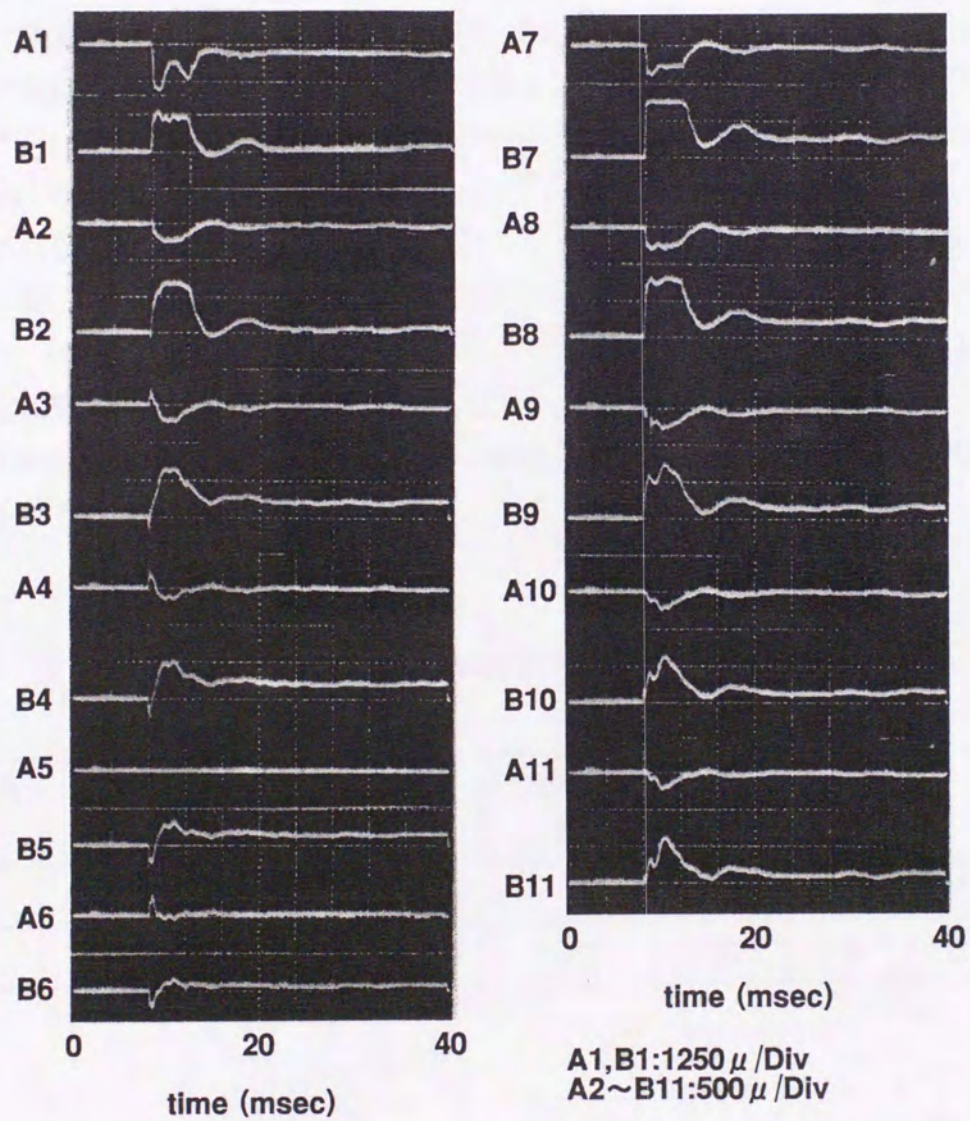


図-3.5 衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  の場合に対する鉄筋歪波形



### 3.3.3 衝撃履歴の影響

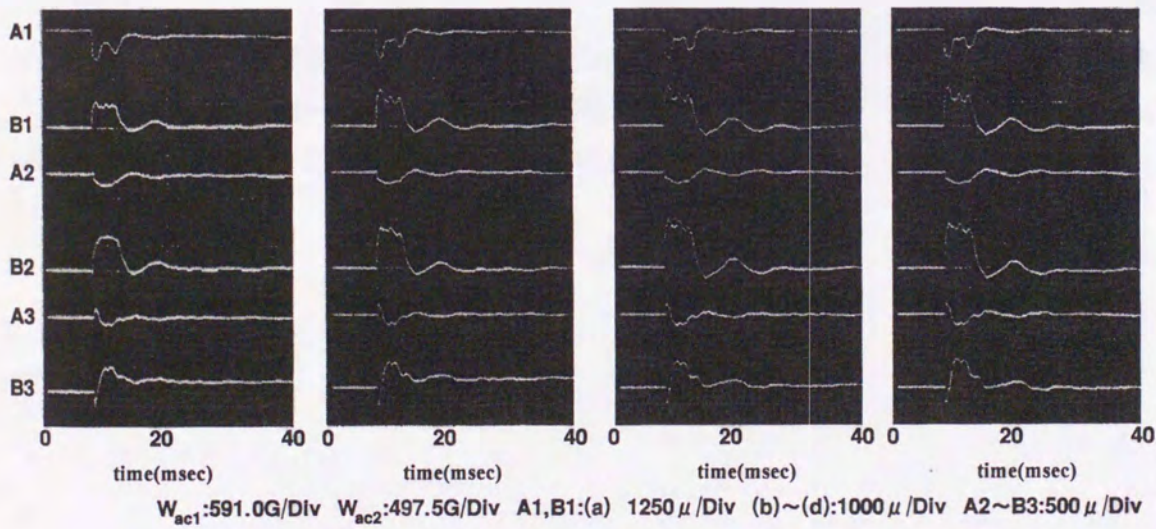
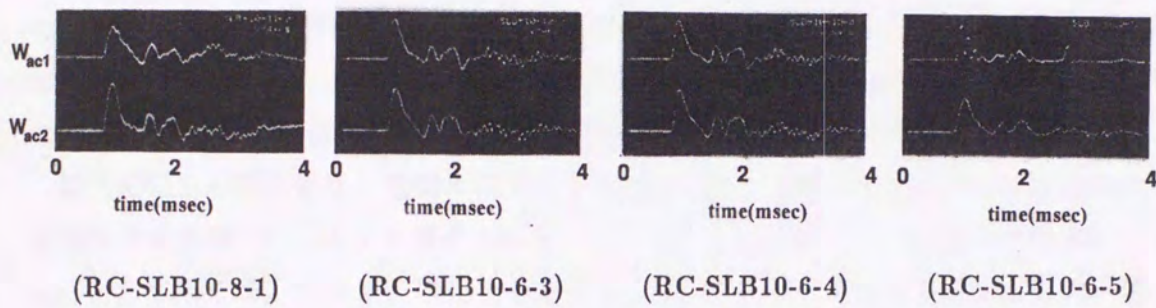
衝撃荷重を受けひび割れが発生した後の RC 版の衝撃に対する挙動を検討するため、繰り返し衝撃を与え重錘加速度および鉄筋歪を測定した。衝撃速度  $V=4\text{m/sec}$  の結果を図-3.6 に示した。(a) 図は RC-SLB10-8 の処女載荷の場合であり、(b) 図は RC-SLB10-6 の  $2\text{m/sec}$  と  $3\text{m/sec}$  の衝撃を受けた後  $4\text{m/sec}$  の衝撃を与えた場合であり、(c) , (d) 図はさらに続けて  $4\text{m/sec}$  の衝撃を与えたものである。(a) と (b) ~ (d) とでは試験体が異なるため同一の条件ではないので直接的な比較は困難であるが、全体として波形はほぼ近似しているものと思われる。

測定点 A1, A2, B1, B2 の上および下端筋の最大歪を表-3.3 に示している。特徴的なことは、(a) 図の場合では初期衝撃後ほとんど振動することなく急激に減衰し下端筋には残留歪もかなりの測点で見られるのに比べ (b) ~ (d) 図では初期衝撃後僅かではあるが減衰自由振動を示すようになり残留歪も見られなくなる。すなわち、同程度の繰り返し衝撃に対して、RC 床版は引張側にひび割れが生じた状態で安定し、断面全体としては弾性的な挙動を示しており、いわゆる鉄筋コンクリート構造として衝撃力に抵抗していることがわかる。このことは、衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  の第1回目の衝撃では衝撃によるエネルギーがひび割れの進展に消費され歪エネルギーの蓄積が行われ自由振動を起こすためと考えらる。また、(b) ~ (d) 図の鉄筋歪は  $V=1\text{m/sec}$  の場合に比べて約 4 倍の値を示している。鉄筋歪から推測すると圧縮側のコンクリートの応力は最大で  $300 \sim 400\text{kgf/cm}^2$  (載荷点直下) を生じており、許容応力をはるかに越えていると思われるが数回の衝撃に対しては安定している。これより、RC 床版第1回目載荷の時点で床版裏面全体にひび割れが発生して状態 II となり、その後繰り返し載荷による剛性低下の割合は小さいものと考えられる。

表-3.3 繰り返し載荷時の各測定点の最大上下端筋歪

| 上端筋歪( $\mu$ )<br>測定点 | (a)   | (b)   | (c)   | (d)   | 下端筋歪( $\mu$ )<br>測定点 | (a)  | (b)  | (c)  | (d)  |
|----------------------|-------|-------|-------|-------|----------------------|------|------|------|------|
| A1                   | -1500 | -1200 | -1200 | -1200 | B1                   | 1300 | 1700 | 1700 | 1800 |
| A2                   | -250  | -250  | -250  | -250  | B2                   | 700  | 850  | 1000 | 1000 |





第1回目載荷  
(a)

第2回目載荷  
(b)

第3回目載荷  
(c)

第5回目載荷  
(d)

図-3.6 衝突速度  $V=4m/sec$  の場合に対する繰り返し載荷時の重錘加速度および鉄筋歪



### 3.3.4 最大衝撃力

落石防護工などの設計に際し、RC 床版の衝撃挙動を考察するとともに、衝撃力の算定も重要な問題となる。最大衝撃力に関しては、いくつかの理論があげられるが、本研究では重錘の衝突速度を小さくし弾性理論が適用できる範囲内に限って実験を行っているので、2.2.3 で示した 2.39) 式を用いて求めた。解析式および解法については、前章で述べられているので省略することにする。

本章では、 $E=2.785 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ 、 $\nu=0.2$ 、 $r_a=7.5 \text{ cm}$ 、 $d=10 \text{ cm}$ 、重錘質量  $M=70 \text{ kg}$ 、床版の密度  $\rho=2.5 \text{ t/m}^3$  として古典板理論による無限版の場合の理論値を求めた。本解析値では、2.39) 式の時間関数部の平方根の中が負の値となるため過減衰状態となり、関数も三角関数型から双曲線関数型に変換される。また、前述したように両供試体の弾性係数には相違がみられるため、本章では、 $E_1$  の値を基準値として用い衝撃力を補正して理論値との比較検討を試みた。

最大衝撃力の実験値は、重錘に取り付けた加速度計より得られる加速度の履歴曲線の最大値に重錘の質量を乗じることにより求めている。2.39) 式 から計算される衝撃力の時間分布を  $V=1 \text{ m/sec}$  として示せば、図-3.7 のようである。2.42) 式から得られる最大衝撃力が発生する時間は約  $t=0.11 \text{ msec}$  である。また、載荷継続時間は 2.39) 式から厳密には得られないが、ほぼ  $2.0 \text{ msec}$  と考えられる。これを図-3.3 で示した実験波形と比較すると最大衝撃力を与える時間は実験では約  $0.16 \text{ msec}$  ぐらいでありやや大きい、衝撃継続時間はほぼ等しいと考えられる。実験波形は理論波形に周期  $0.9 \text{ msec}$  程度の高周波形成分が重なっているが、これは 3.3.1 で述べたとおりである。図-3.8 に実験および理論より求められた最大衝撃力と衝突速度との関係を示している。 $V > 1 \text{ m/sec}$  の場合では、RC 床版における理論値は実験値の下限值に近い値を与えている。図より本実験の範囲では落下回数による衝撃力の低下は見られないようである。以上により、弾性接触論から求められる衝撃力の算定式は、本実験の範囲で求められた RC 床版の衝撃力の下界値に近い値を与えるものと考えられる。



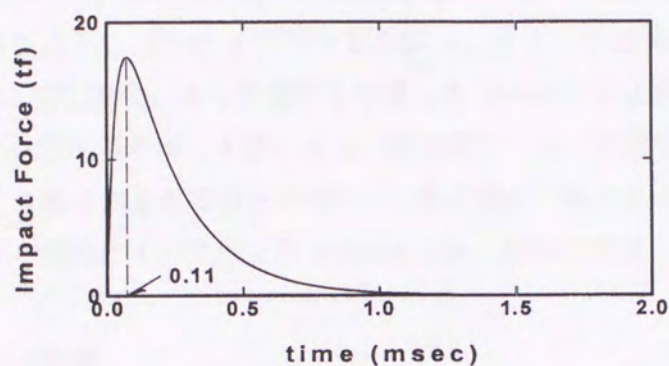


図-3.7  $V=1\text{m/sec}$  における衝撃力の時刻歴応答

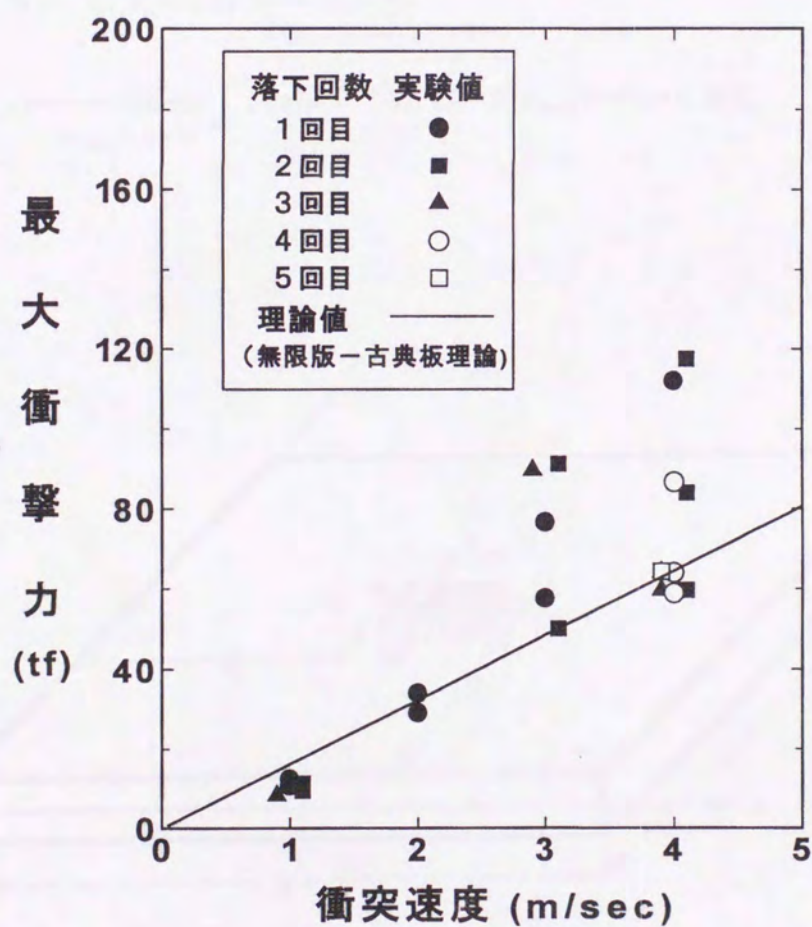


図-3.8 最大衝撃力



### 3.4 衝撃応答解析

図-3.9に示したように、密度  $\rho$ 、ポアソン比  $\nu$ 、 $x$  方向の長さ  $a$ 、 $y$  方向の長さ  $b$ 、板厚  $d$  の軸対称矩形床版の中央点  $(\xi, \eta)$  に  $x$  方向の載荷幅  $u$ 、 $y$  方向の載荷幅  $v$  の等分布荷重強度  $q(x, y, t)$  が古典板理論と回転慣性、せん断変形を考慮した Mindlin 修正板理論を用いた床版に作用した場合の曲げ歪の動的応答をモード法によって理論解析する。本解析は第2章において集中荷重  $P$  を分布荷重  $q$  で置き換えた場合と同様なので両理論ごといたわみと曲げ歪の結果のみを示す。なお、用いている記号はすべて第2章で用いたものと同様である。

#### 3.4.1 古典板理論の場合

鉛直たわみ  $w$  は 2.15) 式に 2.24a) および 2.24b) 式を適用すると、より、

$$w(x, y, t) = \frac{4ab}{\rho d m n u v \pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_{mn}(x, y) \phi_b(u, v)}{N_{mn}^2} Q_{mn}(t) \quad (3.5)$$

$$\text{ところで、} \phi_b(u, v) = \sin \frac{m\pi u}{2a} \sin \frac{n\pi v}{2b}$$

$$Q_{mn}(t) = \frac{1}{\omega_{mn} \sqrt{1-h^2}} \int_0^t P(\tau) e^{-h\omega_{mn}\tau} \sin \sqrt{1-h^2} \omega_{mn}(t-\tau) d\tau \text{ とおく。}$$

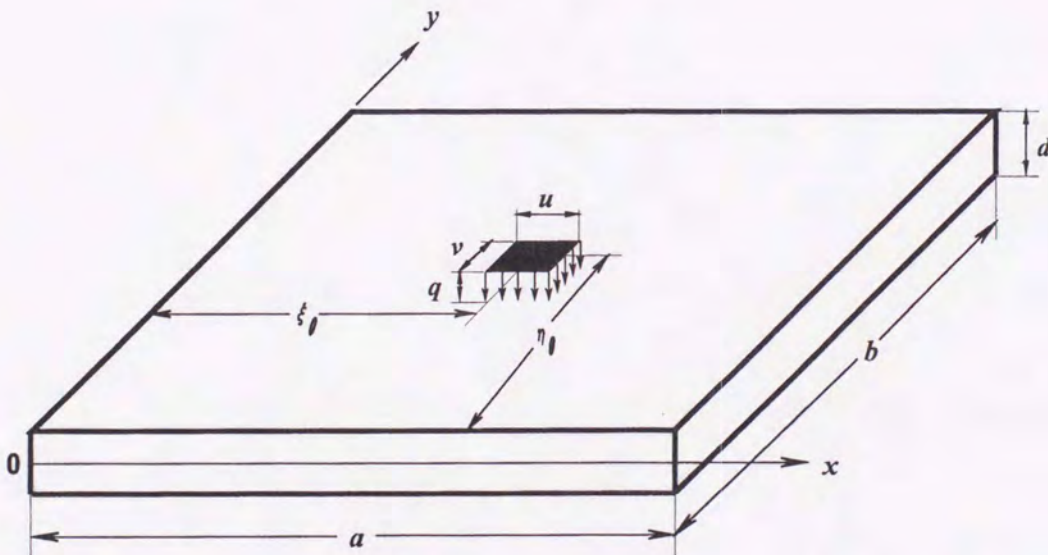


図-3.9 衝撃荷重を受ける周辺単純支持された矩形床版モデル



3.5) 式を 2.20) ~ 2.21) 式に代入して  $x$  方向および  $y$  方向の曲げ歪を求めると,

$$\varepsilon_{xx} = \frac{4abz}{\rho d m n u v \pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{m\pi}{a} \right]^2 \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_{mn}(x, y) \phi_b(u, v)}{N_{mn}^2} Q_{mn}(t) \quad (3.6)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{4abz}{\rho d m n u v \pi^2} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n\pi}{b} \right]^2 \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_{mn}(x, y) \phi_b(u, v)}{N_{mn}^2} Q_{mn}(t) \quad (3.7)$$

### 3.4.2 Mindlin板理論の場合

Mindlin 修正板理論の場合も第2章で解析した結果とほぼ同様となるので鉛直方向のたわみと曲げ歪のみを示すことにする.

$$w(x, y, t) = \frac{4ab}{\rho d m n u v} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\phi_{mn}(\xi_0, \eta_0) \phi_w(x, y) \phi_b(u, v)}{N_{jmn}^2} Q_{jmn}(t) \quad (3.8)$$

ところで,  $Q_{jmn}(t) = \frac{1}{\omega_{jmn} \sqrt{1-h^2}} \int_0^t P(\tau) e^{-h\omega_{jmn}\tau} \sin \sqrt{1-h^2} \omega_{jmn}(t-\tau) d\tau$  とおく.

3.8) 式を 2.52) ~ 2.53)' 式に代入して  $x$  方向および  $y$  方向の曲げ歪を求めると,

$$\varepsilon_{xx} = \frac{-4abz}{d m n u v \pi^2} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{m\pi}{a} \right] Q_{jmn}(t) B'_{jmn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{-4abz}{d m n u v \pi^2} \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n\pi}{b} \right] Q_{jmn}(t) C'_{jmn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (3.10)$$



### 3.5 実験結果と応答解析結果との比較および考察

実験に用いた RC 床版を対象として、板理論を用いてモード法によって衝撃応答解析を行い、実験で得られた結果との比較を試みることにする。数値計算における物理定数は 3.3.4 で用いているものと同値である。また、修正板理論における位相速度の場合は高振動数になると表面波レーレー波に漸近することから平均せん断係数は第 2 章で求めた  $\kappa^2=0.83$  を用いることとする。衝撃力は、実験で得られたものを用いることとしたが、応答加速度波形から得られる衝撃力をそのまま用いるのではなく図-3.7 で求めた理論波形を参考として、衝撃時間を  $1.5\text{msec}$  と仮定し最大衝撃力と結び直線的に単純化した三角波形を用いることとした。

図-3.10(a) に衝突速度  $V=1\text{m/sec}$  のときの衝撃力の波形を、また図-3.10(b) に衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  のときの衝撃力の波形を示した。減衰定数は実験結果を参考に  $h=0.1$  としている。

図-3.11(a) に衝突速度  $V=1\text{m/sec}$  としたときの下端筋歪の応答波形の結果と実験結果とを併せて示した。実験結果は中央点以外の測定点の応答波形では多少大きい値となっているものの中央点以外ではかなりよく一致している。また、衝撃初期の挙動や衝撃後の減衰自由振動への移行の様子および床版の固有周期など実験結果を示すものとなっており、この例のような弾性範囲内の衝撃挙動は、床版のモード解析で十分解析できることがわかる。なお、この場合の最大衝撃力と同じ大きさの荷重が、同じ分布面積で静的に載荷したとすれば、このときの鉄筋歪の最大値は、平版の弾性解析から約  $400\mu$  となり、本実験および応答解析から得られる最大歪  $330 \sim 370\mu$  と比べるとやや大きい値となった。

図-3.11(b) には、衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  の場合の応答解析結果を示した。実験結果は前述したように引張側コンクリートにひび割れが生じ塑性状態になっている。従って、ここで用いた弾性解析結果は十分実験結果に一致しなかったものの、衝撃初期の挙動については中央点や支点付近での最大値を含め、歪の逆転現象などよく説明しているものと思われる。

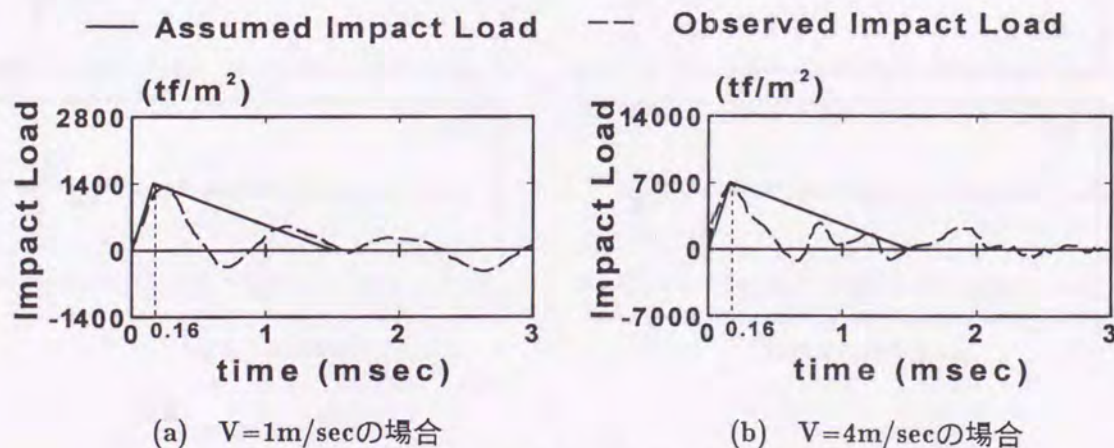


図-3.10 衝突速度  $V=1, 4\text{m/sec}$  の場合の衝撃波形



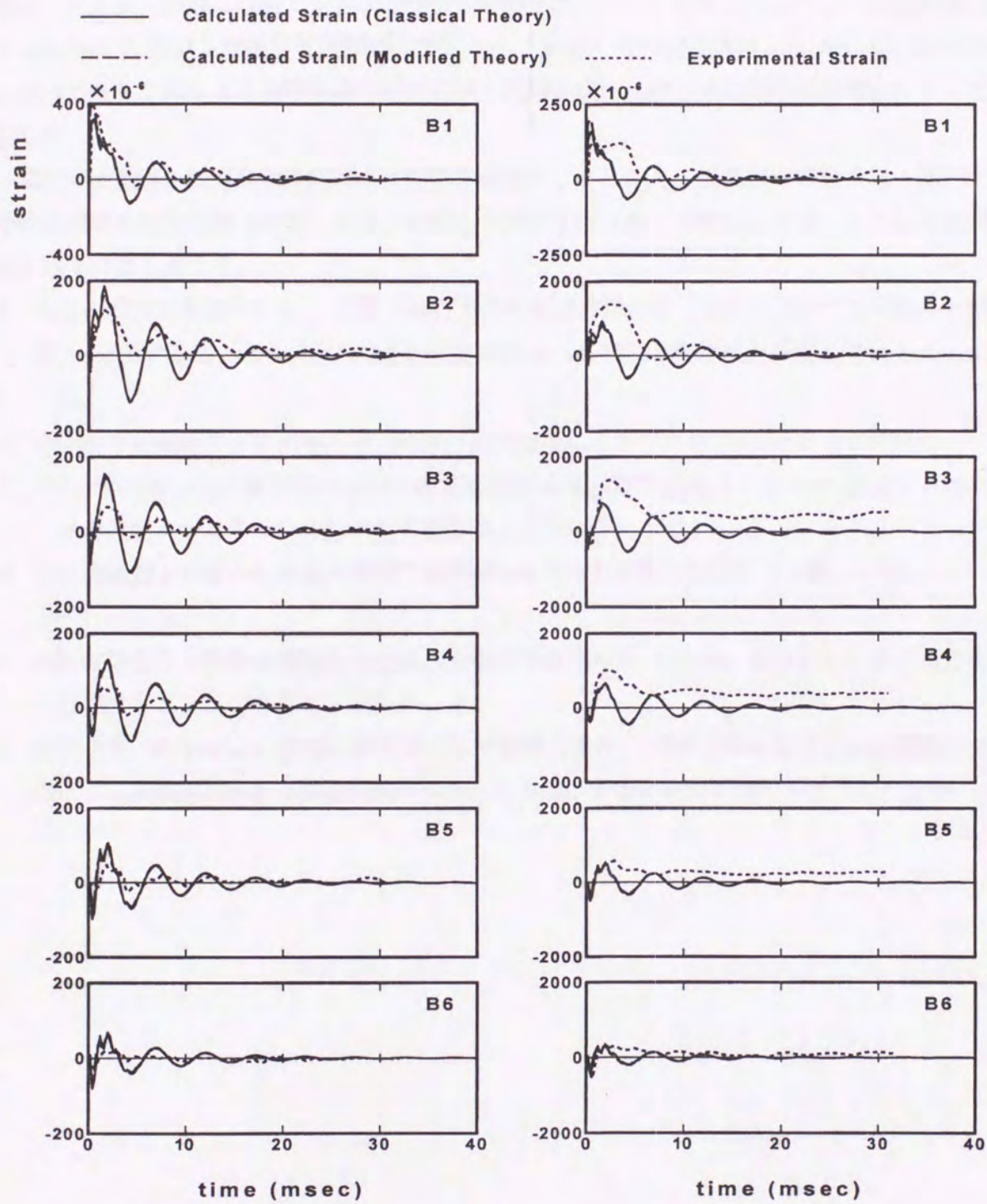
(a)  $V=1\text{m/sec}$ の場合(b)  $V=4\text{m/sec}$ の場合

図-3.11 下端筋歪における時刻歴応答の比較



### 3.6 結 論

鉄筋コンクリート構造物の耐衝撃性を検討するために、本論文では、 $150\text{cm} \times 150 \times 10\text{cm}$  の鉄筋コンクリート床版を作製し主に弾性領域の挙動を調べることを目的として、衝突速度を最大  $V=4\text{m/sec}$  に限定し重錘落下衝撃実験を行った。また、古典板理論および Mindlin 修正板理論を用いてモード法による衝撃応答解析を行い、実験結果と比較し理論解析の有効性についても検討した。

実験では重錘の加速度や鉄筋部の歪波形を測定することより、最低固有振動状態に移行するまでの過渡的な応答状態の把握、および衝撃力の算定を行った。本実験より得られた結果を要約すると以下のようなになる。

- 1) 各点の歪の応答波形から、波動の進行方向の歪は衝撃の極く初期の段階では床版の上側で引張、下側で圧縮となり波動の先端が固定端のように挙動し衝撃波が伝播していることがわかった。
- 2) 本実験での重錘による衝撃の継続時間は衝突速度によらずほぼ  $2\text{msec}$  のようである。
- 3) RC 床版では下側の鉄筋歪が大きく本実験結果では、衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  程度でもコンクリートの裏面にかなりひび割れが生じ残留歪も大きいことがわかった。
- 4) 弾性接触論から導かれる最大衝撃力と実験から得られた最大衝撃力は比較的一致していることがわかった。
- 5) 応答波形を行う場合の衝撃波形は最大衝撃力と継続時間  $1.5\text{msec}$  で与えられる三角分布として近似することができることがわかった。
- 6) 衝突速度  $V=1\text{m/sec}$  程度の低速度の落下衝撃の場合、弾性理論に基づく両板理論のモード法による衝撃応答解析は実験結果から得られた RC 床版の衝撃挙動をかなりよく説明できる。



## 第4章 四辺単純支持PC床版への重錘落下衝撃実験

### 4.1 概 要

各種交通の防災施設としてのロックシェッドや、原子力発電所等の重要施設構造物は衝撃的な荷重载荷に対しても十分安全でなければならない。このような構造物を合理的に設計するためには、緩衝材を用いず直接構造物に衝撃荷重が作用する場合には構造部材の局所的な耐衝撃特性を、緩衝材を用い衝撃エネルギーの吸収および荷重作用時間を延長させる場合にはその緩衝システムの特長や構造物全体の動的応答性状の把握が必要であるものと考えられる。これより、第3章では、複鉄筋断面 RC 床版への重錘落下衝撃実験を行い RC 床版の耐衝撃挙動について明らかにした。

衝撃荷重载荷時の PC 構造体の動的挙動は、初期応力を受けているためひび割れの制御等で RC 構造体とは異なることが予想される。PC 構造物の合理的な耐衝撃設計法の確立のためには、貫通、裏面剥離が起こる場合は勿論のこと、それらが発生しない程度の衝突衝撃荷重に対する応答性状も含めた理論的および実験的研究を行うことが必要である。

本研究では、このような観点より床版模型を用いて弾性から塑性初期領域までの PC 部材の衝撃応答性状を明らかにすることを目的として、重錘衝撃の衝突速度を最大  $4\text{m/sec}$  に限定した場合の重錘落下衝撃実験を行い、第3章で示した RC 矩形床版の挙動と比較する形で検討を行った。また、本実験では初期導入応力を  $50\text{kgf/cm}^2$  としている。



## 4.2 衝撃実験概要

衝撃実験は、室蘭工業大学に設置している落錘衝撃万能試験機を用いて行った（写真-3.1）。衝撃荷重は、先端が鋼製の円柱である重錘（ $\phi=15\text{cm}$ ， $W=70\text{kgf}$ ）を所定の高さにセットし、自由落下させることによって発生させている。重錘底部には片当たりを防止するために高さ $2\text{mm}$ の球底としている。

PC床版の支持部は、四辺単純支持を仮定し、この仮定にできるだけ近づけるためと床版の跳ね返りを防止するために支持部、床版上下に鋼製ローラーを設置し、ボルトを用いて支持台に固定している。なお、衝撃荷重は試験体中央部に限定して載荷することとした。

試験体は、電力中央研究所で行われた衝撃実験<sup>5)</sup>と同様な形状寸法 $150\text{cm} \times 150\text{cm} \times 10\text{cm}$ 、かぶり $1\text{cm}$ とし、鉄筋比は片側およそ1%の複鉄筋断面とし、R6を $3.3\text{cm}$ 間隔で配筋している。純スパンは2方向ともに $125\text{cm}$ である。また、プレストレスは2方向に断面平均に $50\text{kgf}/\text{cm}^2$ の応力を導入することとし、各方向に直径 $13\text{mm}$ のPC鋼棒を断面中心部に配置した。プレストレス力の導入は床版の上下面に歪ゲージを貼付し、導入応力を計測しながら行っている。プレストレス力は床版両端部鋼棒に $7.5\text{tf}$ 、内部の鋼棒に $12\text{tf}$ 導入している。歪ゲージの貼付位置および配筋図を図-4.1に示す。試験体に用いたコンクリートの配合は、表-4.1に示すとおりである。以上の仕様によりPC床版を8体製作し実験を行った。表-4.2には、試験体名（PC-SLB10-9~16）、載荷番号（落下回数）と衝突速度（ $1 \sim 4\text{m}/\text{sec}$ ）が示されている。コンクリート床版は、4体ずつ2度に分けて打設したため28日圧縮強度や弾性係数が多少異なったが、表-4.2のPC-SLB10-9~12の28日圧縮強度は $567.9\text{kgf}/\text{cm}^2$ 、PC-SLB10-13~16は $570.4\text{kgf}/\text{cm}^2$ である。また、弾性係数は、それぞれ $E_1=3.13 \times 10^5\text{kgf}/\text{cm}^2$ 、 $E_2=3.62 \times 10^5\text{kgf}/\text{cm}^2$ であり、ポアソン比についてはいずれも0.20であった。

比較のために用いたRC床版に関する実験内容は前章で示した表-3.2であり、PC床版と同一の形状かつ配筋を有するものである。また、コンクリートの物性値は、28日圧縮強度が $530\text{kgf}/\text{cm}^2$ 、弾性係数が $3.24 \times 10^5\text{kgf}/\text{cm}^2$ 、ポアソン比が0.2である。計測システムのフローチャートおよび測定用センサーは全て前章の場合と同様である。



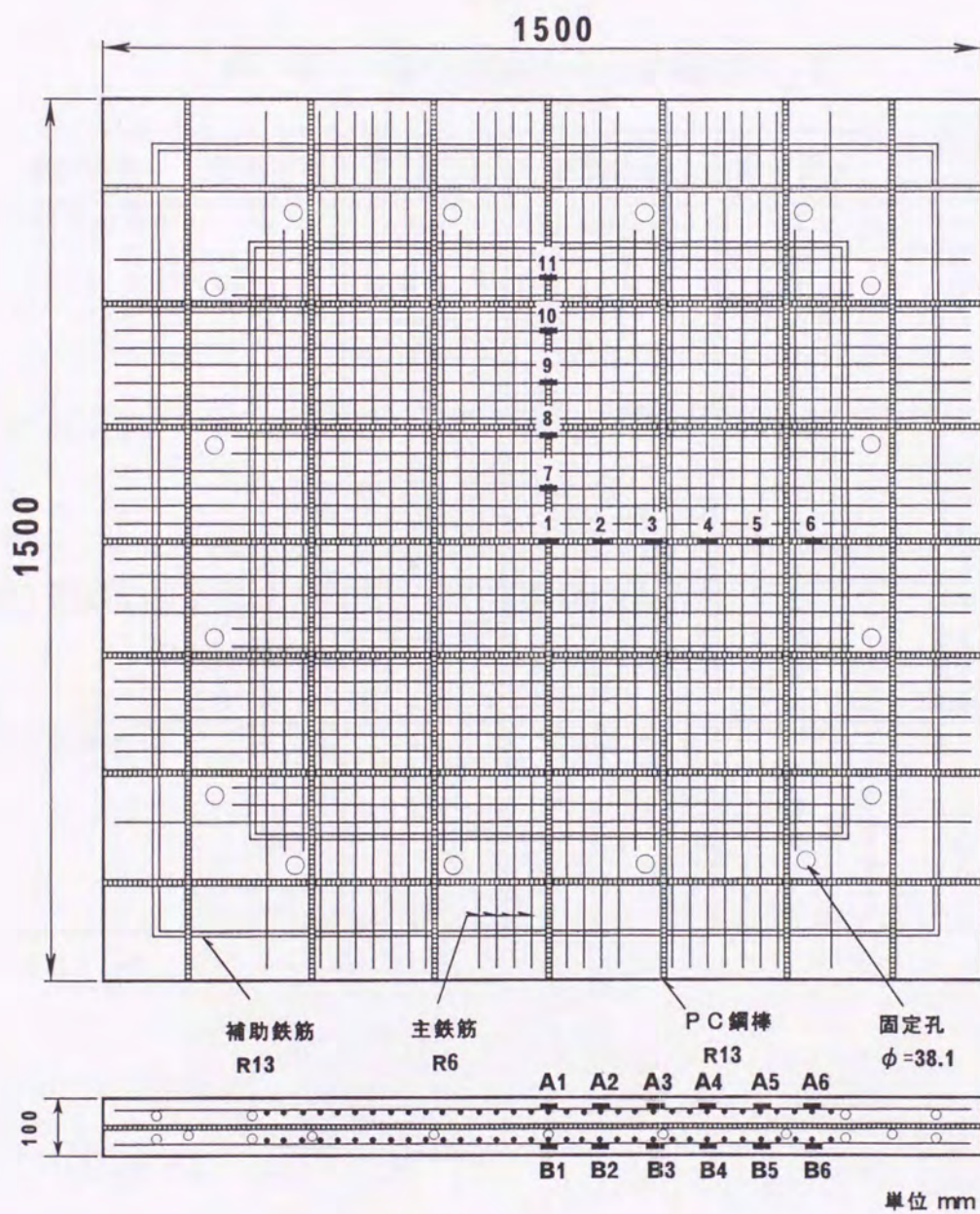


図-4.1 歪ゲージ貼付位置および配筋図



表-4.1 コンクリート配合表

| 設計基準強度<br>( $\text{kgf}/\text{m}^2$ ) | 粗骨材の最大寸法<br>(mm) | スラ<br>ンプ<br>(cm) | 空気量<br>(%)      | 水セメ<br>ント比<br>W/C<br>(%) | 細骨<br>材率<br>s/a<br>(%) | 単位量 ( $\text{kg}/\text{m}^3$ ) |           |          |          |                                   |
|---------------------------------------|------------------|------------------|-----------------|--------------------------|------------------------|--------------------------------|-----------|----------|----------|-----------------------------------|
|                                       |                  |                  |                 |                          |                        | 水<br>W                         | セメント<br>C | 細骨材<br>S | 粗骨材<br>G | 混和剤<br>( $\text{ml}/\text{m}^3$ ) |
| 400                                   | 20               | 8.5<br>±<br>2.5  | 4.5<br>±<br>1.0 | 35.0                     | 40.3                   | 151                            | 431       | 721      | 1069     | 4.31                              |

表-4.2 PC床版の試験体名および載荷順序一覧

| 試験体名        | 載荷番号 | 衝突速度<br>V( $\text{m}/\text{sec}$ ) | 試験体名        | 載荷番号 | 衝突速度<br>V( $\text{m}/\text{sec}$ ) |
|-------------|------|------------------------------------|-------------|------|------------------------------------|
| PC-SLB10-9  | -1   | 1.0                                | PC-SLB10-13 | -1   | 1.0                                |
|             | -2   | 1.0                                |             | -2   | 1.0                                |
|             | -3   | 2.0                                |             | -3   | 2.0                                |
|             | -4   | 3.0                                |             | -4   | 3.0                                |
|             | -5   | 4.0                                |             | -5   | 4.0                                |
|             | -6   | 4.0                                |             | -6   | 4.0                                |
| PC-SLB10-10 | -1   | 2.0                                | PC-SLB10-14 | -1   | 2.0                                |
|             | -2   | 2.0                                |             | -2   | 2.0                                |
|             | -3   | 2.0                                |             | -3   | 2.0                                |
|             | -4   | 3.0                                |             | -4   | 3.0                                |
|             | -5   | 4.0                                |             | -5   | 4.0                                |
| PC-SLB10-11 | -1   | 3.0                                | PC-SLB10-15 | -1   | 3.0                                |
|             | -2   | 3.0                                |             | -2   | 3.0                                |
|             | -3   | 4.0                                |             | -3   | 4.0                                |
|             | -4   | 4.0                                |             | -4   | 4.0                                |
| PC-SLB10-12 | -1   | 4.0                                | PC-SLB10-16 | -1   | 4.0                                |
|             | -2   | 4.0                                |             | -2   | 4.0                                |
|             | -3   | 4.0                                |             | -3   | 4.0                                |
|             | -4   | 4.0                                |             | -4   | 4.0                                |
|             | -5   | 4.0                                |             | -5   | 4.0                                |
|             | -6   | 4.0                                |             | -6   | 4.0                                |



### 4.3 実験結果および考察

実験は、表-4. 2に示したように、 $V=1, 2, 3, 4\text{m/sec}$  の衝突速度に対して必ず2枚の床版に処女載荷を行うように載荷順序を設定して行った。以下に各項目についての実験結果および考察において、引張部のコンクリートにひび割れが発生せず RC あるいは PC 部材の全断面が有効と考えられる状態を状態 I、引張部のコンクリートにひび割れが発生し引張部のコンクリートを無視して断面の算定を行うような状態を状態 IIと呼ぶこととする。

#### 4.3.1 重錘加速度の応答波形

図-4. 3は、PC-SLB10-13-1, PC-SLB10-10-1, PC-SLB10-15-1, PC-SLB10-16-1 の各衝突速度に対する重錘の加速度波形を示している。 $W_{ac}$  は、重錘の点対称の位置に貼付された加速度計より求められる波形の1つである。図より第1波目の波動継続時間はいずれの場合も  $400 \sim 450\mu\text{sec}$  程度であることがわかる。正の第2波目の波動は  $V=1\text{m/sec}$  の場合には明確に示されているが、その他の場合には約  $10\text{KHz}$  の高周波が重ね合わされた状態となっている。主波動の

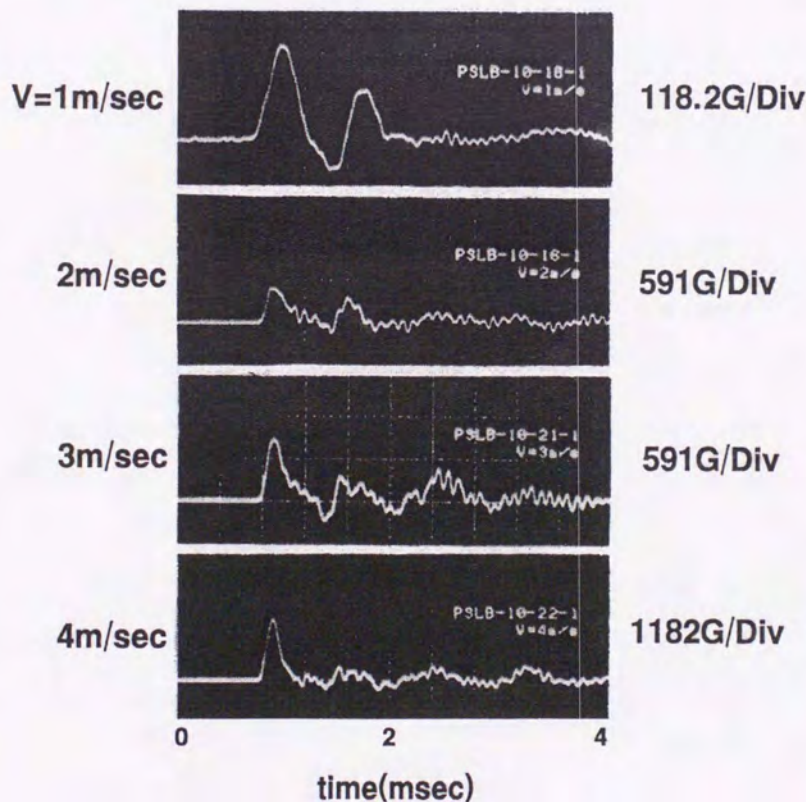


図-4.2 処女載荷時における重錘加速度の1 応答波形



周期を概算すると  $0.9 \sim 1.0 \text{ msec}$  程度である。このことは前章でも述べたように、この値は重錘底部中央部分を固定とする重錘の鉛直方向最低次自由振動周期 ( $0.9 \text{ msec}$ ) に近似しており、高さ  $2 \text{ mm}$  の球底部によって重錘の自由振動が励起しているものと考えられる。一方、約  $10 \text{ KHz}$  の高周波成分は、加速度計の固有周期に関するカタログ値が  $9 \text{ KHz}$  ( $500 \text{ G}$  加速度計),  $12 \text{ KHz}$  ( $1000 \text{ G}$  加速度計) であることより、加速度計の固有周期が励起されているものと考えられる。

同一の形状寸法、鉄筋比を有する RC 床版に関する実験結果と比較すると、両者ほぼ同様な応答波形を示しており、プレストレス導入による重錘加速度波形への影響は現れていないようである。また、各衝突速度における最大加速度は、それぞれ約  $250 \text{ G}$ ,  $470 \text{ G}$ ,  $830 \text{ G}$ ,  $1650 \text{ G}$  となっている。



### 4.3.2 鉄筋歪波形の分布特性

#### (a) 歪の時刻歴応答

図-4. 3 は、PC-SLB10-9-1 の衝突速度  $V=1\text{m/sec}$  に対する鉄筋各点の歪波形を示している。図中の A1 ~ A11 は上端筋の歪波形を、B1 ~ B11 は下端筋の歪波形を示している。なお、全計測時間は  $40\text{msec}$  であり、波形分布図は、基準軸より上側が引張歪、下側が圧縮歪を示している。歪の最大値は、荷重載荷点直下に生じ、上端筋の A1 では約  $-160\mu$ 、下端筋の B1 では約  $280\mu$  である。A2, B2 と A7, B7 はお互いに直角方向の歪成分であるが、A2, B2 は  $\pm 70\mu$ 、A7, B7 はそれぞれ  $-100\mu$ ,  $140\mu$  となっており、A7, B7 の方が大きな歪となっている。この現象は、RC 床版 (図-3. 4) も同様である。実験結果よりプレストレスを考慮すると中心部下端筋で  $120\mu$  程度の実引張歪となり未だ弾性状態であるものと考えられるが、中心部上下縁には僅かであるが残留歪が発生している。歪波形は荷重が除荷したと考えられる約  $4\text{msec}$  経過した時点で急激に減衰し、その後、この床版の最低次固有周期 (約  $5\text{msec}$ ) に近い周期を有する減衰自由振動へ移行している。衝撃初期においては A2 ~ B6 の歪に符号の逆転現象が見られることから、波動の進行に伴い床版に負の曲げモーメントが生じていることがわかる。これは波動先端部が固定端のように挙動していることを示しているものと考えられる。

図-4. 4 は、PC-SLB10-16-1 の衝突速度  $4\text{m/sec}$  における鉄筋各点の歪波形を示している。なお、RC-SLB10-8-1 (図-3. 5) と比較することにする。歪の座標に関しては図-4. 3 と同様である。PC 床版の鉄筋歪の応答波形をみると、下端筋の最大歪は B1 で約  $1000\mu$ 、上端筋の最大歪は A1 で約  $-320\mu$  となっており圧縮歪に比べて引張歪の方が約 3 倍強大きな応答値となっている。これより、床版の中心部分では、ひび割れが発生して剛性が低下しているものと推測されるが、衝撃荷重除荷後は  $V=1\text{m/sec}$  の場合と同様な減衰自由振動状態に移行している。これは載荷点近傍がひび割れ発生によって局部的に剛性が低下するものの載荷点から離れた領域 (B3, 9以遠) ではプレストレスの効果によってひび割れ発生が阻止され、全体としては残留歪も少なく弾性に近い状態で振動しているものと考えられる。

一方、RC 床版の場合には、 $V=1\text{m/sec}$  に対する歪波形を図-3. 4 に示したが、このときは荷重除荷後、この床版の固有周期に近い周期が  $5\text{msec}$  前後の減衰自由振動を示し PC 床版と同様の挙動を示すことが明らかになっている。これに対して、図-3. 5 に示した  $V=4\text{m/sec}$  の場合では、衝撃荷重載荷時に載荷点において  $6\text{msec}$  程度で最大歪が上下縁で  $\pm 1250\mu$  程度の応答を示すが、除荷後は PC 床版のような減衰自由振動を示すことなく急激に減衰し、残留歪値に収斂している。また、ゲージ B5, B11 点においても  $200\mu$  以上の歪が発生しており、ほぼ床版の裏面全体においてひび割れが発生し上下端筋の歪成分はそれぞれ圧縮、引張領域内のみで変動しているようである。RC 床版でも、PC 床版と同様に A2, B2 と A7, B7 とを比較すると A7, B7 の方が大きい値を示す傾向にある。



これより、本実験の範囲では、PC 床版は重錘重量  $70\text{kgf}$ 、衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  程度の衝突衝撃荷重に対して振動周期が約  $5.5\text{msec}$  となり  $V=1\text{m/sec}$  の場合よりも若干長くなるものの、 $V=1\text{m/sec}$  の場合と同様減衰自由振動を示し状態 II での弾性振動状態を保持しているものと考えられる。また、ひび割れ発生領域を載荷点近傍に限定している。このことは、平均応力  $50\text{kgf/cm}^2$  のプレストレスが、効果的に作用していることを明示している。



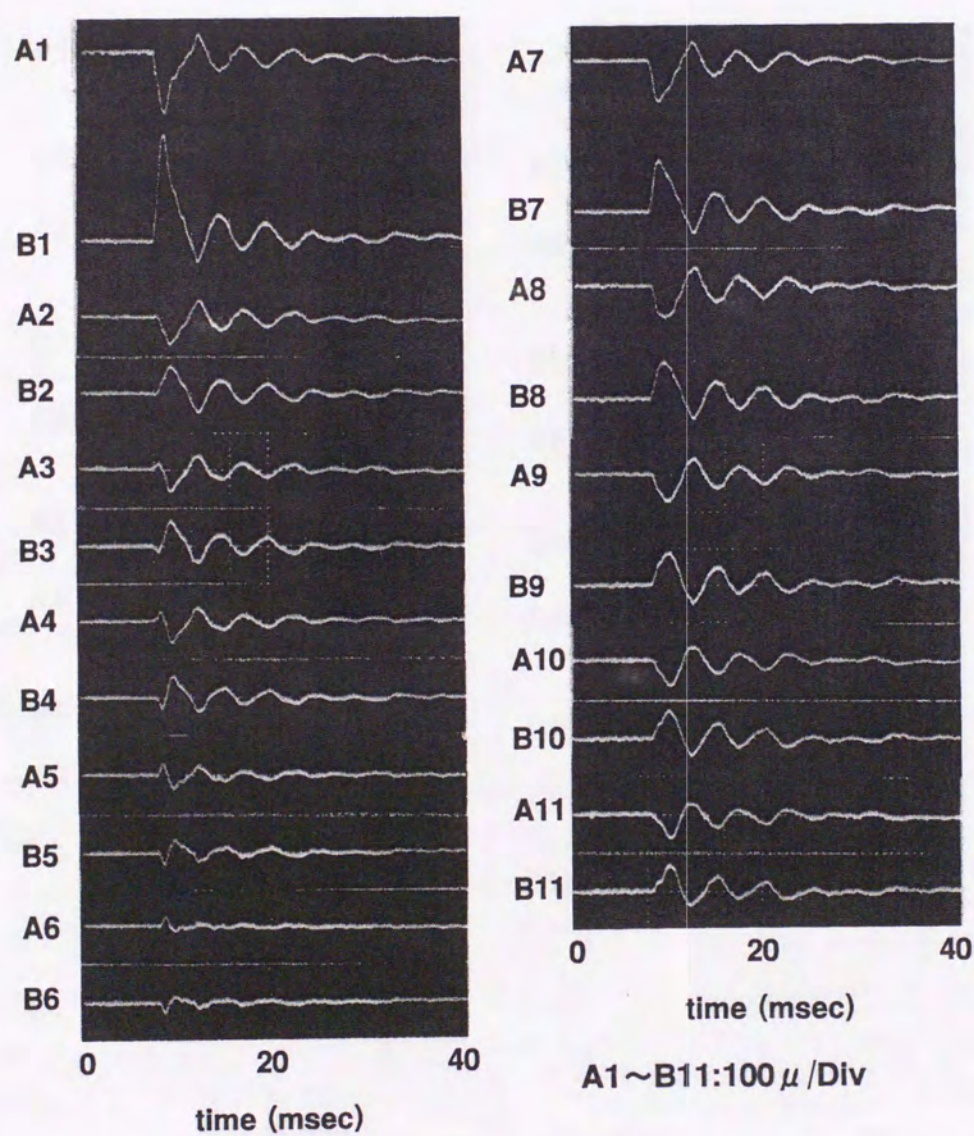


図-4.3 衝撃速度  $V=1\text{m/sec}$  におけるPC-SLB-9の上下端筋歪波形



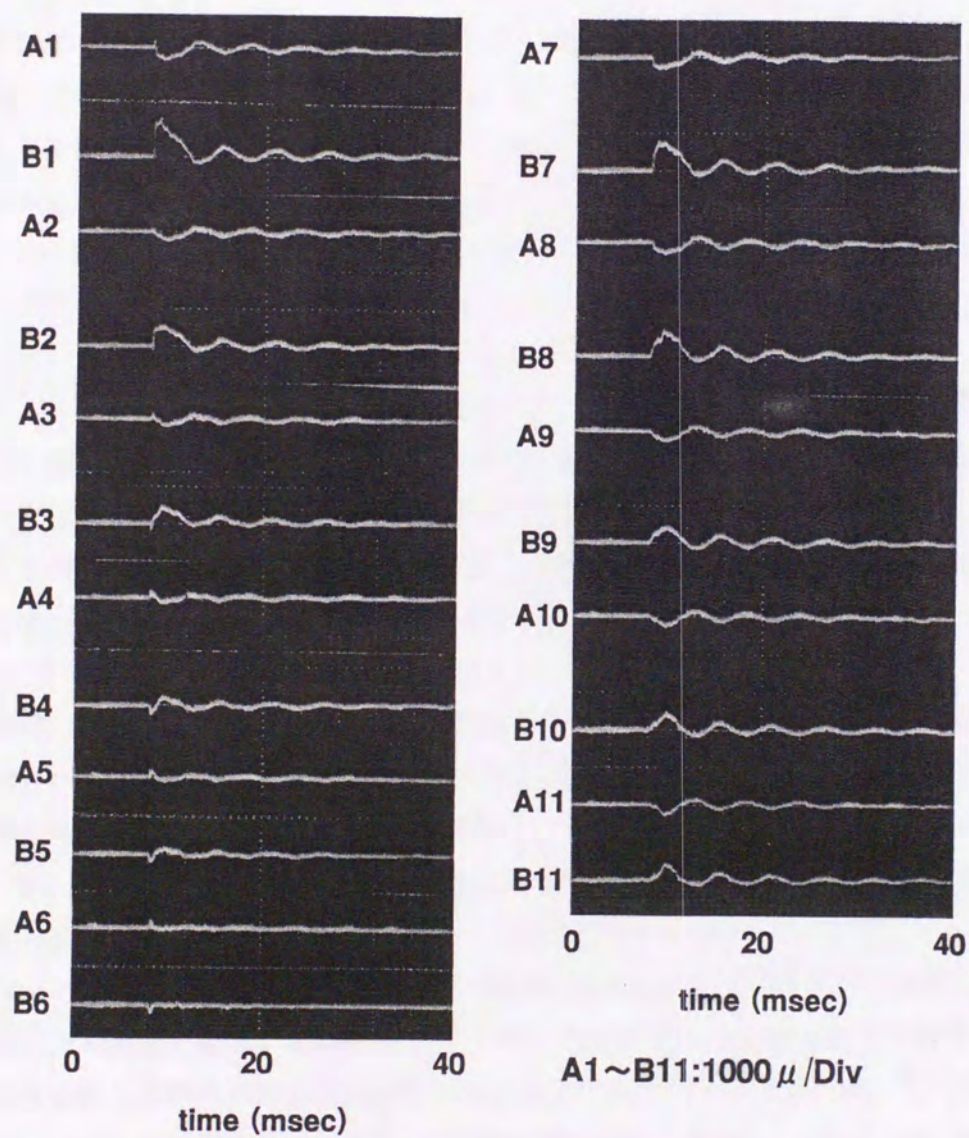


図-4.4 衝撃速度  $V=4\text{m/sec}$  におけるPC-SLB-16の上下端筋歪波形



## (b) スパン方向の下端筋歪分布

図-4. 5, 4. 6 は処女載荷時の衝突速度が  $V=1\text{m/sec}$ ,  $4\text{m/sec}$  における各時間ステップの床版下端筋の歪分布を RC 床版の場合と比較して示している. 図-4. 5 は衝突速度が  $V=1\text{m/sec}$  における結果である.  $t=0.2 \sim 2\text{msec}$  までの歪分布より, PC, RC 床版とも衝撃荷重による主歪波動が支持点に向かって伝播しやがて低次の振動モードを形成する状態がわかる.  $t=0.8 \sim 1\text{msec}$  までは PC, RC 床版ともほぼ同様の歪分布を示している.  $t=1\text{msec}$  以降  $4\text{msec}$  までは, PC 床版の場合には, プレストレスを考慮した実引張歪が  $120\mu$  程度で未だひび割れが発生していないと思われ, 各点の歪は零レベルまで徐々に減少している. 一方, RC 床版の場合は B3 ~ B6 点までは PC 床版と同様に挙動しているようであるが, B1 ~ B2 点では PC 床版の場合よりも大きい値を示し,  $t=3.5\text{msec}$  までは減少の時間的な割合も小さいが,  $3.5 \sim 4\text{msec}$  で急激に零レベルに戻っていることがわかる. PC 床版の場合と対比して考えると, これは荷重載荷点近傍にひび割れが発生して剛性が局部的に低下しその結果荷重の低下と対応して歪が減少できないことを示しているものと思われる.  $t=4\text{msec}$  以降において, PC 床版の場合は図-4. 5 に示されるように自由振動状態であることが確認できる.

一方, RC 床版の場合は 4.3.2 で述べたように各点の歪波動から減衰自由振動状態に移行していることが明らかになっているが, 本歪分布図からは確認することが困難である. これはひび割れの進行等によって零点が移動したためと考えられる.

図-4. 6 には衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  の場合における結果を示している. この場合は PC, RC 床版ともに衝撃初期より載荷点で  $500\mu$  以上の歪が発生しているが,  $V=1\text{m/sec}$  の場合と同様に主波動の支点方向への伝播状況が明確に示されている.  $t=0.2\text{msec}$  では PC, RC 床版ともほぼ同じような歪分布を示しているが, それ以降では特に載荷点直下で RC 床版の場合が PC 床版より大きな値を示している. PC 床版の場合は最大約  $1000\mu$  の歪が発生し, プレストレスを考慮してもひび割れが発生しているものと考えられるが, 最大歪発生後徐々に減少し,  $V=1\text{m/sec}$  の場合と同様に  $t=4\text{msec}$  でほぼ零レベルとなっている. これは前述のように, 載荷点近傍部 (B1 ~ B3) でひび割れが発生して剛性も低下しているが, プレストレスの効果によりひび割れ発生領域が制御され, 弾性状態に近い挙動を示しているものと考えられる.

一方, RC 床版の場合は B4 ~ B5 点 近傍まで  $500\mu$  程度の歪が発生してほぼ床版の裏面全体にひび割れが進展しているようである. また, 載荷点部は  $t=5.5\text{msec}$  で零レベルに戻っており,  $V=1\text{m/sec}$  の場合や PC 床版の場合に比べ一層塑性化が進行しているものと推察される.

以上より, 本実験の範囲では載荷点部が  $1000\mu$  程度の歪が発生するような場合において, RC 床版の場合にはひび割れが周辺部に進展し広い領域で塑性化が進行するが, PC 床版の場合にはプレストレスが有効に作用してひび割れが載荷点近傍のみで発生し, ほぼ一様な減衰振動状態を示すことが明らかになった.



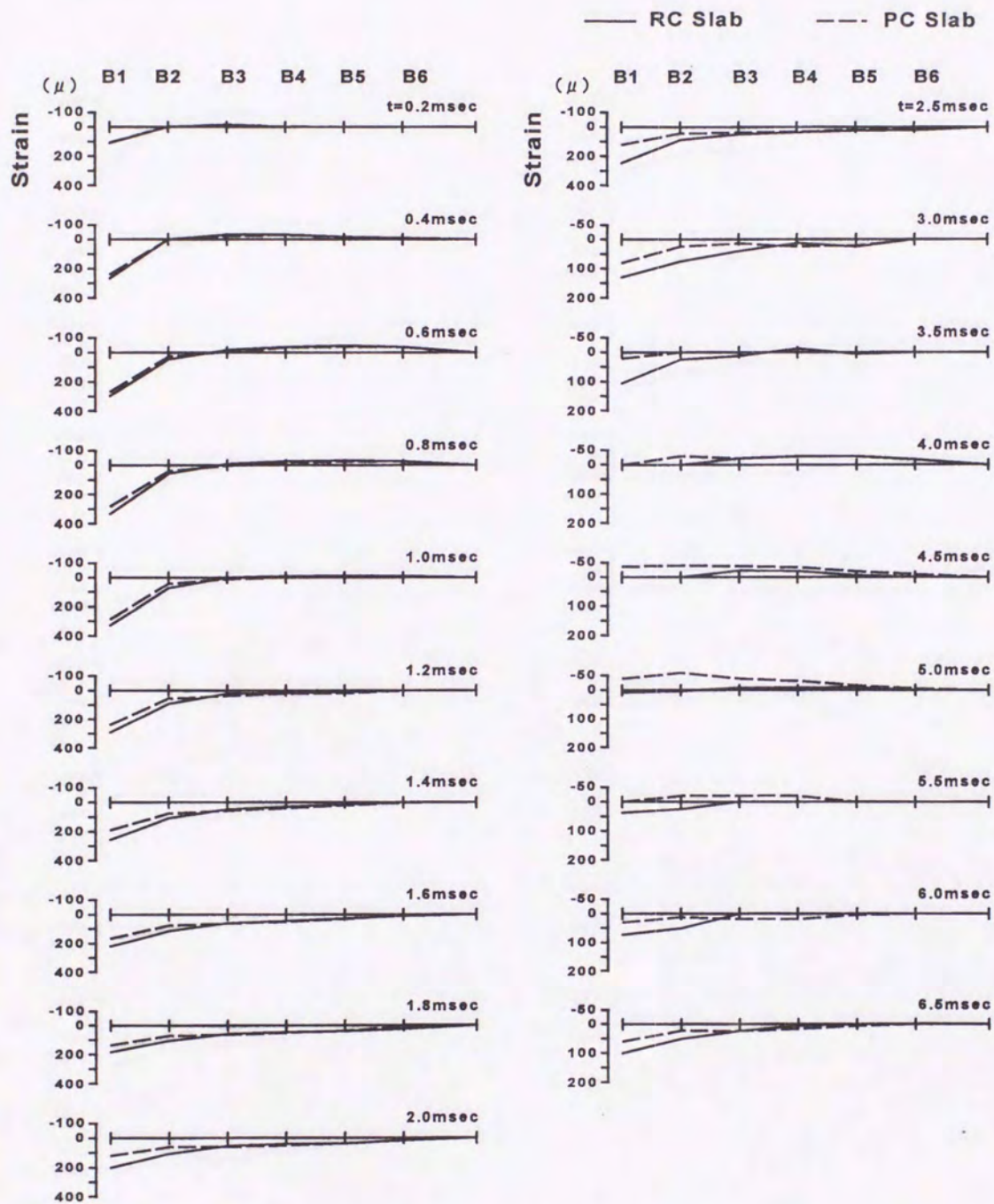


図-4.5 処女載荷時における衝突速度  $V=1\text{m/sec}$ , PC-SLB10-9  
およびRC-SLB10-5の各下端筋歪分布



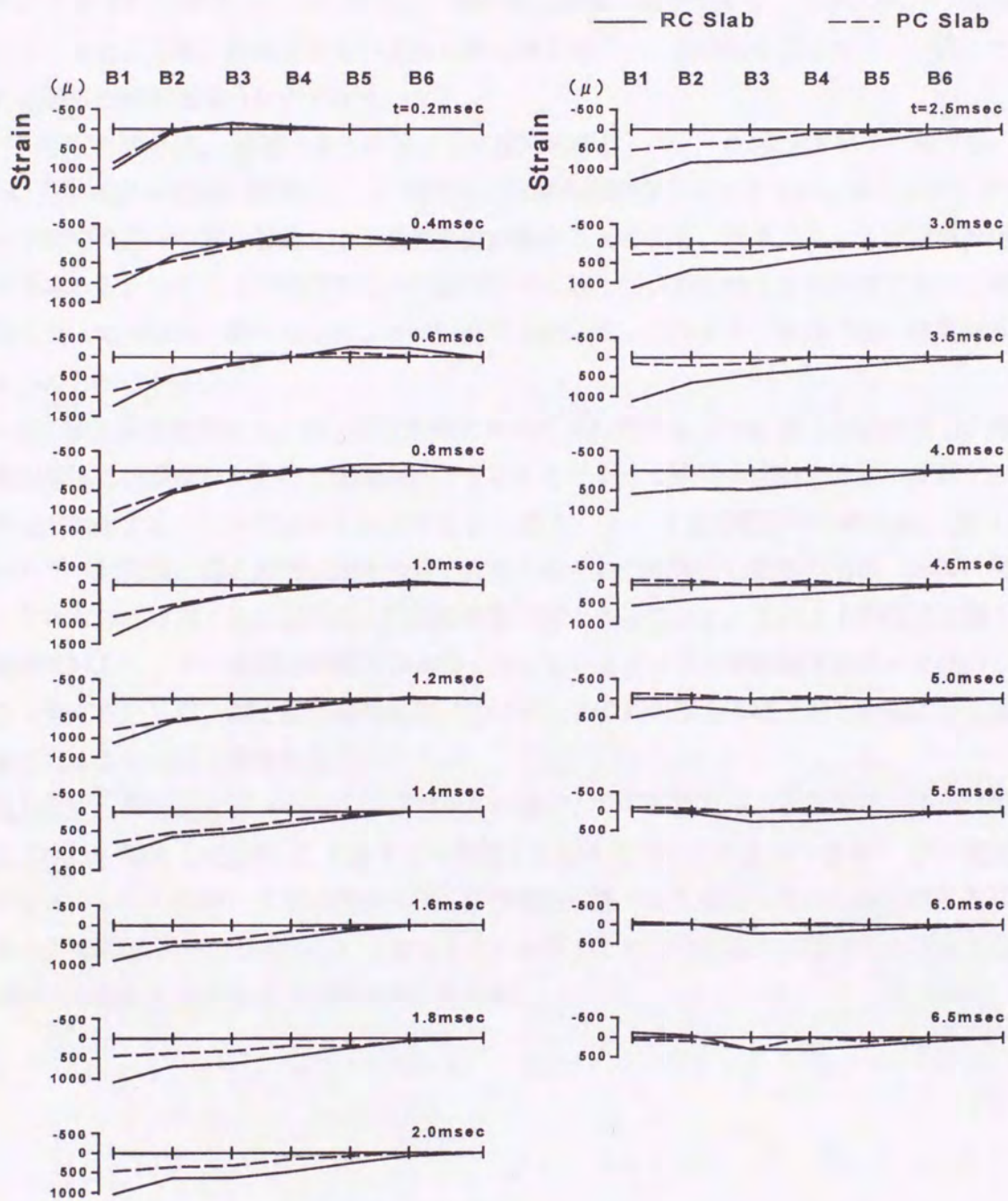


図-4.6 処女載荷時における衝突速度  $V=4\text{m/sec}$ , PC-SLB10-16  
およびRC-SLB10-8の各下端筋歪分布



## (c) 衝撃履歴の影響

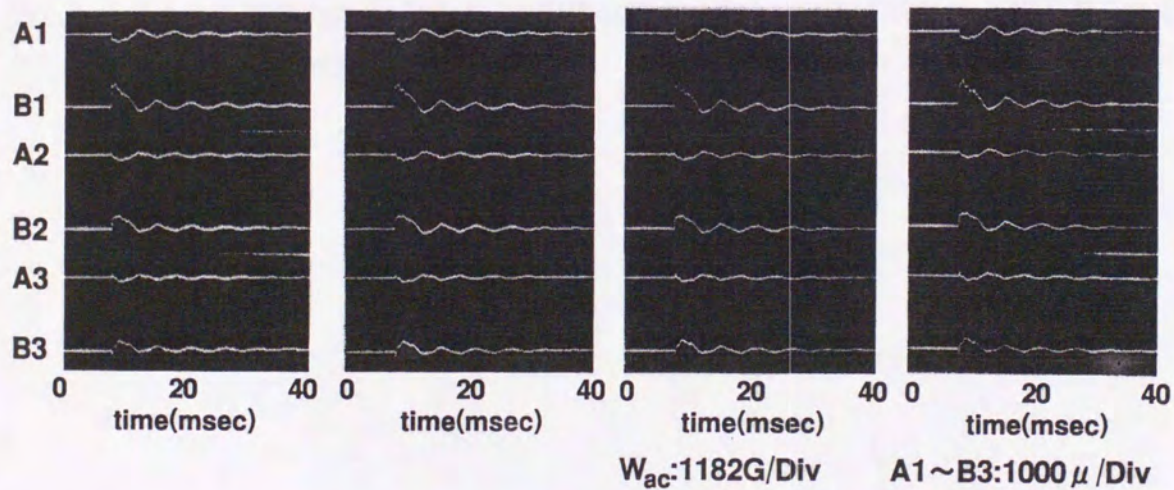
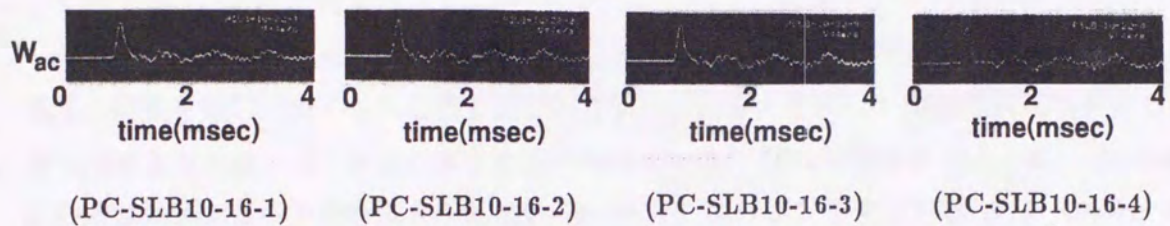
繰り返し衝撃荷重載荷に対する PC 床版の動的挙動を検討するために、衝突速度  $V=4m/sec$  の繰り返し載荷を与え、重錘加速度および上下端筋の歪を測定した。図-4.7 には、繰り返し衝撃荷重載荷における重錘加速度 ( $W_{ac}$ ) と上下端筋歪 (A1~B3) の応答波形を示している。図は PC 床版 PC-SLB10-16 の第1回目から第4回目載荷の結果である。なお、RC 床版の場合は、図-3.6 に示した。応答波形はいずれも零点補正を行った後実験を行っている。従って、各波形には過去の残留歪成分は含まれていない。

PC 床版の場合は、前述のように第1回目載荷時には、B1, B2点でそれぞれ最大約  $1000\mu$ ,  $500\mu$  程度の歪が発生し載荷点近傍の裏面にひび割れが発生しているものと考えられるが、除荷後は下端筋で若干の零点移動を生じ減衰自由振動となっている。第2, 3, 4回目載荷時の応答波形をみると、いずれも加速度および歪波形ともに第1回目載荷時とほぼ同様であり、繰り返し載荷によってひび割れ等の発生による剛性低下が周辺部へ進行せず、床版の動的挙動特性は変化しないことがわかる。

一方、RC 床版の場合は、第1回目載荷において B3 点でも  $1000\mu$  以上の歪が生じ、ほぼ床版の裏面全体にひび割れが発生し剛性が低下することによって除荷後波動が急激に減衰することや残留歪が発生することは前述のとおりである。第2, 3, 5回目載荷時の場合は、第1回目載荷時に比べ載荷時の歪の振幅が徐々に若干大きくなりかつ除荷後の振動周期が  $2msec$  程度長くなっている以外は第1回目載荷時と同様の変動状態となっている。これより同程度の繰り返し荷重載荷に対して、RC 床版は振動周期が長くなっていることより剛性低下が徐々に進行しているものと考えられるが、第1回目載荷に比べていずれの載荷の場合も繰り返し載荷による剛性低下の割合は小さいものと考えられる。

以上より、衝突速度が  $4m/sec$  の繰り返しの場合、RC 床版は第1回目載荷の時点で裏面全体にひび割れが発生して状態 II となりその後著しい剛性低下を示さない。また、PC 床版の場合はプレストレスの効果により載荷点近傍のひび割れが繰り返し載荷によって周辺部に進展することなく、載荷点近傍では状態 II となるものの全体としては中立軸の移動もなく弾性に近い状態で減衰自由振動を呈することが明らかになった。





第1回目載荷

第2回目載荷

第3回目載荷

第4回目載荷

図-4.7 衝突速度  $V=4\text{m/sec}$ , 繰り返し載荷時における重錘加速度  
および鉄筋歪波形



### 4.3.3 最大衝撃力

最大衝撃力の算定に関しては，弾性体間の衝突現象に対して Hertz の衝突理論を適用して得られた Love の解法など<sup>73)</sup> があげられる．本研究では重錘の衝突速度を小さくして弾性理論が適用できる範囲内に限って板に関する実験を行っているため弾性接触論に基づいた衝撃力算定式を用いて実験結果との比較検討を試みることにした．解析式の誘導は，第 2 章で詳細に述べられているのでここでは省略する．

本研究では， $E=3.13 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ ， $\nu=0.2$ ， $r_a=7.5 \text{ cm}$ ， $h=10 \text{ cm}$ ，重錘重量  $W=70 \text{ kgf}$ ，床版の単位体積重量  $\rho=2.5 \text{ tf/m}^3$  として理論値を求めた．本解析値では，2.39) 式の時間関数部の平方根の中が負の値となるため過減衰状態となり，関数も三角関数型から双曲線関数型に変換される．2.42) 式より最大衝撃力が発生する時間は， $t=0.110 \text{ msec}$  程度となる．この値は，図-4.2 で示した実験結果より若干早い時間となっているようである．また，前述したように両供試体の弾性係数には相違がみられるため，本論文では， $E_1$  の値を基準値として用い衝撃力を補正して理論値との比較検討を行っている．

図-4.8 には，上記の弾性接触論より求めた衝撃力と，各衝撃実験で得られた最大加速度に重錘の質量を乗じて求められる値を比較して示している．ただし，実験値が重なるところではできるだけ重ならないように左右にずらして示している．図から明らかなように， $V=1 \text{ m/sec}$  の場合は理論値が多少大きい値を示している．一方，図-3.8 によれば  $V > 1 \text{ m/sec}$  の場合では，RC 床版における理論値は実験値の平均的な値から下限値に近い値を与えているが，PC 床版の実験値は理論値を下限値として全体的に理論値より大きい値を示しているようである．また，本実験の範囲では落下回数による衝撃力の低下は見られないようである．以上により，弾性接触論から求められる衝撃力の算定式は，本実験の範囲で求められた PC 床版の衝撃力のほぼ下界値を与えるものと考えられる．



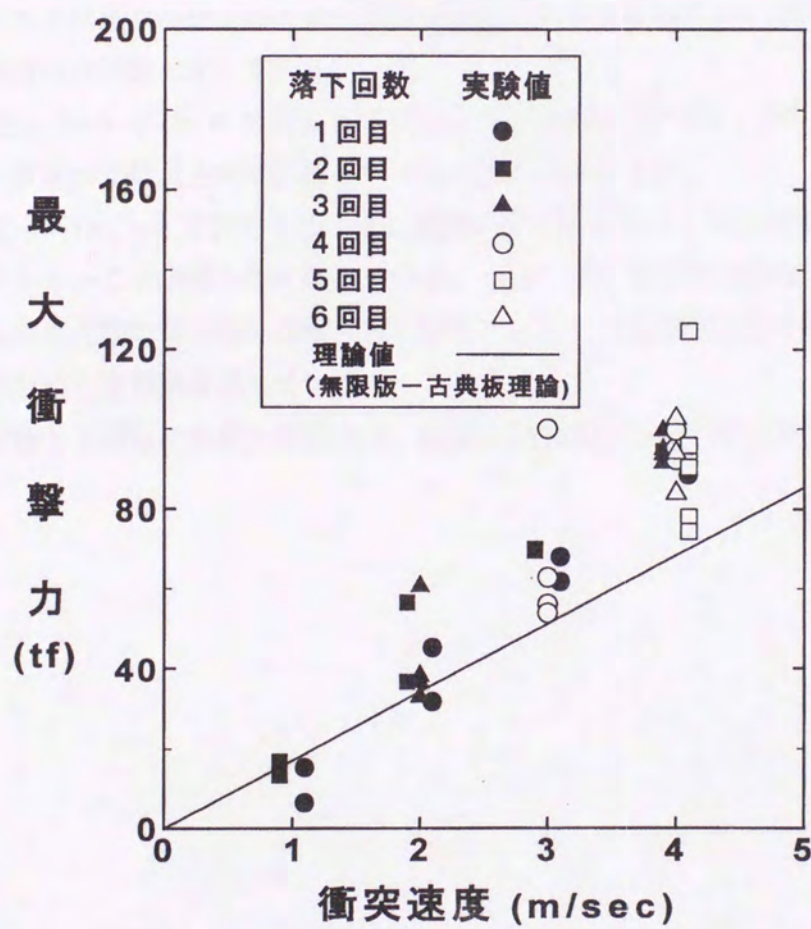


図-4.8 最大衝撃力と衝撃速度との関係



#### 4.4 結 論

本論文は、貫通や裏面剥離が発生しない弾性状態から塑性状態に移行するような領域における PC 部材の動特性を検討するために、寸法が  $150 \times 150 \times 10 \text{ cm}$  でかつ鉄筋比が約 1 % の複鉄筋コンクリート床版の 2 方向に平均  $50 \text{ kgf/cm}^2$  のプレストレスを導入した PC 床版を作製し、 $70 \text{ kgf}$  重錘を用いた衝撃実験を行った。実験は主に弾性領域から塑性初期の領域に限定するために最大衝突速度を  $4 \text{ m/sec}$  とした。重錘加速度と鉄筋部における歪波形を測定することによって、床版が低次の振動状態へ移行するまでの過渡的な応答性状についての把握や衝撃力の評価を RC 床版と比較する形で検討を行った。本実験の範囲で得られた結果を要約すると以下ようになる。

- 1) 衝突速度  $V=1 \text{ m/sec}$  の場合、PC 床版は載荷点も含めほぼ弾性状態にあり、RC 床版同様に減衰自由振動状態にある。
- 2) 衝突速度  $4 \text{ m/sec}$  の場合、RC 床版は裏面全体にひび割れが発生して除荷後波動が急激に減衰し、残留歪値に収斂している。一方、PC 床版の場合は  $50 \text{ kgf/cm}^2$  のプレストレスが有効に作用して床版裏面のひび割れ発生領域を載荷点近傍に限定させ、振動周期が若干長くなるものの減衰自由振動を示している。
- 3) 衝突速度が  $V=4 \text{ m/sec}$  におけるスパン方向の下端筋歪分布より、PC、RC 床版とも荷重載荷初期に波動が支持点方向に伝播している状態を確認できた。
- 4) 衝突速度  $V=4 \text{ m/sec}$  における繰り返し衝撃荷重の場合には、RC 床版は第 1 回目載荷以後剛性低下が小さいことが明らかになっている。一方、PC 床版の場合は、プレストレスの効果により載荷点近傍のひび割れが繰り返し載荷によって周辺部に進展することなく、ほぼ一様な状態で減衰自由振動を呈している。
- 5) 弾性接触論より得られた最大衝撃力は、重錘の衝突衝撃力のほぼ下界値を与えるようである。



## 第5章 四辺単純支持単鉄筋RC床版への重錘落下衝撃実験

### 5.1 概 要

土木建築構造物において最も多く用いられている RC 構造物は、鉄筋とコンクリートから構成される合成構造物であるために、衝撃初期レベルより弾塑性的な挙動を示している。そのために、より複雑な衝撃挙動を示しているものと考えられ、構造物の合理的な耐衝撃設計法確立に向けて理論的、実験的研究が急がれている。通常、耐衝撃用の RC 部材は複鉄筋断面として設計されていることから、第3章、第4章では耐衝撃性構造物を対象とした複鉄筋断面 RC 床版および PC 床版への重錘落下衝撃実験を行い、各床版の耐衝撃性を明らかにした。しかし、静的外力を受ける RC 部材は単鉄筋断面として設計することが一般的である。このことから、単鉄筋断面部材の耐衝撃特性を明らかにすることは重要であるものと考えられる。

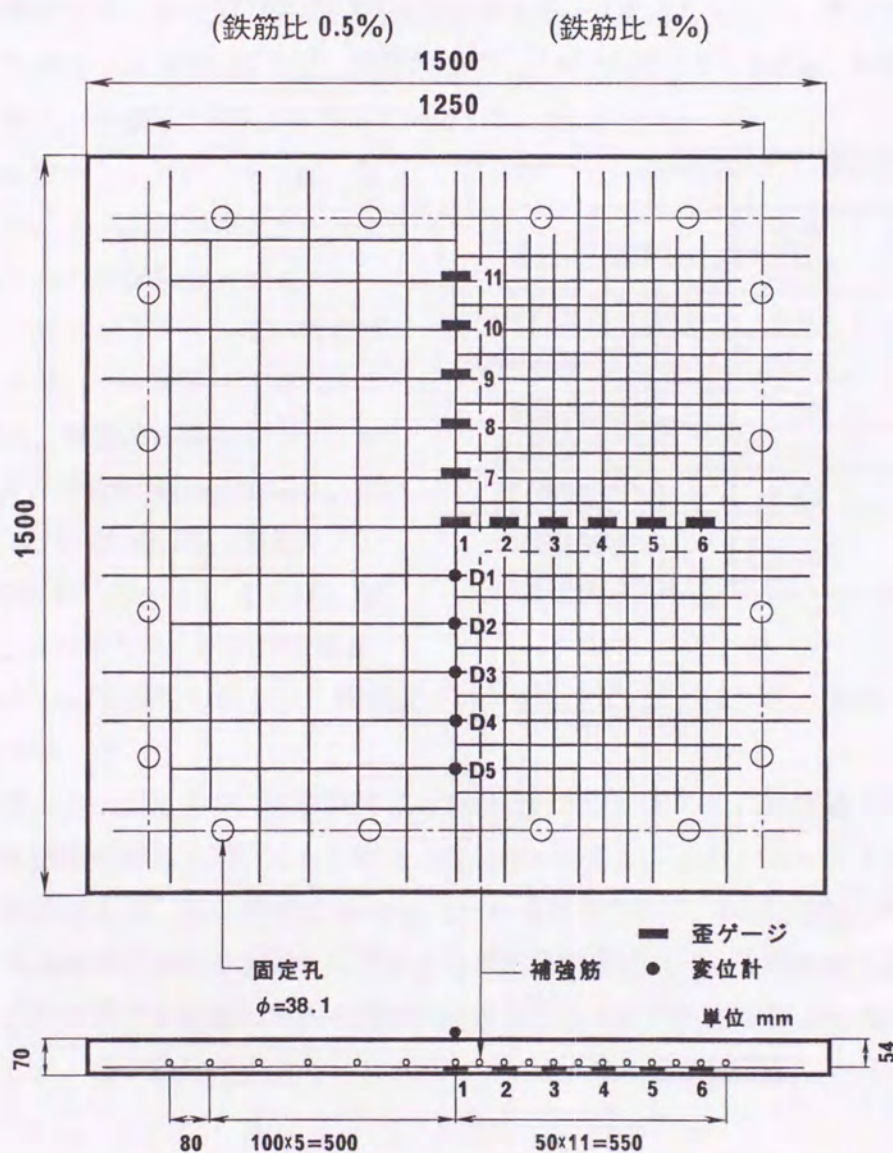
本研究では、丸鋼および異形鉄筋で補強された単鉄筋 RC 床版について、床版の衝撃挙動に及ぼす鉄筋とコンクリートの付着特性、鉄筋比、コンクリート強度の影響を検討することを目的として、重錘落下方式による衝撃実験を行い、実験より得られる床版の変位、鉄筋歪、ひび割れ性状などについて検討を行った。



## 5.2 衝撃実験

### 5.2.1 衝撃荷重実験載荷装置

衝撃実験は、室蘭工業大学に設置されている落錘衝撃実験装置を用いて行った（写真－3. 1）。衝撃荷重は円柱状鋼製重錘（ $\phi=15\text{cm}$ ， $W=100\text{kgf}$ ）を所定の高さにセットし、試験体中央に自由落下させることによって発生させている。重錘の底部形状は、片当たりを防止するために高さ  $2\text{mm}$  の球底としている。また、単純支持の境界条件にできるだけ近づけるために床版の支持辺を上下から鋼製ローラーを介してボルト締めしている。



図－5.1 配筋図，歪ゲージおよび変位計位置



### 5.2.2 実験供試体

本研究では単鉄筋 RC 床版の弾塑性状態から破壊に至るまでの過程を検討することを目的としているため、現有の衝撃実験装置で RC 床版を破壊させることが可能なように実験に用いた試験体の形状寸法を  $150\text{cm} \times 150\text{cm} \times 7\text{cm}$ 、主鉄筋のかぶりを  $1\text{cm}$  とした。

補強筋として用いた鉄筋には、同一呼び径で付着強度の異なる丸鋼および異形鉄筋の 2 種類を用いた。鉄筋比は、その大小が床版の衝撃挙動に与える影響を検討するために  $p=0.5\%$ 、 $1\%$  の 2 種類を採用した。

図-5.1 にコンクリート床版の配筋図、歪ゲージおよび変位計設置位置を示す。配筋図の左、右は、鉄筋比がそれぞれ  $p=0.5\%$ 、 $1\%$  の場合であり、鉄筋間隔がそれぞれ  $10\text{cm}$ 、 $5\text{cm}$  間隔となっている。本実験に用いた鉄筋の静的引張試験結果を表-1 に示している。表より、各鉄筋の降伏点応力は、丸鋼で  $f_y=50.6\text{kgf/mm}^2$ 、異形鉄筋で  $f_y=40.6\text{kgf/mm}^2$  である。対応する降伏点歪は、それぞれ約  $\varepsilon_{ys}=2400$ 、 $1970\ \mu$  となっている。

また、試験体に用いたコンクリートは、目標強度  $500\text{kgf/cm}^2$  の高強度コンクリートと目標強度  $180\text{kgf/cm}^2$  の低強度コンクリートの 2 種類とした。各コンクリートは、粗骨材の最大寸法が  $15\text{mm}$  のレディーミクストコンクリートを用い、高強度の場合は W/C が  $38.0\%$ 、単位セメント量が  $423\text{kg}$  であり、低強度の場合は、W/C が  $62.0\%$ 、単位セメント量が  $210\text{kg}$  である。表-5.2 には、材令 28 日におけるコンクリートの力学特性を示している。ただし、試験時の材令は、高強度コンクリートで 35 ~ 37 日、低強コンクリートで 49 ~ 54 日であった。

試験体一覧を表-5.3 に示す。各試験体名を簡略化して示すために、補強筋として用いている丸鋼および異形鉄筋の略称を用いてそれぞれ RC、DC とする。また、コンクリート強度に関しては高強度、低強度を H、L、鉄筋比  $p=1\%$ 、 $0.5\%$  をそれぞれ 1、5 と記号化して用いることとする。なお、本実験は供試体を有効に利用するために衝撃荷重を同一床版に繰り返し載荷している。実験は、床版に対する重錘の貫入や裏面剥離が生じるまで衝突速度を  $1\text{m/sec}$  ずつ増加させて行うこととした。各試験体は表-5.3 に示しているように衝突速度が  $6 \sim 7\text{m/sec}$  で破壊状態となっている。

表-5.1 鉄筋の静的引張試験結果

| 鉄筋の種類                                    | 丸鋼<br>SR295 | 異形鉄筋<br>SD295A |
|--|-------------|----------------|
| (公称)直径 (mm)                              | 6.00        | 6.35           |
| (公称)断面積 ( $\text{mm}^2$ )                | 28.27       | 31.67          |
| 密度 ( $\text{g/cm}^3$ )                   | 7.85        | 7.85           |
| 引張荷重 (tf)                                | 1.57        | 1.67           |
| 降伏荷重 (tf)                                | 1.43        | 1.29           |
| 弾性係数<br>( $\times 10^6\text{kgf/cm}^2$ ) | 2.10        | 2.06           |



表-5.2 コンクリートの力学特性

| 強度の種類     | 単位重量<br>( $tf/m^3$ ) | 圧縮強度<br>( $kgf/cm^2$ ) | 弾性係数<br>( $kgf/cm^2$ ) | ポアソン比 |
|-----------|----------------------|------------------------|------------------------|-------|
| 低強度コンクリート | 2.127                | 171                    | $1.82 \times 10^5$     | 0.230 |
| 高強度コンクリート | 2.314                | 461                    | $2.71 \times 10^5$     | 0.195 |

表-5.3 試験体一覧

| 試験体名  | 鉄筋の種類     | 鉄筋比<br>(%) | 衝突速度<br>$V(m/sec)$ |
|-------|-----------|------------|--------------------|
| RC-L5 | 丸鋼 (R6)   | 0.5        | 1 ~ 6              |
| DC-L5 | 異形鉄筋 (D6) | 0.5        | 1 ~ 6              |
| RC-L1 | 丸鋼 (R6)   | 1.0        | 1 ~ 6              |
| DC-L1 | 異形鉄筋 (D6) | 1.0        | 1 ~ 7              |
| RC-H5 | 丸鋼 (R6)   | 0.5        | 1 ~ 6              |
| DC-H5 | 異形鉄筋 (D6) | 0.5        | 1 ~ 7              |
| RC-H1 | 丸鋼 (R6)   | 1.0        | 1 ~ 7              |
| DC-H1 | 異形鉄筋 (D6) | 1.0        | 1 ~ 7              |



### 5.2.3 計測方法

本実験における計測項目および計測点数は重錘の両側面に取り付けた容量 1000 G の歪ゲージ型加速度変換器 2 点と補強筋に取り付けた歪ゲージ 11 点で合計 13 点である。補強筋の歪測定に用いたゲージは歪限界が 5% の一般用歪ゲージである。また、歪ゲージは鉄筋腹部の歪ゲージを接着した。なお、低強度コンクリートを用いた 8 体のスラブは渦電流型の変位計を図-1 に示す位置に 5 点配置して変位応答を測定した。変位計の容量は測点 1 ~ 3 で 10mm , 測点 4 ~ 5 で 2mm である。歪波形はノイズの発生を極力少なくするためにキャプタイヤケーブルを用いた 3 線式 1 枚ゲージ法によって測定した。

図-5. 2 には本実験における計測システムのフローチャートを示している。各計測機器からの出力はブリッジボックスを介して高周波成分まで測定可能な直流増幅器を用いて増幅し、データレコーダに一括収録した。記録した波形の出力はウェーブメモリーを介して A/D 変換し、それをパーソナルコンピュータを介してワークステーションに収積して適宜処理した。なお、シンクロスコープは波形の確認のために用いている。

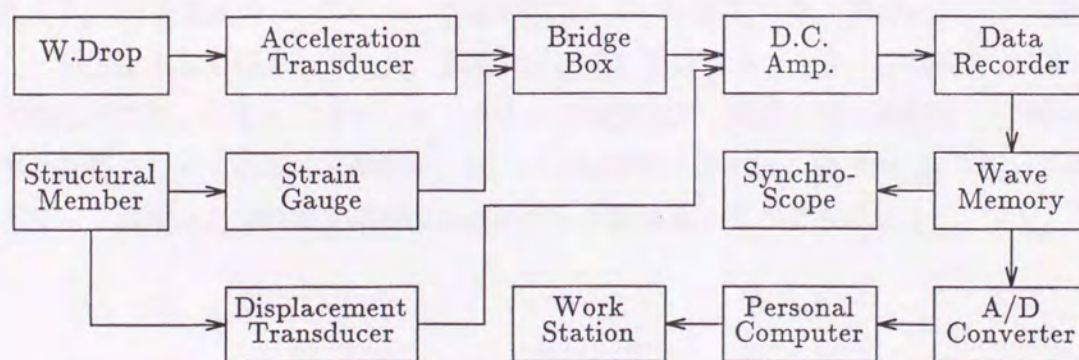


図-5.2 計測システムのフローチャート



### 5.3 実験結果および考察

#### 5.3.1 変位および鉄筋歪の応答特性

本研究では、衝撃載荷時の RC 床版の弾性領域から弾塑性領域における変位および鉄筋歪の応答特性に及ぼすコンクリート強度、鉄筋とコンクリートの付着特性、鉄筋比の影響について検討を行うこととする。なお、本研究では、鉄筋の歪速度効果を考慮した鉄筋の応答歪と降伏の関係についても言及している。

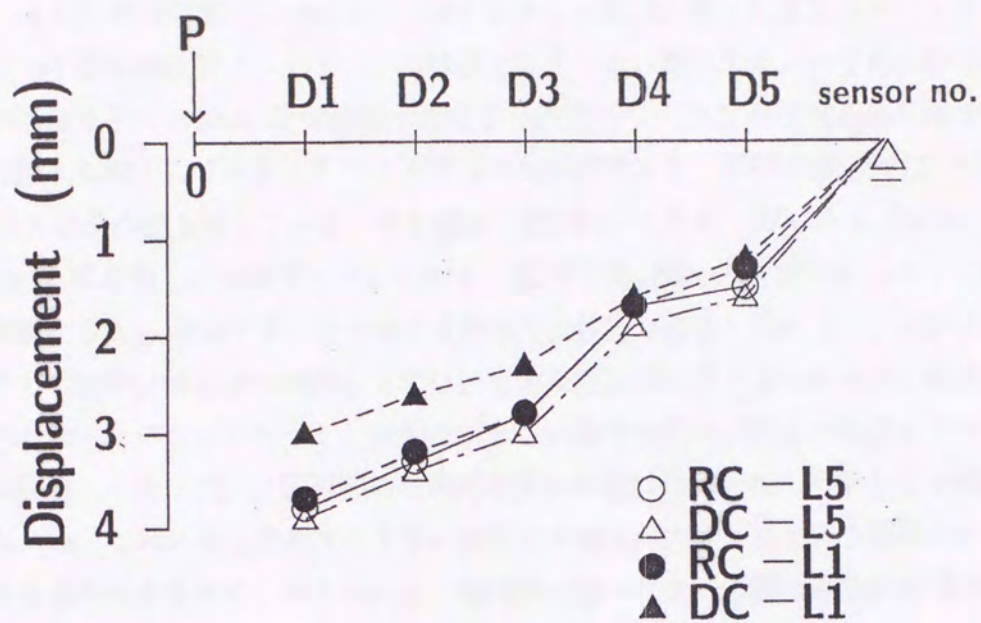
##### (a) 変位応答分布

図-5. 3には衝突速度  $V=2m/sec$  の場合における RC 床版の最大応答変位のスパン方向分布を示している。(a)図は低強度コンクリートの場合である。いずれの床版も載荷点に一番近い測点 (D1) で最大変位量を示している。丸鋼 (RC-L5, RC-L1) を用いる場合には、両者ともほぼ等しい分布形状を示しており、鉄筋比の影響はあまり現れていない。一方、異形鉄筋の場合 (DC-L5, DC-L1) は、鉄筋比の小さい場合 (DC-L5) が大きい場合 (DC-L1) に比較して載荷点から測点 D1 ~ D3 の範囲で約  $0.7 \sim 0.5mm$  程度大きな変位量を示している。これより、異形鉄筋を用いた RC 床版は載荷点近傍で鉄筋比の影響を顕著に受けていることがわかる。

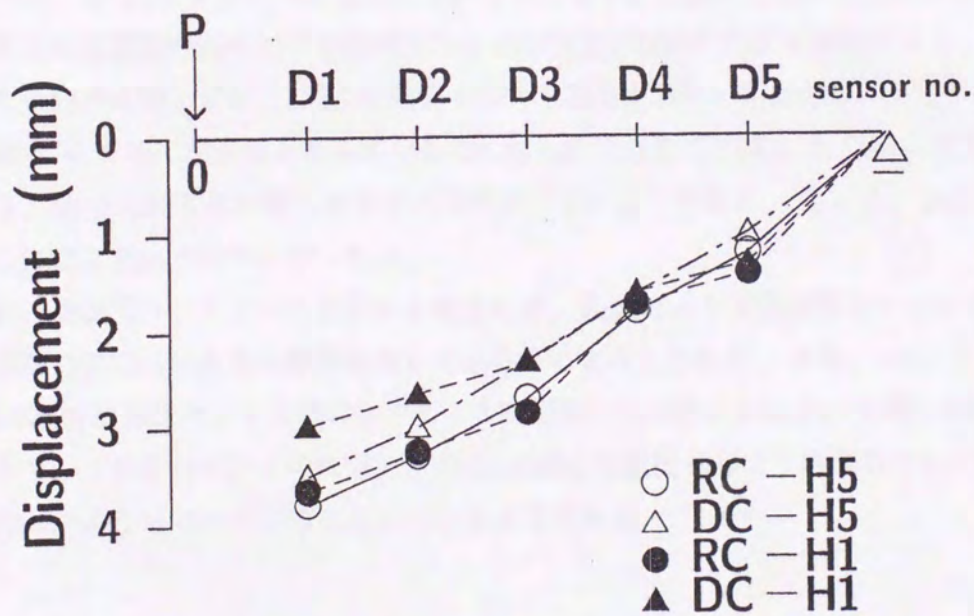
(b)図は高強度コンクリートの場合の変位応答である。丸鋼の場合 (RC-H5, RC-H1) は、(a)図の場合と同様に鉄筋比の影響を受けず各測点においてほぼ等しい変位分布を示している。丸鋼の場合は異形鉄筋の場合より大きな変位分布を示している。異形鉄筋の場合のみで比較すると、載荷点近傍で DC-H1 は DC-H5 より小さい応答値を示していることがわかる。コンクリート強度で比較すると、異形鉄筋で鉄筋比が小さい場合 (DC-L5, DC-H5) の載荷点近傍における変位量は、高強度コンクリートの場合が低強度コンクリートの場合に比較して約  $0.3 \sim 0.5mm$  程度小さい値を示している。

これより、衝突速度が  $V=2m/sec$  で異形鉄筋を用いた床版では、鉄筋比が大きい場合はコンクリート強度による影響が小さいが、鉄筋比が小さい場合はコンクリート強度による影響が現われ応答変位が異なってくる。また、コンクリート強度が同じ場合には、鉄筋比は応答変位に対して大きな影響を与えていることがわかった。これに対し  $V=2m/sec$  で丸鋼を用いる場合には、コンクリート強度および鉄筋比が変位分布に与える影響は小さいようである。





(a) RC, DC-Lの場合



(b) RC, DC-Hの場合

図-5.3  $V=2\text{m/sec}$  における変位応答分布



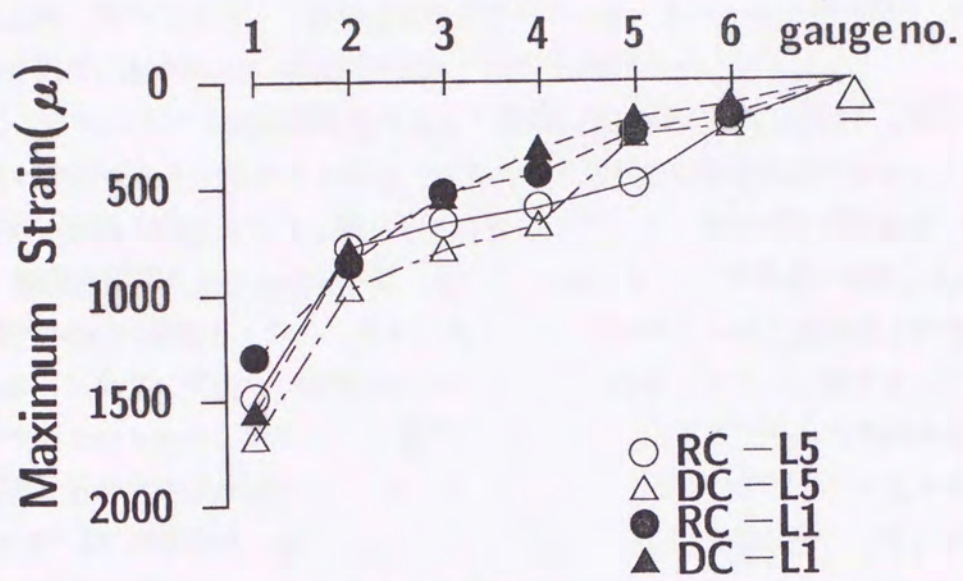
## (b) スパン方向の最大鉄筋歪分布

図-5. 4には衝突速度  $V=2m/sec$  の場合における鉄筋の最大応答歪のスパン方向分布を示している。(a)図は低強度コンクリートの場合である。その歪分布は、いずれの場合も載荷点直下で最大応答値を示し、測点2では載荷点直下の応答値の  $1/2.5$  程度に急激に減少した後支承部に向って徐々に減少している。4ケースについて比較すると、載荷点近傍では DC-L5 が最大歪を、RC-L1 が最小歪を示している。その差は、約  $380\mu$  である。RC-L5 と DC-L1 は、いずれも約  $1500\mu$  とほぼ等しい応答値を示している。載荷点周辺部から支承部にかけての歪分布性状について考察すると、変位応答分布の場合と異なり鉄筋比が小さい場合(L5)は鉄筋比が大きい場合と比較して載荷点周辺部の歪値が大きく、さらに支承部付近では丸鋼の方が異形鉄筋より大きな歪分布となっている。これより、鉄筋比が小さい場合は載荷点周辺の歪値も大きく、1次振動モードに酷似した曲げ変形と載荷部の局所的な変形が重ね合わされた挙動を示す傾向にあるものと考えられる。これに対し鉄筋比が大きい場合には剛性が大きいことより載荷点の局所的な応答が卓越する傾向にあるものと考えられる。補強筋の違いによる影響は鉄筋比の差ほど顕著には示されていないが、支承部付近では丸鋼を用いる場合の方が歪が大きく付着特性の差が現れている。

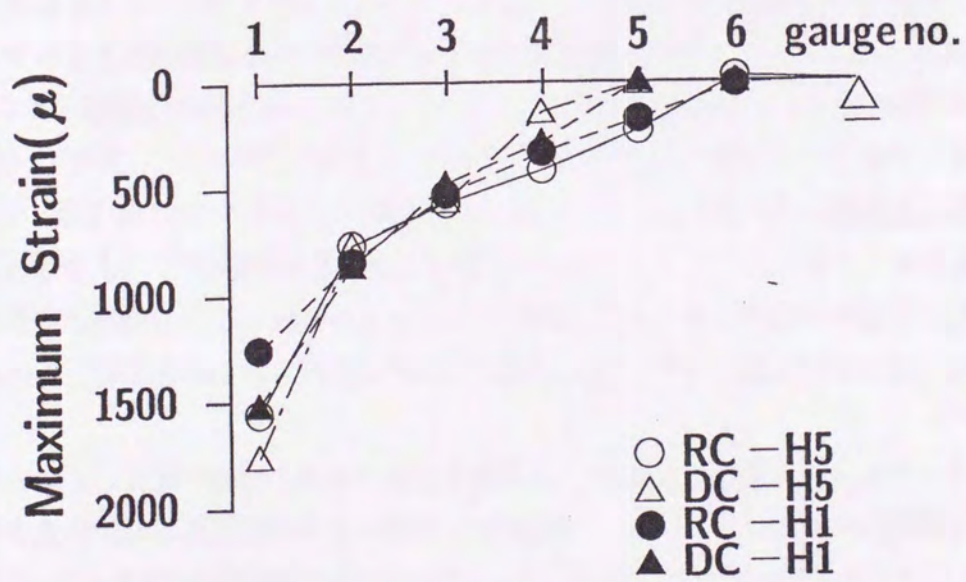
(b)図は、高強度コンクリートの場合の結果である。載荷点直下の歪応答値は、(a)図の場合とほぼ等しく約  $1200\mu$  以上となり、測点2では、(a)図と同様に急激に減少している。また、測点4, 5, 6では、(a)図の4ケースに比してそれぞれ小さな応答値を示しているようである。(a)図と同様に床版の応答歪特性に対する鉄筋比および補強筋の種類の効果を検討すると、載荷点周辺部における歪分布に関しては、同じ補強筋を用いる場合がお互い類似の分布性状を示している。丸鋼では測点6でほぼ零歪値となっているのに対し異形鉄筋では測点5以後より零歪の分布となっており、後者は前者に比較して拘束の程度が大きいようである。従って、(a)図のような鉄筋比の違いによる効果は示されていない。

これより、高強度コンクリートを用いる場合には、鉄筋比よりも補強筋とコンクリート間の付着特性が床版の歪応答に大きな影響を与えているものと考えられる。また、(a), (b)図を比較すると(a)図の場合は前述のように概ね第1次と3次振動の重ね合わせにおいて第1次振動が卓越したようなモードになっているのに対し、(b)図の場合は載荷点部より単調減少しており第3次振動が卓越したようなモード分布となっているようである。





(a) RC, DC-Lの場合



(b) RC, DC-Hの場合

図-5.4  $V=2\text{m/sec}$  におけるスパン方向の最大鉄筋歪分布



## (c) 鉄筋歪の時刻歴応答波形

図-5. 5, 5. 6 は, 丸鋼および異形鉄筋を用いた床版に対して衝突速度  $V=3m/sec$  における載荷点近傍 (測点 1, 2, 7) の鉄筋歪波形を示している. なお, 全計測時間は  $100msec$  であり, 波形分布図は, 基準軸より上側が引張歪, 下側が圧縮歪を示している.

図-5(a) の RC-L5 の歪応答波形をみると, 最大応答値は荷重載荷点直下 (測点 1) に生じ, その値は約  $2600\mu$  である. 測点 2 と測点 7 はお互いに直角方向の歪成分であるが, 測点 2 は約  $1160\mu$ , 測点 7 は約  $1460\mu$  であり, 軸方向歪成分 (主曲げ方向) は軸直角方向成分の約  $1/2$  となっている. 載荷点直下における歪波形は, 最大歪に達した後 2 波程度の減衰自由振動を示し, 残留歪値 (約  $250\mu$ ) に収斂している. また, 測点 7 も, 載荷点における歪波形と同様に減衰自由振動を示しながら急激に減衰し, 残留歪値 (約  $-300\mu$ ) に収斂している. 測点 2, 7 では未だ降伏点に達していないものの, 測点 1 では最大歪が約  $2600\mu$  で鉄筋の降伏点を越えていることより, 荷重載荷点近傍の床版裏面にはひび割れが発生し剛性もかなり低下しているものと考えられる. (b) 図の RC-L1 の場合は, 測点 1, 2, 7 で最大歪がそれぞれ約  $2300, 1380, 2030\mu$  となっている. 各点の残留歪も小さいことより, この鉄筋は降伏点に達していないものと考えられる. 歪波形の主波動は最大値を示した後急激に減衰し, 約  $15msec$  経過した時点で RC-L5 の場合と同様に 1 ~ 2 波程度の減衰自由振動に移行している. (c) 図は RC-H5 の場合である. 測点 1, 2, 7 の最大歪値はそれぞれ約  $2270, 1370, 2370\mu$  であり, 各測点の鉄筋は降伏点を未だ越えていないものと考えられる. また, 各歪波形は, 減衰自由振動を示しながら残留歪値に収斂しているが, その歪の応答値はかなり小さくなっている. これより, 荷重載荷点近傍の床版裏面では, ひび割れが発生しているものの剛性がそれ程低下せず弾性状態を保持しているものと推測される.

(d) 図は RC-H1 の場合であるが, 測点 1, 2, 7 の最大応答値は, それぞれ約  $2610, 1360, 2100\mu$  となっている. この場合は測点 1 のみの鉄筋が降伏点を越えているようである. また, 歪波形は (b) 図の RC-H5 の場合と同様な傾向にあり,  $16msec$  経過後に減衰自由振動を示しながら残留歪に収斂し, この残留歪値も僅かな値を示している. このことより, RC-H5 は, RC-H1 とほぼ同様な挙動を示し, 載荷点近傍ではひび割れ発生によって剛性が低下し塑性化が進行しているものの, 床版全体としてはほぼ弾性的な状態を保ちながら減衰振動しているものと考えられる.

以上のことから, 丸鋼で補強された床版の歪波形は, 鉄筋比の影響よりもコンクリート強度の影響を大きく受けていることがわかる. 特に, 高強度コンクリートの場合では載荷点部の最大歪応答値が約  $3000\mu$  未満となり残留歪値もかなり小さく除荷後は自由振動を呈していることから, 床版裏面ではひび割れがそれ程進行していないものと思われる.

一方, 図-5. 6(a) の DC-L5 の歪応答波形をみると, 最大応答値は荷重載荷点直下 (測点 1) に生じ, その値は約  $7100\mu$  である. 測点 2 と測点 7 はお互いに直角方向の歪成分であるが, 測点 2 は約  $1780\mu$ , 測点 7 は約  $4890\mu$  であり, 軸方向歪成分 (主曲げ方向) は RC の場合と同様

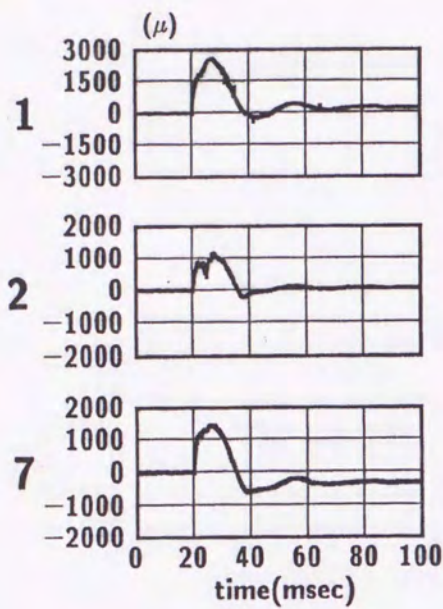


に軸直角方向成分の約  $1/2$  となっている。載荷点直下における歪波形は、最大歪に達した後 1 ～ 2 波程度の減衰自由振動を示し、残留歪値 (約  $5000\mu$ ) に収斂している。また、測点 7 も、載荷点における歪波形と同様に減衰自由振動を示しながら急激に減衰し、残留歪値 (約  $2000\mu$ ) に収斂している。測点 2 では未だ降伏点に達していないものの、測点 1, 7 では最大歪が約 7100,  $5000\mu$  で鉄筋の降伏点を越えていることより、荷重載荷点近傍の床版裏面にはひび割れが発生し剛性もかなり低下しているものと考えられる。(b)図の DC-L1 の場合は、測点 1, 2, 7 で最大歪がそれぞれ約 2600, 1360,  $2100\mu$  となっている。測点 7 では、多少残留歪も発生しているが、その値も小さいことより、これらの点の鉄筋は降伏点に達していないものと考えられる。歪波形の主波動は最大値を示した後急激に減衰し、約 15msec 経過した時点で減衰自由振動に移行している。(c)図は DC-H5 の場合である。測点 1, 2, 7 の最大歪値はそれぞれ約 4180, 1600,  $3000\mu$  であり、測点 2 以外では鉄筋は降伏点を越えているものと考えられる。また、各歪波形は、(a)図の DC-L5 の場合と同様な傾向にあり、1 ～ 2 波程度の減衰自由振動を示して残留歪値に収斂しているが、歪の応答値はかなり小さくなっている。これより、荷重載荷点近傍の床版裏面では、ひび割れが発生して剛性も低下していることが推測される。(d)図は DC-H1 の場合であるが、測点 1, 2, 7 の最大応答値は、それぞれ約 3040, 1580,  $2240\mu$  となっている。この場合は測点 1 のみの鉄筋が降伏点を越えているようである。また、歪波形は (b)図の DC-L1 の場合と同様な傾向にあり、16.5msec 経過後に減衰自由振動を示しながら残留歪に収斂している。このことより、DC-H1 は、DC-L1 ほぼ同様な挙動を示し、載荷点近傍ではひび割れ発生によって剛性が低下して塑性化が進行しているものの、床版全体としてはほぼ弾性的な状態を保ちながら振動しているものと考えられる。

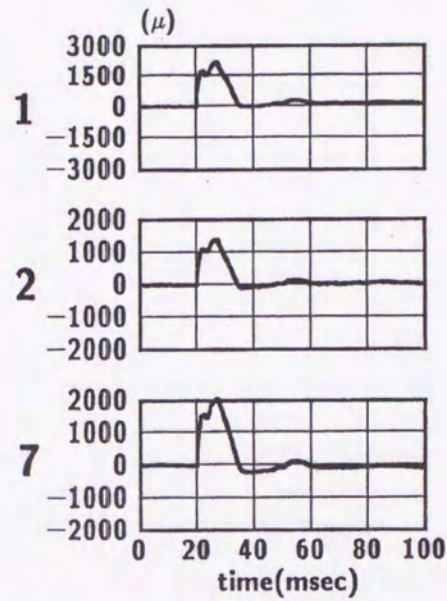
以上より、異形鉄筋で補強した床版の歪波形は、低強度コンクリートの場合には鉄筋比の影響を大きく受けているようであるが、高強度コンクリートの場合には鉄筋比の影響は低強度コンクリートの場合と比較してそれ程大きく受けていないようである。特に、鉄筋比が大きい場合は小さい場合に比べて歪の応答値が載荷点部で  $1000 \sim 4000\mu$  程度小さくかつ除荷後も自由振動を示していることより、床版裏面では未だひび割れが著しく進行していない状態であるものと考えられる。

丸鋼と異形鉄筋で補強された床版について比較すると、鉄筋比が大きい場合では両者はそれ程大きく異なる挙動を示していないものの、鉄筋比が小さくおよび異形鉄筋の場合では載荷点直下の最大歪が降伏点に達しかつ残留歪もかなり大きな値を示し、コンクリート床版裏面の載荷点近傍ではひび割れ発生によって剛性も低下し塑性化が進行しているものと考えられる。特に、DC-L5 が顕著である。このことは、表-1 より異形鉄筋の場合は丸鋼より降伏強度が低いため早く降伏点に達することと低強度コンクリートの場合では異形による付着性状が十分発揮されていないものと推測される。

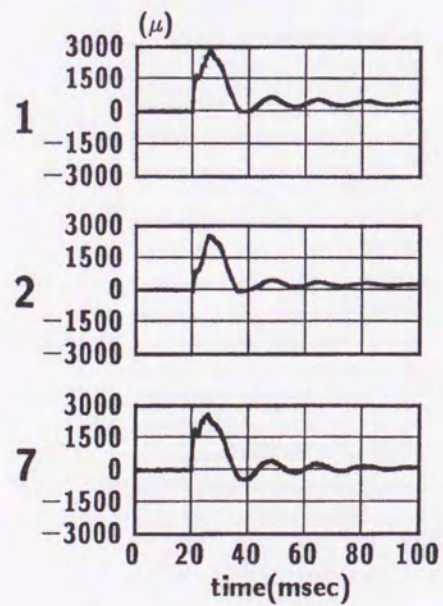




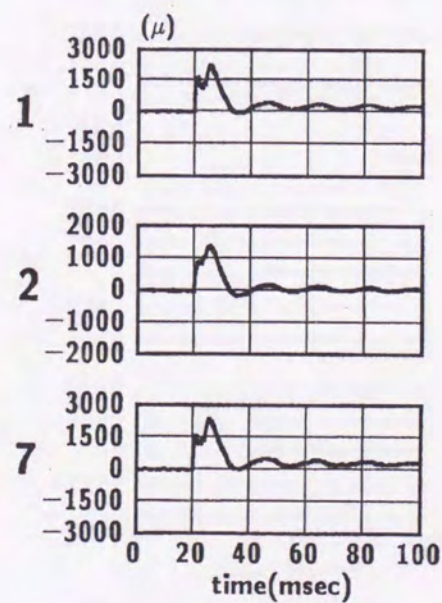
(a) RC-L5 の場合



(b) RC-L1 の場合



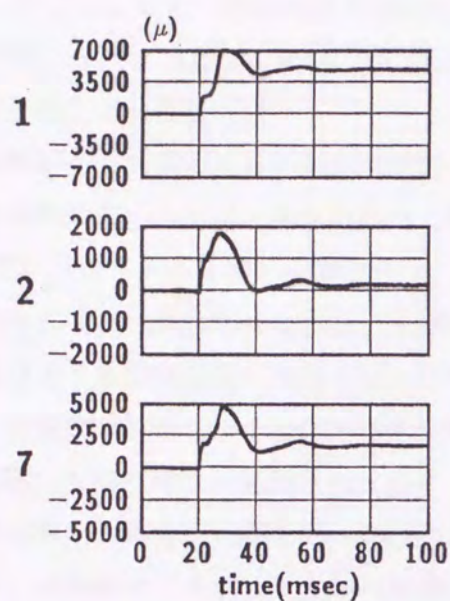
(c) RC-H5 の場合



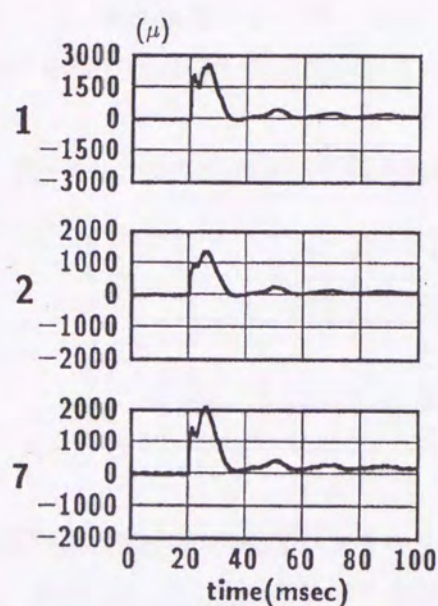
(d) RC-H1 の場合

図-5.5 丸鋼を用いた場合の衝突速度  $V=3\text{m/sec}$  に対する鉄筋歪波形

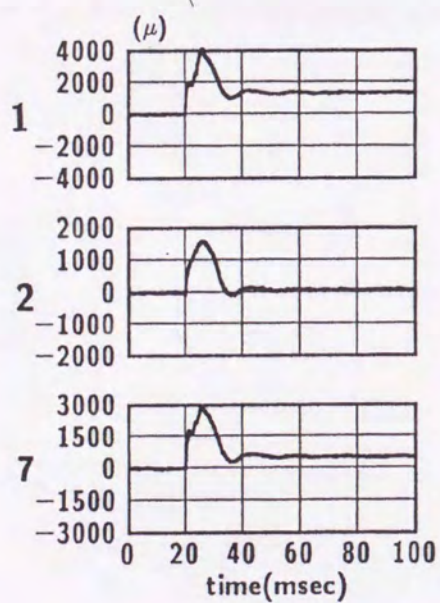




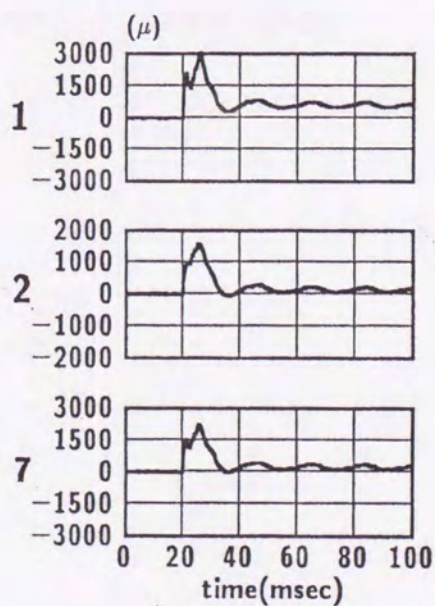
(a) DC-L5 の場合



(b) DC-L1 の場合



(c) DC-H5 の場合



(d) DC-H1 の場合

図-5.6 異形鉄筋を用いた場合の衝突速度  $V=3\text{m/sec}$  に対する鉄筋歪波形



## (d) 最大鉄筋歪と衝突速度との関係

図-5.7(a)～(d)は、各衝突速度に対する載荷点近傍(測点1,2)における鉄筋歪の最大応答値を鉄筋比、鉄筋の種類およびコンクリート強度ごとに示している。なお、歪の最大応答値には、その時点までの残留歪を加算して示している。図中の末尾番号は、図-5.1の歪ゲージ位置を示している。

図-5.7をもとにして載荷点直下の鉄筋(測点1)が弾性状態を示す最大衝突速度を一覧にして示すと表-5.4のようになる。降伏点歪に達する時の重錘の衝突速度が大きい場合は、小さい場合に比較して、着目点近

傍の変形曲率が小さいことあるいは曲げ剛性が大きいことを意味しているものと考えられる。表より、低強度コンクリートを用いる場合には、L1がL5よりも、また丸鋼を用いる場合が異形鉄筋を用いる場合よりも衝突速度が大きくなっている。これより、低強度コンクリートを用いる場合には鉄筋比に対応して曲げ剛性が発揮されており、ま

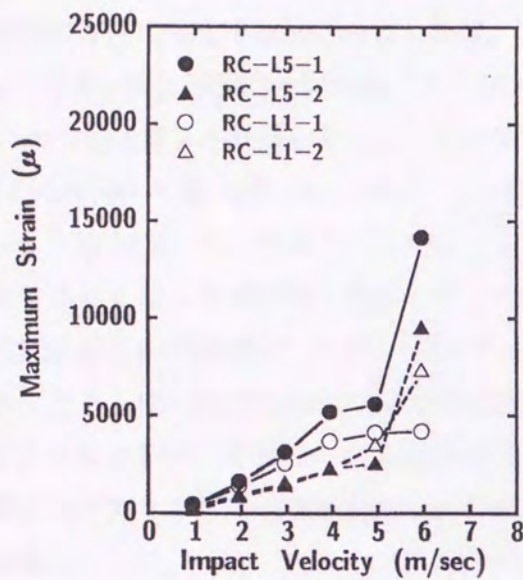
た異形鉄筋を用いる場合が丸鋼を用いる場合よりも載荷点周辺部の拘束度が大きいものと考えられる。一方、高強度コンクリートを用いる場合には、鉄筋比による差が表れず、丸鋼を用いる場合が異形鉄筋を用いる場合よりも衝突速度が大きく示されている。

これより、高強度コンクリートを用いる場合には5.3.1(b)でも述べたように、鉄筋比の効果よりも鉄筋とコンクリートとの付着特性が顕著に現れているものと考えられる。

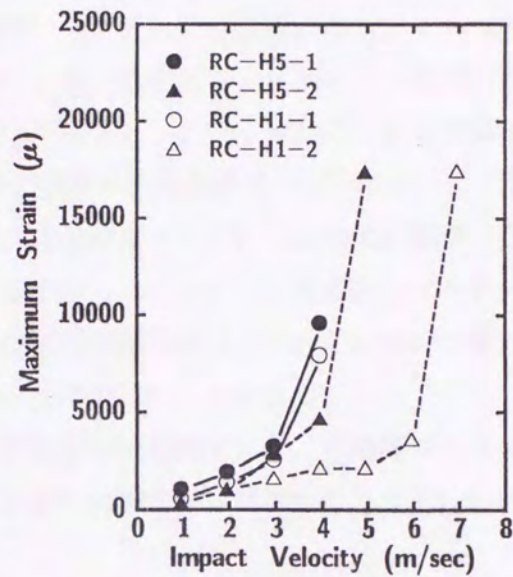
表-5.4 弾性状態を示す最大衝突速度一覧

|      | L        | H        |
|------|----------|----------|
| RC-5 | V=3m/sec | V=3m/sec |
| RC-1 | 4        | 3        |
| DC-5 | 2        | 2        |
| DC-1 | 3        | 2        |

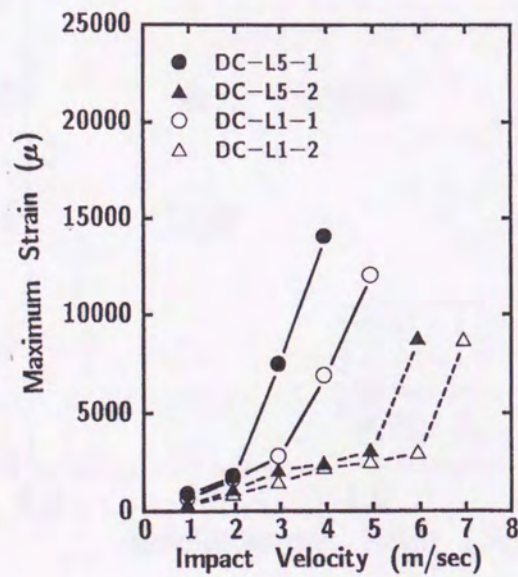




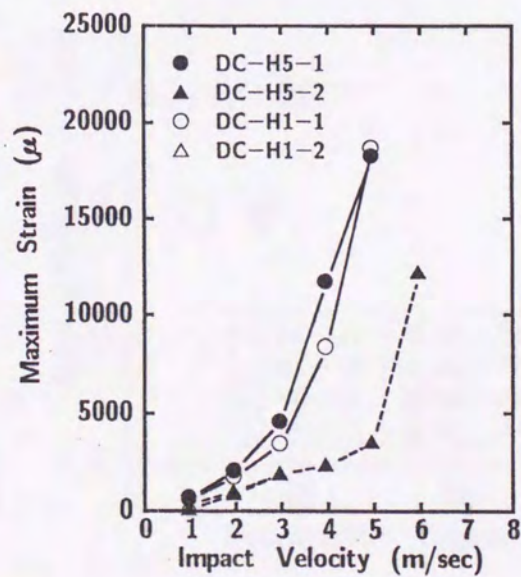
(a) RC-L1,5 の場合



(b) RC-H1,5 の場合



(c) DC-L1,5 の場合



(d) DC-H1,5 の場合

図-5.7 最大鉄筋歪と衝突速度との関係

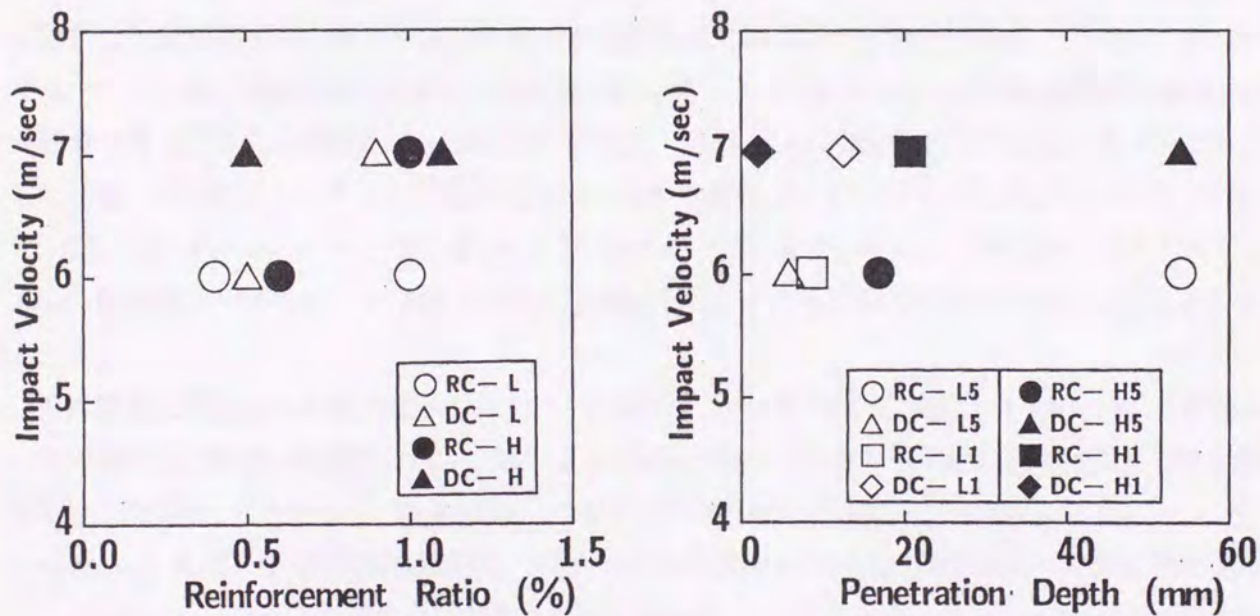


### 5.3.2 ひび割れ分布状況

#### (a) 破壊時の衝突速度と鉄筋比および貫入量との関係

図-5.8には、それぞれ破壊時における衝突速度と鉄筋比および押し抜け部貫入量との関係を示している。低強度コンクリートで鉄筋比が小さくかつ付着性能が劣る RC-L5 では、破壊時の衝突速度が  $V=6\text{m/sec}$  で貫入量も約  $54\text{mm}$  となり、他の低強度コンクリートに比べて破壊時の損傷が非常に大きくなっている。また、低強度コンクリートで鉄筋比が大きかつ付着性能が良い DC-L1 は、破壊時の衝突速度が  $V=7\text{m/sec}$  と他の低強度コンクリートの場合に比べて大きく、かつ貫入量もそれ程大きくないことがわかる。一方、RC-H5 は破壊時の衝突速度が  $V=6\text{m/sec}$  で貫入量が約  $20\text{mm}$ 、DC-H5 は破壊時の衝突速度が  $V=7\text{m/sec}$  で、貫入量が約  $54\text{mm}$  となっており、高強度コンクリートを用いる場合ではいずれの場合も破壊時の衝突速度が大きくなることより破壊時の損傷も大きくなっている。しかしながら高強度コンクリートで、付着性能が良くかつ鉄筋比が大きい DC-H1 は、破壊時の衝突速度が  $V=7\text{m/sec}$  で貫入量も極く僅かとなり、他の床版に比べて破壊時の損傷がかなり小さいことがわかる。

以上のことから、破壊時の衝突速度と貫入量を総合的に考察すると、高強度コンクリートを用い鉄筋比が大きく付着性能に優れている補強筋を用いた床版は耐衝撃性により優れていることがわかる。



(a) 衝突速度と鉄筋比

(b) 衝突速度と貫入量

図-5.8 破壊時における衝突速度と鉄筋比および貫入量との関係



## (b) ひび割れ性状

図-5. 9(a), (b)は, RC-L5, -L1, -H5, -H1, DC-L5, -L1, -H5, -H1 の床版表面および床版裏面のひび割れ状況を示したものである。床版表面のひび割れ状況は各衝突速度ごとに観察が可能であるため, 各衝突速度ごとに示しているが, 裏面ひび割れは最終破壊後しか観察ができないので破壊後におけるひび割れ状況のみを示した。

丸鋼で補強された低強度コンクリートの場合, RC-L5 では衝突速度  $V=3\text{m/sec}$  で載荷点近傍から三隅に向かってさらに床版の周辺部分でひび割れが発生しており, RC-L1 でも極く僅かであるが上下に発生している。  $V=4\text{m/sec}$  では両床版も円周状および載荷点部分に同心円状のひび割れが発生している。  $V=5\text{m/sec}$  におけるひび割れでは内側へ同心円状にさらに放射状に発生し,  $V=6\text{m/sec}$  ではより密なひび割れ状況を示しており両床版とも重錘が床版表面に貫入して破壊に至っている。一方, 両者の床版裏面は, 載荷点直下部分に同心円状にさらに四隅へ向かって放射状にひび割れが発生しているようである。両者ともに破壊時の衝突速度は  $V=6\text{m/sec}$  であるが RC-L5 ではスキッピングが発生している。RC-L1 における載荷点直下部分ではかなり細かに, かつほぼ床版全体にひび割れが発生し, その数も RC-L5 に比べると多くなっているもののスキッピングには至っていない。このことは, 鉄筋の本数を増加することによって荷重分散してほぼ床版全体で衝撃力に抵抗しているものと思われる。

高強度コンクリートの場合, RC-H5 では衝突速度  $V=3\text{m/sec}$  で床版の表面上方に一本のひび割れのみが発生し,  $V=4\text{m/sec}$  では床版の四隅にさらに円周状にひび割れが発生している。  $V=5\text{m/sec}$  では放射状におよび内側に向かって同心円状に多くのひび割れが発生して,  $V=6\text{m/sec}$  では載荷点部周辺でひび割れが増加し重錘が床版表面に貫入して破壊している。一方, RC-H1 では  $V=4\text{m/sec}$  で床版表面円周上にひび割れが発生して  $V=5 \sim 7\text{m/sec}$  と衝突速度を増加させた場合でも RC-H5 と同様なひび割れ状況を示し,  $V=7\text{m/sec}$  で床版表面に重錘が貫入して破壊している。床版裏面におけるひび割れ状況はいずれの場合もスキッピングが現われている。また, RC-H5 では  $V=6\text{m/sec}$  で, RC-H1では  $V=7\text{m/sec}$  で破壊している。高強度コンクリートの場合も低強度コンクリートの場合と同様に鉄筋比を大きくすると荷重分散効果があるものと考えられる。

異形鉄筋で補強された低強度コンクリートの場合, DC-L5 では衝突速度  $V=3\text{m/sec}$  で周辺部分の表面にひび割れが発生しており, DC-L1 でも極く僅かではあるが周辺部分の表面にひび割れが発生している。さらに,  $V=4\text{m/sec}$  ではいずれの床版も円周状にひび割れが発生している。  $V=5\text{m/sec}$  におけるひび割れ状況は, 内側へ同心円状にさらに支点部分へ向って放射状に発生し,  $V=6\text{m/sec}$  ではより密にひび割れが発生している。DC-L5 ではこの時点で重錘が床版に貫入し破壊に至っている。また, DC-L1 では,  $V=7\text{m/sec}$  で破壊に至っている。鉄筋比が大きい場合には, 低速度におけるひび割れの数は少ないが, 高速度になるにつれてひび割れの数が多くなる傾向にある。一方, 裏面のひび割れは, 表面のひび割れの状況とは異なり, 円周状に発生し,



かつ四隅に向って放射状に発生しているようである。DC-L1 では僅かにスキッピングも発生している。

高強度コンクリートの DC-H5 では、衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  で床版の表面に円周状および四隅に向うひび割れが発生し、 $V=5\text{m/sec}$  でさらに多くのひび割れが放射状に発生している。 $V=6\text{m/sec}$  では低強度コンクリートの場合と同様に内側に向って同心円状にひび割れが発生し、 $V=7\text{m/sec}$  では重錘が床版に貫入し破壊に至っている。一方、DC-H1 では、衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  で床版の表面に円周状、上中央部の縦方向および左横方向にひび割れが発生し、 $V=5\text{m/sec}$  では円周状および上下左右に四分割するようにひび割れが広がり、 $V=6\text{m/sec}$  では、蜘蛛の巣状にひび割れが発達している。さらに、 $V=7\text{m/sec}$  で重錘が床版に貫入して破壊に至っている。DC-H1 の床版裏面では、放射状にひび割れ数が増加しているものの剥離がほとんど生じていない。しかし、DC-H5では図-8(b)で示したように重錘が貫通していないものの貫入量がかなり多く、さらに裏面剥離が生じて鉄筋が剥き出しとなって破壊している。

丸鋼を用いた床版は、低強度コンクリートの場合ではいずれの鉄筋比でも破壊時の衝突速度は同一であるが、ひび割れ状況や貫入量から床版の損傷度は鉄筋比の影響を大きく受けていることがわかる。一方、高強度コンクリートの場合では鉄筋比によって破壊時の衝突速度も異なり、鉄筋比の影響が顕著に現れていることがわかる。また、鉄筋比によるひび割れ性状を比較すると、鉄筋比が大きい場合にはコンクリート強度による影響が大きく、鉄筋比が小さい場合はコンクリート強度の影響が小さいものと考えられる。異形鉄筋を用いた床版は、丸鋼の場合とはほぼ逆な傾向を示している。低強度コンクリートの場合ではひび割れ状況にも鉄筋比の影響が大きく現れている。一方、高強度コンクリートの場合ではいずれの鉄筋比でも破壊時の衝突速度は同一であるが、破壊時の損傷は鉄筋比によって異なることから鉄筋比の影響が顕著に現れていることがわかる。また、鉄筋比によるひび割れ性状を比較すると、鉄筋比が大きい場合にはコンクリート強度による影響が小さく、鉄筋比が小さい場合はコンクリート強度の影響が大きいものと考えられる。



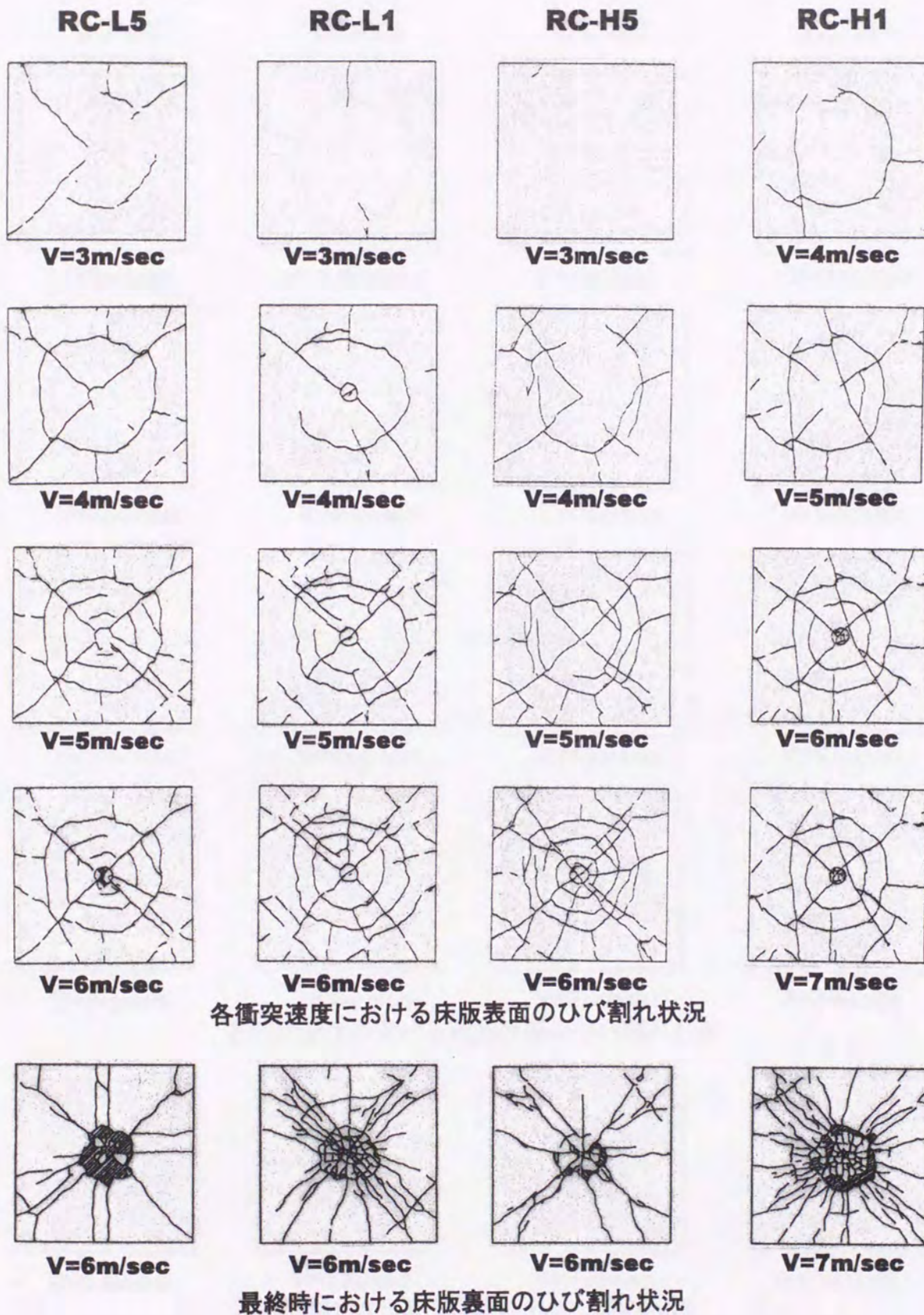


図-5.9(a) 各衝突速度における床版表裏面のひび割れ状況 (RC の場合)





図-5.9(b) 各衝突速度における床版表裏面のひび割れ状況 (DC の場合)



## (c) 最大衝撃力

## (1) Hertz の弾性接触論

本研究における最大衝撃力に関して、弾性接触論に基づいた衝撃力算定式を用いて実験結果との比較検討を試みることにした。なお、本研究では弾性係数  $E$  およびポアソン比  $\nu$  について表-5.2の値を適用し、また、重錘の半径  $r_a=7.5\text{cm}$ 、板厚  $d=7\text{cm}$ 、重錘重量  $W=100\text{kgf}$ 、床版の単位体積重量  $\rho=2.5\text{tf/m}^3$  として理論値を求めた。

## (2) 解析結果と実験結果との比較

図-5.10(a), (b)には、コンクリート強度ごとに弾性接触論より求めた衝撃力と、各衝撃実験で得られた最大加速度に重錘の質量を乗じて求められる値を比較して示している。(a)図から明らかなように、DC-L5では他の実験値の下限値を、またDC-L1は上限値を示している。理論値は、 $V=1\sim 5\text{m/sec}$ までDC-L5とRC-L1の実験値とのほぼ中間値を示し、 $V>5\text{m/sec}$ の場合ではいずれの実験値も理論値より大きな衝撃力となっている。一方、(b)図の高強度コンクリートにおいて、理論値はそれぞれ破壊する前までDC-H5とRC-H5との実験値のほぼ中間値を示しているが、他の実験値は理論値より多少小さくなっている。DC-H1は実験値の下限値を、またRC-H5は上限値を示している。また、本実験の範囲では落下回数による衝撃力の低下は見られないようである。

以上により、弾性接触論から求められる衝撃力の算定式は、本実験の範囲において低強度コンクリート床版の衝撃力の下限値に、また高強度コンクリート床版の衝撃力の上限値にほぼ一致しているようである。

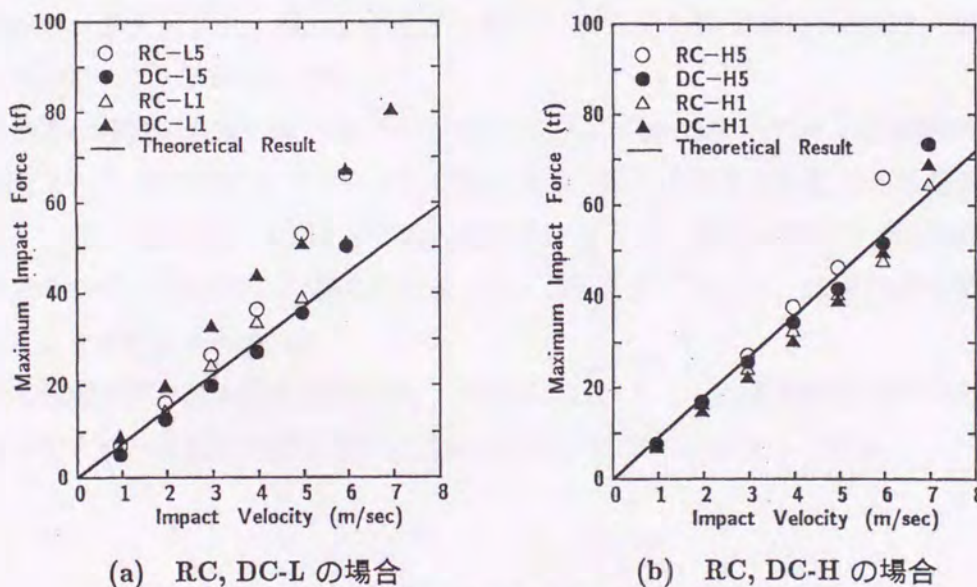


図-5.10 最大衝撃力と衝突速度との関係



### 3.4 結 論

本研究では、衝撃荷重载荷によるコンクリート床版の弾塑性状態から破壊に至る性状を明らかにするために、 $150\text{cm} \times 150\text{cm} \times 7\text{cm}$  の単鉄筋 RC 床版を用いた衝撃実験を行い、鉄筋の種類、コンクリート強度、鉄筋比を変化させた場合の RC 床版の変位分布、歪の時刻歴応答、スパン方向の鉄筋歪分布、床版表裏面のひび割れ性状、最大衝撃力について検討した。本実験より得られた結果を要約すると以下ようになる。

- 1) 衝突速度  $V=2\text{m/sec}$  の場合の载荷点近傍における最大変位応答より、丸鋼 (RC) を用いた床版では応答変位に及ぼす鉄筋比およびコンクリート強度の影響が少ない。異形鉄筋 (DC) を用いた床版では鉄筋比が大きい場合にはコンクリート強度による影響は少ないが、鉄筋比が小さい場合にはコンクリート強度により応答変位が異なる。また、コンクリート強度が同じ場合には、鉄筋比は応答変位に対して大きな影響を与えていることが明らかになった。
- 2) 衝突速度  $V=2\text{m/sec}$  におけるスパン方向の最大鉄筋歪分布より、低強度コンクリート床版では付着特性より鉄筋比が歪分布に、高強度コンクリート床版では鉄筋比より付着特性が歪応答に大きな影響を及ぼしていることが明らかになった。
- 3) 衝突速度  $V=3\text{m/sec}$  の鉄筋歪の時刻歴波形より、異形鉄筋で補強した RC 床版の鉄筋歪波形は低強度コンクリート床版の場合には鉄筋比の影響を大きく受け、高強度コンクリート床版の場合には鉄筋比の影響をそれ程大きく受けていないことが明らかになった。
- 4) 载荷点直下の鉄筋の降伏状態から、低強度コンクリート床版では鉄筋比や鉄筋の付着特性の影響が大きく、高強度コンクリート床版では鉄筋比よりも付着特性の影響が大きいことが明らかになった。このことは、2)、3) の結果とも符合している。
- 5) 高強度コンクリートで、異形鉄筋を用いかつ鉄筋比が大きい場合の床版は、破壊時の損傷がかなり少ないことが明かになった。
- 6) 異形鉄筋の各衝突速度におけるコンクリート表面のひび割れ状況および破壊時の裏面ひび割れ状況より、低強度コンクリートの場合にはひび割れ状況にも鉄筋比の影響が大きく現れている。一方、高強度コンクリートの場合にはいずれの鉄筋比の場合でも破壊時の衝突速度は同一であるが、破壊時の損傷は鉄筋比によって異なることより、鉄筋比の影響が顕著に現れていることが明らかになった。
- 7) 弾性接触論で得られた最大衝撃力は、低強度コンクリート床版の衝撃力の下限值に、また高強度コンクリート床版の衝撃力の上限值にほぼ一致しているようである。



## 第6章 ゴム緩衝材を用いた対辺固定支持RC床版の重錘落下衝撃実験

### 6.1 概 要

第3章から第5章に述べたようにこれまでコンクリート床版に直接荷重で載荷した場合について、複鉄筋 RC および PC 床版では弾性から弾塑性状態における耐衝撃挙動を、単鉄筋 RC 床版では弾性から破壊状態までを明らかにした。しかし、衝撃の緩和としてゴム緩衝材を床版上に設置した場合における RC や PC 床版の衝撃挙動についてはあまり多く論じられていないようである。

ここでは、RC 床版上の載荷位置に緩衝材として  $0.1\text{m} \times 0.1\text{m} \times 0.003\text{m}$  のゴム版を設置し、そのゴム版上へ質量  $100\text{kg}$  の球底重錘を落下高さ  $0.1 \sim 1.6\text{m}$  まで  $0.1\text{m}$  間隔で落下させて衝撃実験を行った。この実験の主たる目的は、緩衝材を用いた場合の衝撃力の緩和効果や RC 床版の応答性状を明らかにすることである。なお、その床版の支持条件については、実際の挙動にできるだけ近づけるために、対辺固定、対辺自由とした。しかしながら、この境界条件を忠実に考慮した解析は困難であること、また衝撃力評価および最大応答値となる載荷中心付近の変位、断面力の算定に対しては境界条件の影響は少ないことから解析は無限版を対象として行っている。従って、本章では弾性領域から弾塑性領域における極く衝撃初期の挙動について、解析結果と実験結果を比較検討することとした。



## 6.2 衝撃実験概要

### 6.2.1 衝撃荷重装置および実験方法

衝撃実験は、図-6.1に示すような衝撃実験装置を用いて行った。衝撃荷重は、先端が球底である重錘 ( $\phi=0.3m$ ,  $W=100kgf$ ) を供試体中央部に落下高さ  $0.1 \sim 1.6m$  まで  $0.1m$  間隔で破壊に至るまで自由落下させて発生させている。

### 6.2.2 実験供試体

試験体に用いたコンクリートは、設計基準強度  $240kgf/cm^2$  として作製し、その弾性係数の平均値は約  $E=3 \times 10^5 kgf/cm^2$  である。本章における実験は、図-6.2(a), (b) および表-6.1に示した主鉄筋方向の長さ、鉄筋径および鉄筋比を4種類 (A ~ D) の合計10体の供試体に対して全て静的実験終了後に行った。なお、重錘は、電氣的に離脱させている。また、載荷位置には、緩衝材として寸法  $0.1m \times 0.1m \times 0.003m$  のゴム版を設置した。

RC床版の支持部は、図-6.1に示すように落石覆工を想定していることより、できるだけその境界条件を満足させるために両側のアバットに鋼製のU型版を介してボルト締めして相対する2辺を固定し、他辺を自由とした。



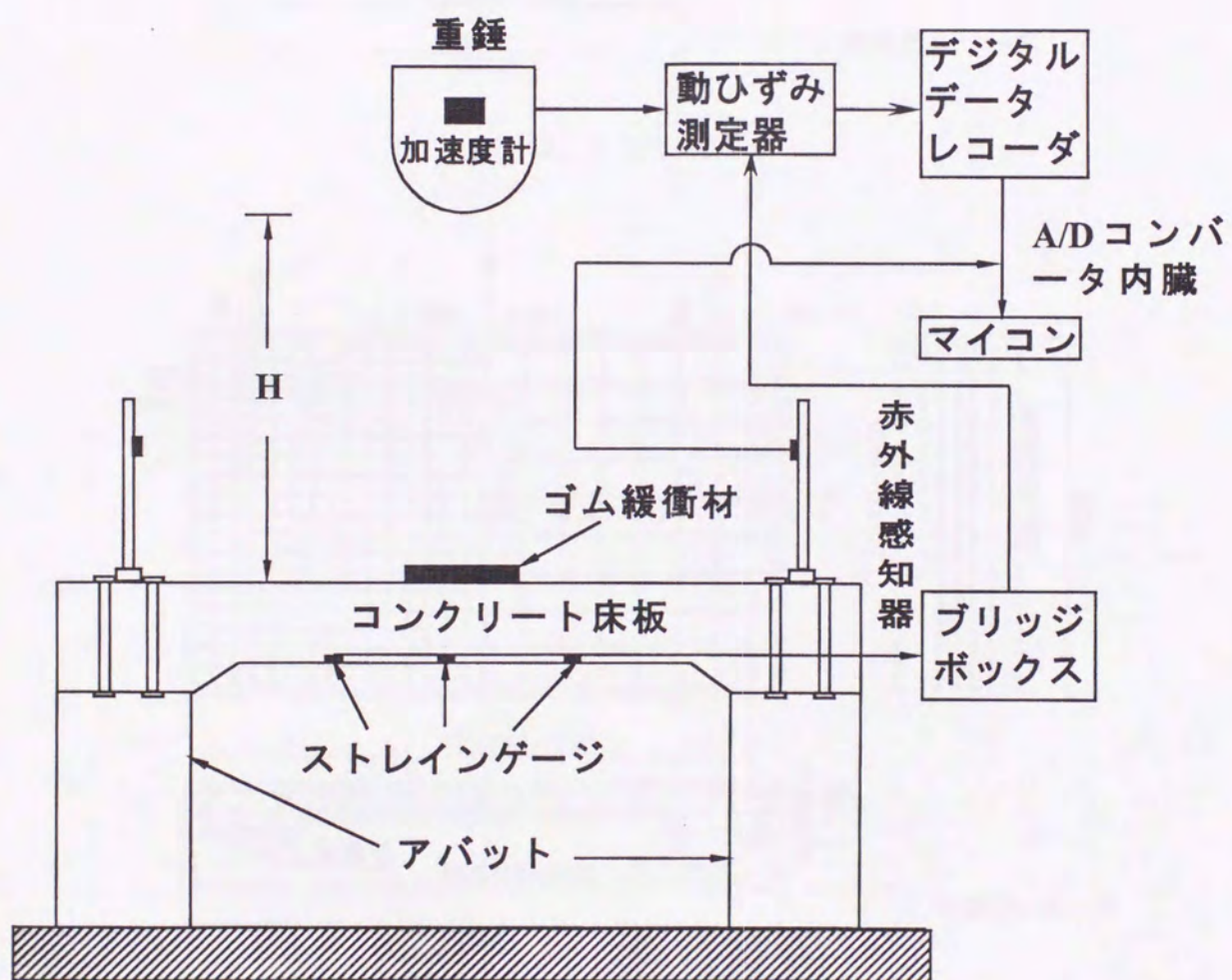
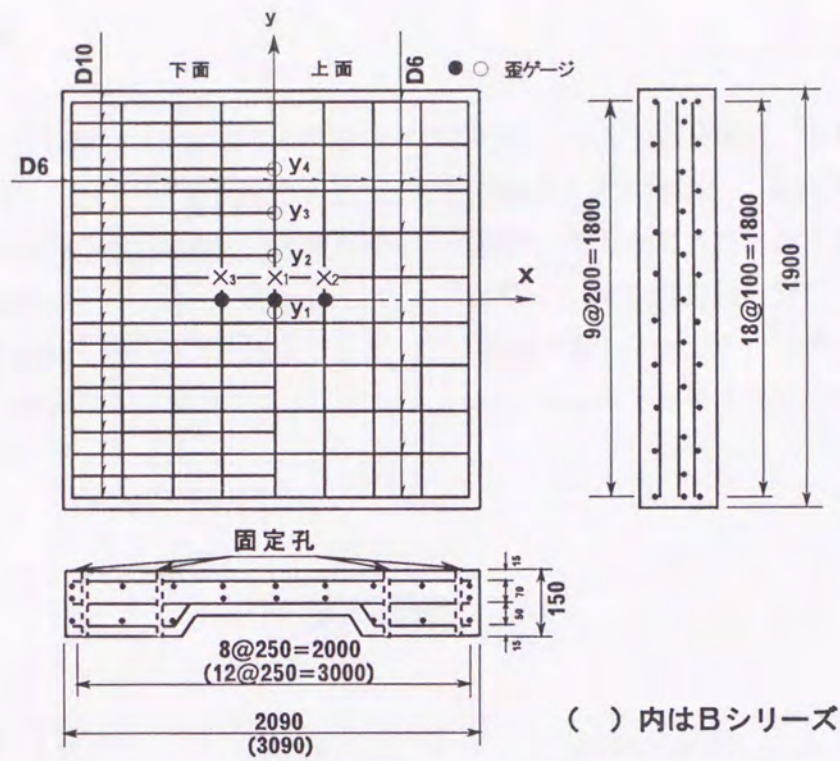
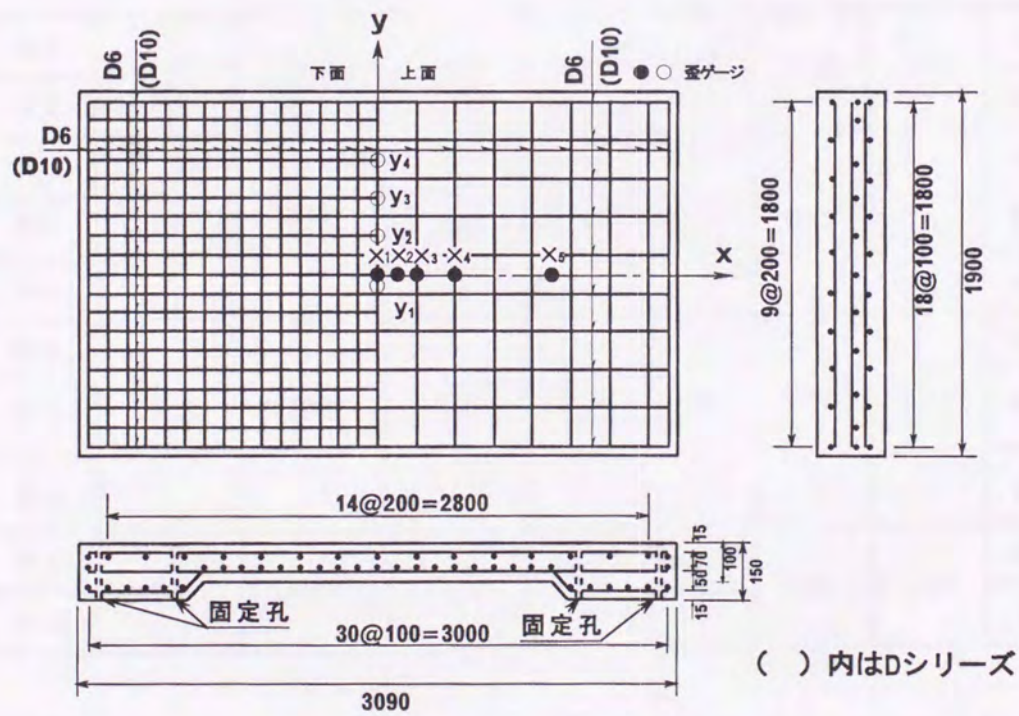


図-6.1 衝撃実験装置および計測フローチャート





(a) A, B シリーズ



(b) C, D シリーズ

図-6.2 歪ゲージ貼付位置および配筋図



### 6.2.3 計測方法

図-6. 1には、計測システムのフローチャートも示している。加速度計（容量 200G、最大周波数 1.2KHz）は、重錘の衝撃力を求めるために重錘腹部に取り付けた。最大周波数が 60kHz の歪ゲージは、床版内の鉄筋部の応力波動伝播特性を検討するためにスパンおよびその直角方向の鉄筋外縁部に貼付した。これら各センサーからの信号は、動歪測定器を介し赤外線感知器より自動的にサンプリング周波数 20KHz/16ch の A/D 変換を施しデジタル・データレコーダーに記録した後、これらのデータをサンプリングタイム 0.8msec でマイクロコンピュータによって波形処理した。

表-6.1 試験体一覧

| シリーズ | 試験<br>体名 | 主鉄筋<br>方向<br>スパン<br>( <i>cm</i> ) | 鉄筋径 |     | 鉄筋比 $p(\%)$ |      |      |      | 落下<br>高さ<br>( <i>cm</i> ) |
|------|----------|-----------------------------------|-----|-----|-------------|------|------|------|---------------------------|
|      |          |                                   | 主鉄筋 | 配力筋 | 主鉄筋         |      | 配力筋  |      |                           |
|      |          |                                   |     |     | 上面          | 下面   | 上面   | 下面   |                           |
| A    | A-1      | 1.0                               | D10 | D6  | 0.42        | 0.84 | 0.15 | 0.15 | 0.1~1.0                   |
|      | A-2      |                                   |     |     |             |      |      |      | 0.1~1.2                   |
| B    | B-1      | 2.0                               | D10 | D6  | 0.42        | 0.84 | 0.15 | 0.15 | 0.1~1.2                   |
|      | B-2      |                                   |     |     |             |      |      |      | 0.1~1.1                   |
|      | B-3      |                                   |     |     |             |      |      |      | 0.1~1.0                   |
| C    | C-1      | 2.0                               | D6  | D6  | 0.19        | 0.37 | 0.19 | 0.37 | 0.1~1.5                   |
|      | C-2      |                                   |     |     |             |      |      |      | 0.1~1.5                   |
|      | C-3      |                                   |     |     |             |      |      |      | 0.1~1.5                   |
| D    | D-1      | 2.0                               | D10 | D10 | 0.42        | 0.84 | 0.42 | 0.42 | 0.1~1.5                   |
|      | D-2      |                                   |     |     |             |      |      |      | 0.1~1.4                   |



### 6.3 理論解析

#### 6.3.1 ゴム緩衝材を考慮した場合の無限版の弾性衝撃応答解析

本章では、図-6.3のように密度  $\rho_1$ 、弾性係数  $E_1$ 、ポアソン比  $\nu_1$ 、厚さ  $d$  である無限版上にバネ定数  $k$  をもつバネを設置して、このバネ上へ質量  $M$  の重錘を高さ  $H$  から落下させた場合の衝撃力  $P$  を求める。重錘の運動方程式は次式となる。

$$M \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} + P(t) = 0 \quad (6.1)$$

バネ部の変位を  $\delta_1$ 、版の中央点鉛直たわみ  $w_0$  とすると、衝撃力とバネ定数  $k$  をもつバネとの力の釣合式は、次式となる。

$$P = k(\delta_1 - w_0) \quad (6.2)$$

6.1), 6.2) 式をラプラス変換すると、

$$Ms^2 + L[\delta_1] + L[P] = MV_0 \quad (6.3)$$

$$L[P] = k(L[\delta_1] - L[w_0]) \quad (6.4)$$

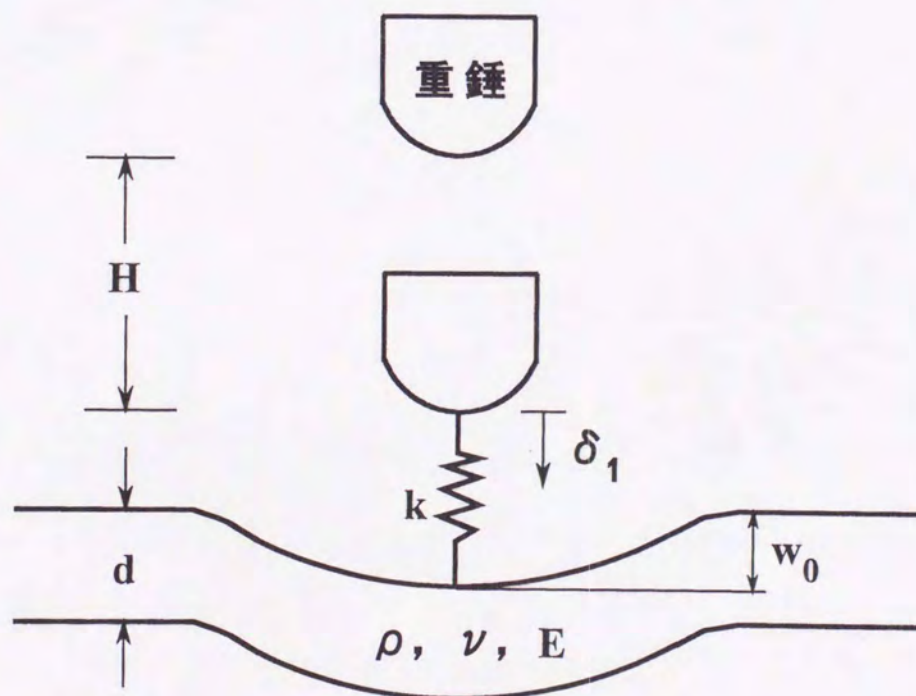


図-6.3 ゴム緩衝材を考慮した場合の無限版



初期条件を時間  $t=0$  で初速度  $V_0=\sqrt{2gH}$  ( $g$ : 重力加速度) として 6.1), 6.2), 2.35) 式を整理して, 像空間における衝撃力を求めると次式となる.

$$L[P]=\frac{MV_0}{s^2+2\beta\omega s+\omega^2} \quad (6.5)$$

上式を Laplace 逆変換すると, 次式のような衝撃力が求められる.

$$P=\frac{MV_0\omega}{\sqrt{1-\beta^2}} e^{-\beta\omega t} \sin(\sqrt{1-\beta^2}\omega t) \quad (6.6)$$

なお, 上式で用いた記号は  $k/M=\omega$ ,  $a/M=\omega_0$ ,  $\beta=\omega/2\omega_0$  である.  
 $a$  は 2.35) 式に定義している.



### 6.3.2 衝撃荷重を受ける無限版の中立軸におけるたわみと曲げモーメント

図-2.4に示したように, 半径方向  $r$ , 回転方向  $\theta$  とした場合の無限版上に軸対称分布外力  $P(r)$  が作用する場合の鉛直方向の変位  $w$  は 2.31) 式より

$$J_0(L[w]) = \frac{J_0(L[P(r)])}{2\pi D(\xi^4 + \frac{\rho d}{D} s^2)} \quad (2.31)$$

この無限版に半径  $r_a$  の等分布荷重が作用している場合のその合力を  $P$  とし, また単位ステップ関数を  $U(a-r)$  とすれば,  $p(r)$  は次式のように表される.

$$p(r) = \frac{U(a-r)}{\pi r_a^2}$$

2.30) 式の右辺の外力項に上式を代入して Bessel 変換を施すと次式となる.

$$J_0(L[p(\xi)]) = \frac{J_1(r_a \xi)}{\pi r_a \xi} \quad (6.7)$$

6.7) 式を 2.31) 式に代入し, Laplace 逆変換すると,

$$J_0(w) = \frac{J_1(r_a \xi)}{\gamma_1 d \pi r_a \xi^3} \int_0^t P(\tau) \frac{\sin \gamma_a \xi^2 (t-\tau)}{\gamma_a} d\tau \quad (6.8)$$

ところで,  $\gamma_a = \sqrt{\frac{D}{\rho_1 d}}$  である. 次に, 6.8) 式を Bessel 逆変換すると

$$w = \frac{\gamma_a}{D \pi r_a} \int_0^t P(\tau) \int_0^\infty \frac{J_0(r \xi) J_1(r_a \xi)}{\xi^2} \sin \gamma_a \xi^2 (t-\tau) d\xi d\tau \quad (6.9)$$

版の半径方向の曲げモーメントは, 次式である.

$$M_r = D \left[ \frac{d^2 w}{dr^2} + \nu_1 \frac{dw}{r dr} \right] \quad (6.10)$$

6.10) 式に 6.9) 式を代入すると次式のような等分布衝撃荷重を受けた場合の半径方向の曲げモーメントが求められる.

$$M_r = \frac{\gamma_a}{\pi r_a} \int_0^t P(\tau) \int_0^\infty \left\{ J_0(r \xi) J_1(r_a \xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r \xi} J_1(r \xi) J_1(r_a \xi) \right\} \sin \gamma_a \xi^2 (t-\tau) d\xi d\tau \quad (6.11)$$

6.10) および 6.11) 式を  $r_a \rightarrow 0$  として極限をとると, 集中荷重が作用している場合となる. 従って, これらの式は次式のように表される.

$$w = \frac{1}{2\pi \sqrt{\rho_1 d D}} \int_0^t P(\tau) \int_0^\infty \frac{J_0(r \xi)}{\xi} \sin \gamma_a \xi^2 (t-\tau) d\xi d\tau \quad (6.16)$$



$$M_r = \frac{\gamma_a}{2\pi} \int_0^t P(\tau) \int_0^\infty \left[ \xi J_0(r\xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r} J_1(r\xi) \right] d\xi \quad (6.12)$$

さらに, 6.12), 6.13) 式を  $\xi$  について Bessel 積分する前に, Bessel 積分に関する積分公式を示しておく.

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty J_1(\xi) \sin(\beta\xi^2) d\xi &= \sin\left[\frac{1}{4\beta}\right] \\ \int_0^\infty J_0(\xi) \frac{\sin(\beta\xi^2)}{\xi} d\xi &= -\frac{1}{2} \text{si}\left[\frac{1}{4\beta}\right] \\ \int_0^\infty \xi J_0(\xi) \sin(\beta\xi^2) d\xi &= \frac{1}{2\beta} \cos\left[\frac{1}{4\beta}\right] \end{aligned} \right\} \quad (6.13)$$

ここで, 上式の 2 番目に示した  $\text{si}(x) = -\int_x^\infty \frac{\sin u}{u} du$ , 積分正弦関数である. 前述した公式より, 6.12), 6.13) 式をそれぞれ積分するとたわみおよび曲げモーメントは, 以下に示すとおり Duhamel 積分型の式となる.

$$w = \frac{-1}{4\pi\sqrt{\rho_1 dD}} \int_0^t P(t-\tau) \text{si}\left[\frac{r^2}{4\gamma_b(t-\tau)}\right] d\tau \quad (6.14)$$

$$M_r = \frac{\gamma_a}{2\pi} \int_0^t P(t-\tau) \int_0^\infty \left\{ \frac{1}{2\gamma_a\tau} \cos\left[\frac{r^2}{4\gamma_b\tau}\right] + \frac{\nu_1 - 1}{r^2} \sin\left[\frac{r^2}{4\gamma_b\tau}\right] \right\} d\tau \quad (6.15)$$

6.15), 6.16) 式より,  $r=0$  におけるたわみ  $w_0$  と曲げモーメント  $M_r$  を求めてみると,

$$w_0 = \frac{\gamma_a}{8D} \int_0^t P(\tau) d\tau \quad (6.16)$$

$$M_0 = \frac{1+\nu_1}{8\tau} \int_0^t \frac{P(\tau)}{\tau} d\tau \quad (6.17)$$

図-6. 4で示したように, 本解析における衝撃力の荷重時間方向分布は,  $t=t_{\max}$  で最大衝撃力  $P=P_{\max}$  となり  $t=t_d$  で  $P=0$  となる三角形荷重と仮定した. 荷重の各値については実験結果から得られた衝撃力の時刻歴応答から力積を求め, 最大衝撃力および最大衝撃力発生時間は実験結果を用いた荷重継続時間は力積が一定となるように求めた. 時間区分における衝撃力は以下に示したとおりである.



$$\left. \begin{aligned} a) \quad t < 0 \quad P(t) &= 0 \\ b) \quad 0 \leq t \leq t_{\max} \quad P(t) &= \frac{P_{\max}}{t_{\max}} t \\ c) \quad t_{\max} \leq t \leq t_d \quad P(t) &= \frac{P_{\max}(t_d - t)}{t_d - t_{\max}} \\ d) \quad t > t_d \quad P(t) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad 6.19)$$

次に、仮定した三角形荷重を無限版に作用させた場合の曲げモーメントを求めることとする。それぞれの時間区分における 6.19) 式を用いて 6.13) 式に代入して Duhamel 積分すると以下に示すような時間区分における曲げモーメントが求めることができる。

$$a) \quad t < 0 \quad M_r = 0$$

$$b) \quad 0 \leq t \leq t_{\max}$$

$$M_r = \frac{P_{\max}}{\pi r_a t_{\max}} \int_0^\infty \frac{1}{\gamma_a \xi^4} \left\{ \gamma_a \xi^2 t - \sin \gamma_a \xi^2 t \right\} \left\{ J_0(r\xi) J_1(r_a \xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r\xi} J_1(r\xi) J_1(r_a \xi) \right\} d\xi$$

$$c) \quad t_{\max} \leq t \leq t_d$$

$$M_r = \frac{P_{\max}}{\pi r_a t_{\max}} \int_0^\infty \frac{1}{\gamma_a \xi^4} \left\{ \sin \gamma_a \xi^2 (t - t_{\max}) - \sin \gamma_a \xi^2 t + \frac{t_d}{t_d - t_{\max}} \left[ \gamma_a \xi^2 (t_d - t) + \sin \gamma_a \xi^2 (t - t_{\max}) \right] \right\} \left\{ J_0(r\xi) J_1(r_a \xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r\xi} J_1(r\xi) J_1(r_a \xi) \right\} d\xi$$

$$d) \quad t > t_d$$

$$M_r = \frac{P_{\max}}{\pi r_a t_{\max}} \int_0^\infty \frac{1}{\gamma_a \xi^4} \left\{ \sin \gamma_a \xi^2 (t - t_{\max}) - \sin \gamma_a \xi^2 t - \frac{t_{\max}}{t_d - t_{\max}} \left[ \sin \gamma_a \xi^2 (t - t_d) - \sin \gamma_a \xi^2 (t - t_{\max}) \right] \right\} \left\{ J_0(r\xi) J_1(r_a \xi) + \frac{\nu_1 - 1}{r\xi} J_1(r\xi) J_1(r_a \xi) \right\} d\xi$$

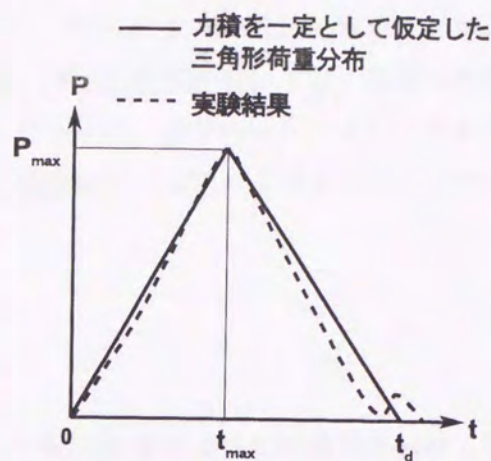


図-6.4 三角形載荷荷重モデル



## 6.4 実験結果と解析結果の比較

本章における実験データは主として D-1 シリーズ（一部 D-2）について示し，本章ではゴムを考慮した解析結果，ゴムを無視した解析結果および実験結果と比較検討し，本章で提案したモデルの妥当性について検討することとする．なお，実験のデータは，若干のローパスフィルターをかけているが，これらのデータが比較的滑らかなのは，緩衝材のゴム版およびサンプリングタイムが若干大きめな影響を受けているためと考えられる．

### 6.4.1 最大衝撃加速度と落下高さの関係

図-6.5は，ゴムを考慮した解析結果，ゴムを無視した解析結果および実験結果における落下高さに対する最大衝撃加速度を示している．なお，ゴムを無視した解析結果は 2.18) 式を用いて衝撃加速度を評価した．実験結果は落下高さ  $H=0.1\sim 1.4m$  までを示している．

ゴムを考慮した解析結果における最大衝撃加速度は，落下高さが  $0.5m$  までは実験結果のほぼ下限値を示しているものの， $0.5m$  を越えてもさらに増加傾向を示している．しかし，実験結果では  $0.5m$  を越えるとコンクリート床版の裏面が剥離し始めその個所の塑性化が進行するために最大衝撃加速度が減少しているものと推測される．さらに床版は  $1.3m$  を越えると押し抜きせん断によって破壊に至っている．一方，ゴムを無視した解析結果では落下高さが高くなるほどに実験結果やゴムを考慮した解析結果よりもかなり大きな最大衝撃加速度を示している．このことはゴムの緩衝効果を考慮に入れた方が実験結果を近似できるものと考えられる．（直接コンクリートに重錘を落下させた場合では，第3章から第5章の衝撃力と衝突速度との関係よりゴムを考慮した解析結果は実験結果を概ね近似していることを指摘した．）

以上の結果より，バネの緩衝効果を考慮した解析結果は，床版全体がほぼ弾性状態にあると思われる  $0.4m$  以下で実験値の下限値を示していることがわかる．



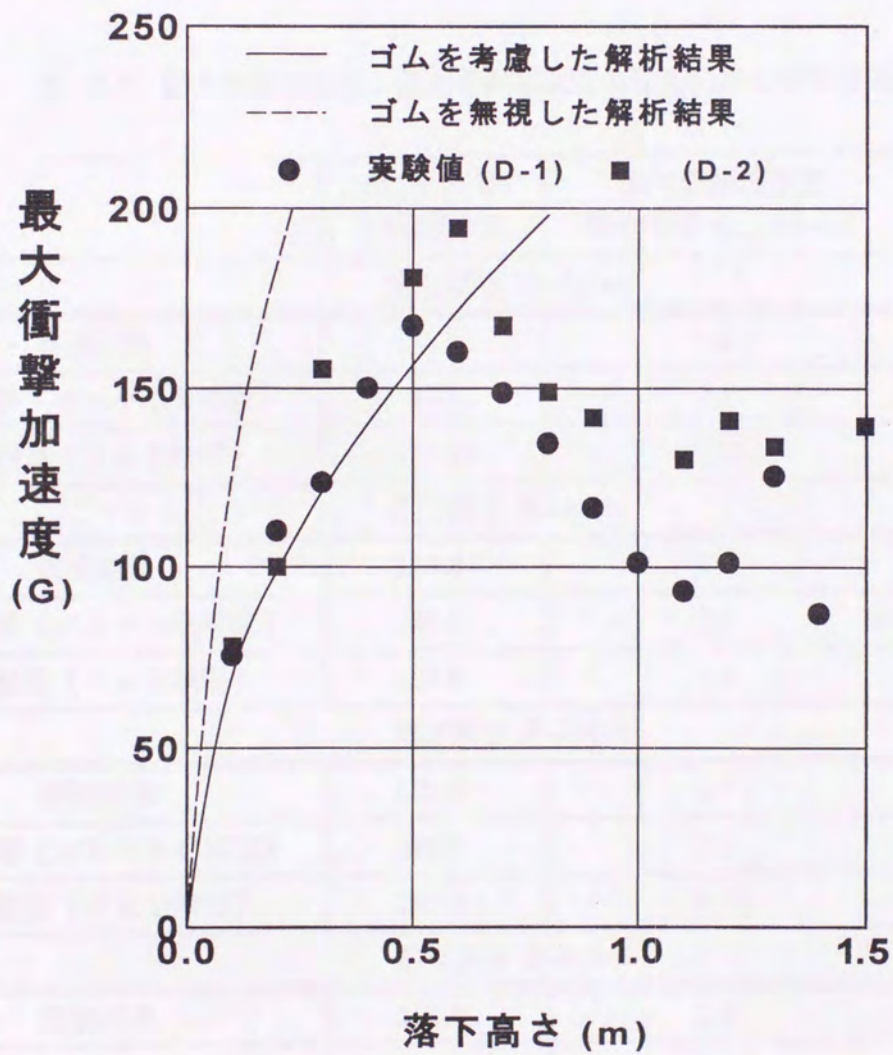


図-6.5 最大衝撃加速度と落下高さの関係



#### 6.4.2 衝撃加速度の時刻歴応答波形

図-6. 6(a)～(d)は、落下高さ  $H=0.1 \sim 0.4m$  に対する衝撃加速度の時刻歴応答波形を示している。(a)図は、落下高さが  $0.1m$  の場合である。実験結果は、最大衝撃加速度発生時間  $t_{\max}=1.5msec$ 、最大衝撃加速度  $78G$  となり、その後は単調に減少するが、 $4.7msec$  を過ぎたあたりで再び僅かな加速度が生じるために載荷継続時間  $t_d$  は約  $6msec$  となっている。ゴムを考慮した解析結果の場合の主波動は、最大衝撃加速度発生時間  $t_{\max}=2.1msec$ 、最大衝撃加速度  $70G$  となっているが、載荷継続時間  $t_d=4.8msec$  となり、その後、加速度は自由減衰振動を呈している。実験結果と良く一致している。しかし、ゴムを無視した解析結果は、最大衝撃加速度発生時間  $t_{\max}=0.88msec$ 、最大衝撃加速度約  $130G$ 、載荷継続時間  $t_d=2.78msec$  となり、実験値とは全く一致していない。このことは、直接コンクリートに重錘を落下させた場合に相当するために、

表-6.2 最大衝撃加速度、最大衝撃加速度発生時間および載荷継続時間

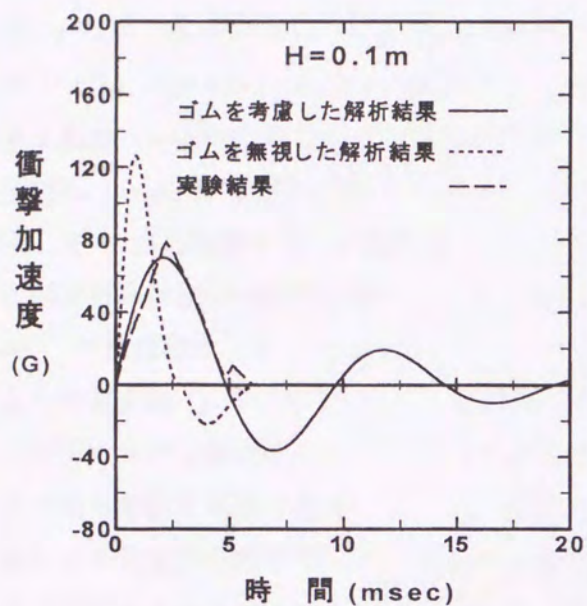
|                | 最大衝撃<br>加速度 ( $G$ ) | 最大衝撃加速度<br>発生時間 $t_{\max}$ ( $msec$ ) | 載荷継続時間<br>$t_d$ ( $msec$ ) |
|----------------|---------------------|---------------------------------------|----------------------------|
| 落下高さ $H=0.1m$  |                     |                                       |                            |
| 実験結果           | 78.0                | 1.5                                   | 6.0                        |
| 解析結果 (ゴムバネを考慮) | 70.1                | 2.1                                   | 4.8                        |
| 解析結果 (ゴムを無視)   | 126.24              | 0.88                                  | 2.78                       |
| 落下高さ $H=0.2m$  |                     |                                       |                            |
| 実験結果           | 110.0               | 1.8                                   | 6.0                        |
| 解析結果 (ゴムバネを考慮) | 99.1                | 2.1                                   | 4.8                        |
| 解析結果 (ゴムを無視)   | 184.6               | 0.8                                   | 2.67                       |
| 落下高さ $H=0.3m$  |                     |                                       |                            |
| 実験結果           | 121.0               | 1.7                                   | 4.0                        |
| 解析結果 (ゴムバネを考慮) | 120.4               | 2.1                                   | 4.8                        |
| 解析結果 (ゴムを無視)   | 230.5               | 0.77                                  | 2.61                       |
| 落下高さ $H=0.4m$  |                     |                                       |                            |
| 実験結果           | 153.0               | 1.8                                   | 4.73                       |
| 解析結果 (ゴムバネを考慮) | 140.2               | 2.1                                   | 4.8                        |
| 解析結果 (ゴムを無視)   | 269.7               | 0.74                                  | 2.58                       |



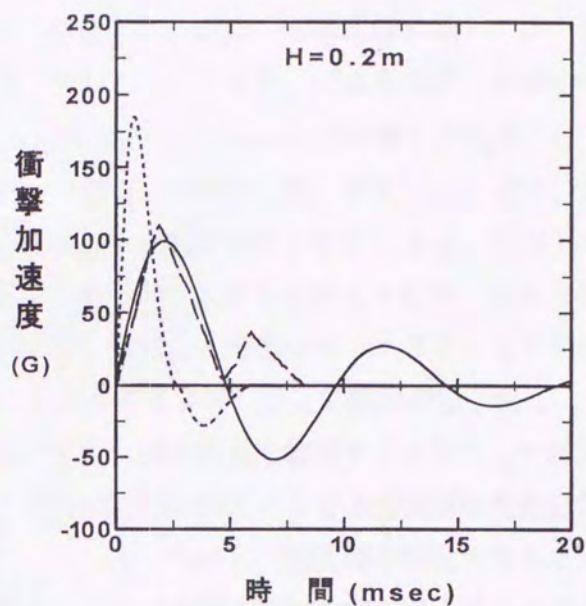
本解析結果と比較して衝撃加速度は大きくなり逆に載荷継続時間は短くなる傾向を示している。(b) ~ (d) 図の場合も (a) 図の場合と同様な傾向にある。表-6. 2 に示したように、ゴムを考慮した解析結果は最大値、最大値発生時間および載荷継続時間が実験値をほぼ近似しているが、ゴムを無視した解析結果は落下高さが高くなるほど実験結果とかけ離れる傾向にあることがわかる。なお、この表の実験結果は (a) ~ (d) 図 に示した加速度波形の値を適用している。

以上のことより、落下高さが  $H=0.1 \sim 0.4m$  のほぼ弾性範囲内では、ゴムの緩衝効果を考慮した解析結果は、実験結果の加速度波形をほぼ近似しているものと考えられる。

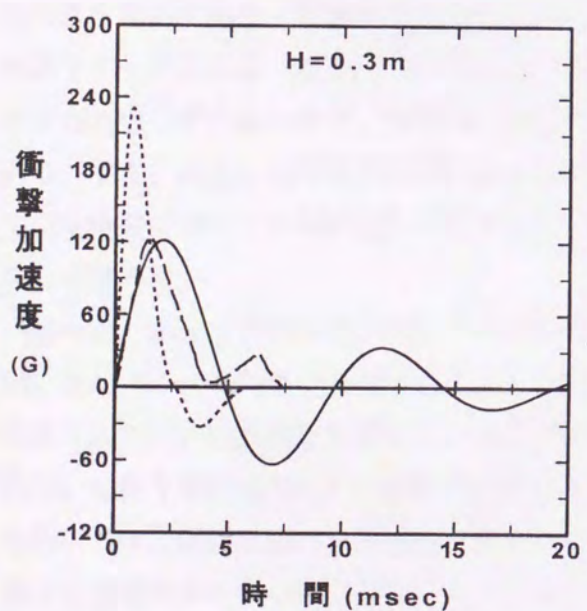




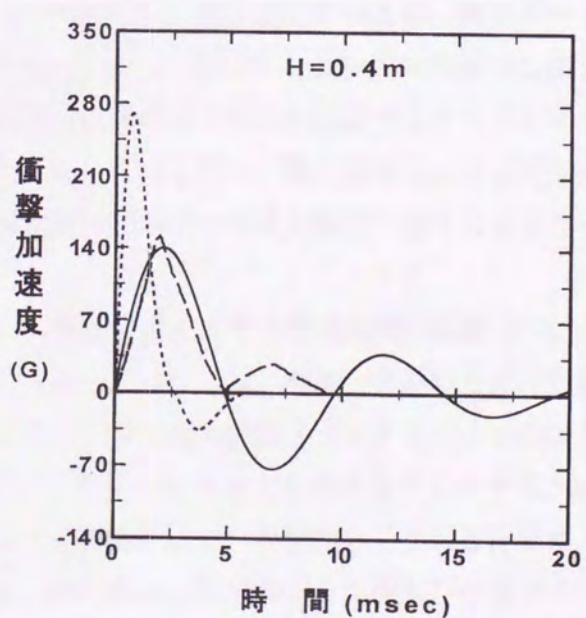
(a)  $H=0.1\text{ m}$  の場合



(b)  $H=0.2\text{ m}$  の場合



(c)  $H=0.3\text{ m}$  の場合



(d)  $H=0.4\text{ m}$  の場合

図-6.6 衝撃加速度の時刻歴応答



### 6.4.3 入力衝撃荷重および曲げモーメントの時刻歴応答

理論解析における無限版は、前述した実験のコンクリート床版を想定しているためにポアソン比  $\nu_1=1/6$ ,  $E_1=3 \times 10^6 \text{ tf/m}^2$ ,  $\rho_1=2.5 \text{ t/m}^3$ ,  $d=0.1 \text{ m}$  とした。また、球底重錘に関しては、質量  $M=100 \text{ kg}$ ,  $\nu_0=1/3$ ,  $E_0=2.1 \times 10^7 \text{ tf/m}^2$ ,  $\rho_0=8.01 \text{ t/m}^3$  とした。なお、ゴムを考慮した場合のバネ定数は  $k=4500 \text{ tf/m}$  とした。これらのパラメーターを用いて、2.43) 式の積分方程式では、時間刻み  $1 \text{ msec}$  として Simpson の  $1/3$ ,  $3/8$  則により衝撃力を算定した。また、この式は、 $\xi$  に関して  $0$  から無限大までの積分であるので分母が  $0$  となり解析不能となる。なお、前述した  $\xi$  に関する無限積分の数値計算には台形則を用いきざみ幅の収斂状況を検討した結果、きざみ幅は  $10^{-3}$  でほぼ収斂した。以上のことから、本解析では、前述した分母がゼロになることを避けるために初期値  $\xi_0=1 \times 10^{-5}$  として  $\xi_{\max}=300$  まで、きざみ幅を  $0.001$  として数値積分した。

解析における曲げモーメントは、前述したように床版に集中荷重を載荷すると版中心では無限大となり解析不可能となる。さらに、実験では、重錘の底部が球であっても緩衝材の荷重分散効果により荷重分布幅を有しているものと推測される。しかしながら、載荷幅を限定することはかなり困難であるものと考えられる。また、落下高さによって重錘の接触面積が変化するものと推測されることから、本解析では落下高さが  $H=0.1 \text{ m}$  の場合、載荷半径  $r_a=0.075 \text{ m}$  および  $H=0.4 \text{ m}$  の場合、載荷半径  $r_a=0.15 \text{ m}$  の等分布荷重と仮定して衝撃荷重を無限版中央に作用することとした。

図-6. 7(a), (b)は落下高さ  $H=0.1, 0.4 \text{ m}$  における仮定した衝撃力および実験結果の時刻歴応答を示している。実験結果の場合は第1および第2ピーク点が生じているが、第2ピーク点は第1ピーク点に比べると約  $1/3$  倍以下の値を示している。このことから、本解析では第2ピーク点が生じているものの、時間方向分布荷重は概ね三角形形状分布に近似できるものと考えられる。また、仮定した衝撃力は実験結果を用いて力積の計算を行い、最大衝撃力および最大衝撃力発生時間については実験結果と同値とし、載荷継続時間については力積が一定となるように計算して求めた。

図-6. 8(a), (b)には落下高さ  $H=0.1, 0.4 \text{ m}$  で荷重載荷点より主鉄筋方向の距離  $x=0, 0.1, 0.2, 0.4, 0.9 \text{ m}$  に対する曲げモーメントの時刻歴応答を示している。なお、実験結果は、主鉄筋方向 ( $x$  方向) の鉄筋歪を用いて、弾性理論によるひび割れ後の理論 (コンクリートの引張力を無視) に従う単位幅当たりの単鉄筋矩形断面における曲げモーメントを求めることにする。また、本解析では、弾性状態から弾塑性の極く初期状態まで検討することを目的としているために、鉄筋の歪速度効果については考慮しないものとする。波形図は、基準軸より上側が正の曲げモーメント、下側が負の曲げモーメントを示している。

(a) 図において、実験結果は載荷点直下付近の  $x=0, 0.1 \text{ m}$  で最低次固有周期  $T=19.8 \text{ msec}$  となり、文献 86) より床版の固有周期は  $T=20.5 \text{ msec}$  となり両者はほぼ近似していることと最大



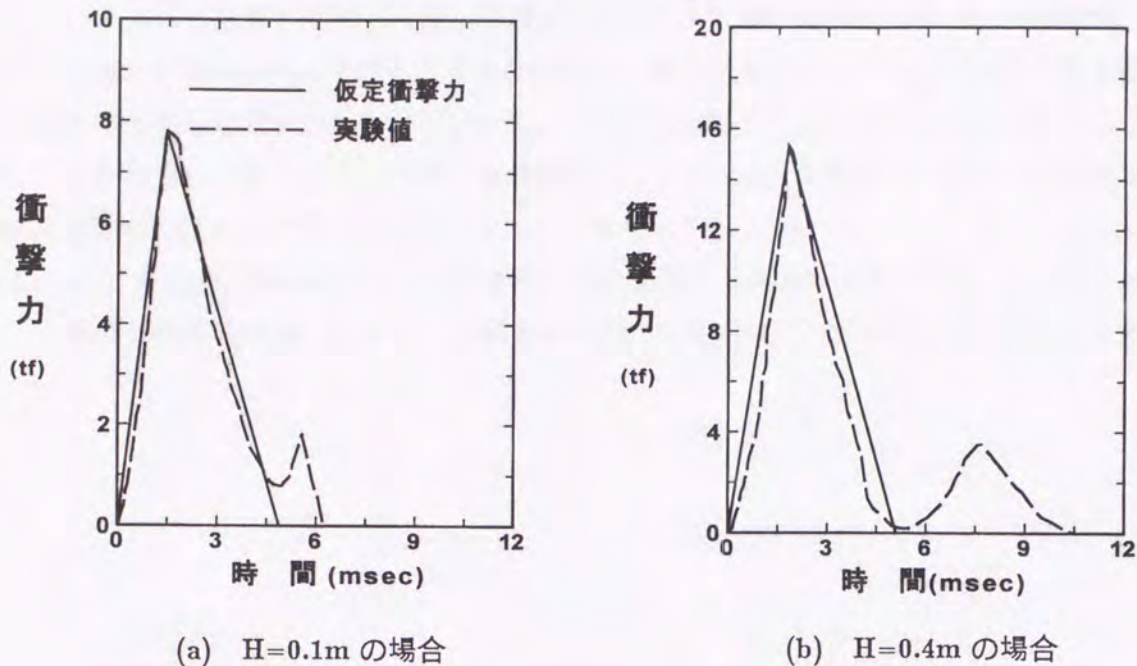


図-6.7 仮定衝撃力

曲げモーメントに達した後に減衰自由振動を呈していることがわかる。  $x=0.2$  および  $0.4m$  でも載荷点近傍と同様に減衰自由振動を呈し、衝撃初期で負の曲げモーメントが生じ、その後正の曲げモーメントへ移行していることがわかる。しかし、固定端近傍の  $x=0.9m$  の場合では  $x=0.2$ ,  $0.4m$  の場合と比較してより大きな圧縮側の曲げモーメントが発生し、その後引張側の曲げモーメントへ移行しながら減衰自由振動している。これより、落下高さ  $H=0.1m$  の場合の鉄筋コンクリート床版は床版全体にひび割れが未だ発生しておらず弾性状態を保持していることがわかる。一方、載荷点近傍 ( $x=0, 0.1m$ ) における最大曲げモーメントの解析結果は実験結果とほぼ一致しているものの、解析結果は最大曲げモーメントに達した後に単調減少していることがわかる。このことは無限版には境界および固有周期が存在しないことから、第2章の無限版に作用する衝撃力の場合と同様に応答波形が境界による反射波の影響を受けないことによるものと考えられる。 $x=0.2, 0.4m$  の解析結果では極く初期において負の曲げモーメントとなりその後正の曲げモーメントへ移行しながら過減衰振動を示している。固定端付近では  $x=0.2, 0.4m$  の場合に比べて大きな負の曲げモーメントが発生しており、これは実験結果と同様な挙動を示していることがわかる。

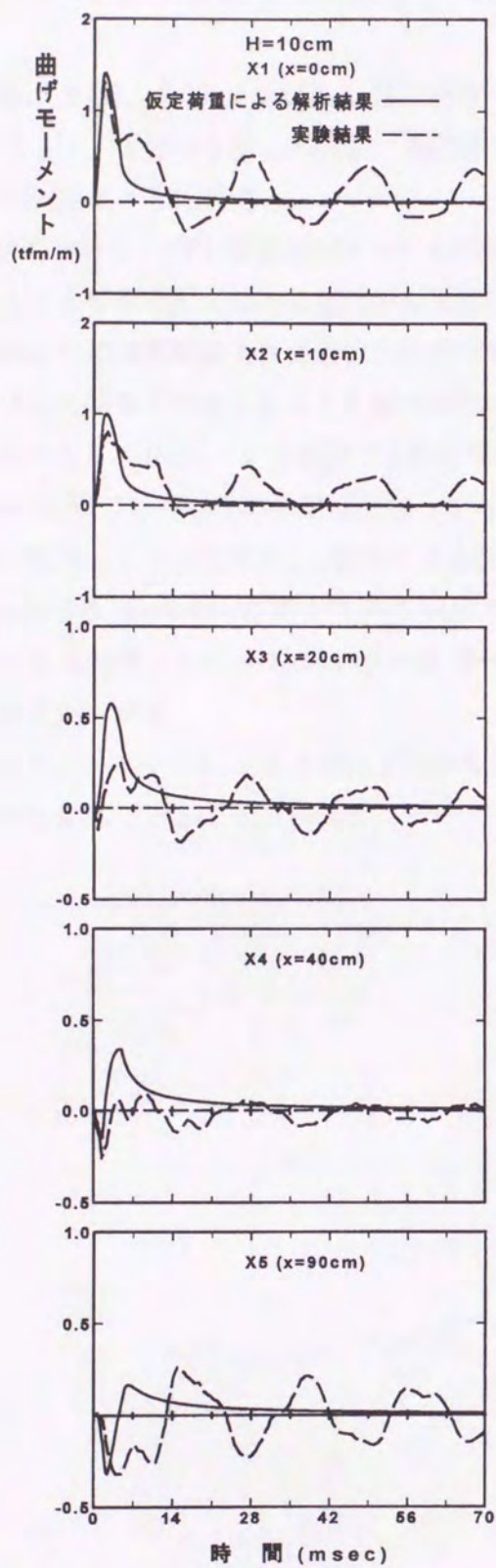
(b) 図の実験結果において、各測定点の曲げモーメントの波形はいずれも減衰自由振動を呈しているものの、最低次固有周期は約  $34msec$  となり  $H=0.1m$  の場合の固有周期に比べると約2倍近く長くなっており、それらの曲げモーメント波形は各測定点で残留歪が見られその値もかなり大きくなっていることがわかる。このことから、RC 床版の裏面では載荷点近傍および固定端部近傍でひび割れが発生しており塑性化も徐々に進行しているものの、未だ床版全体で衝撃力に



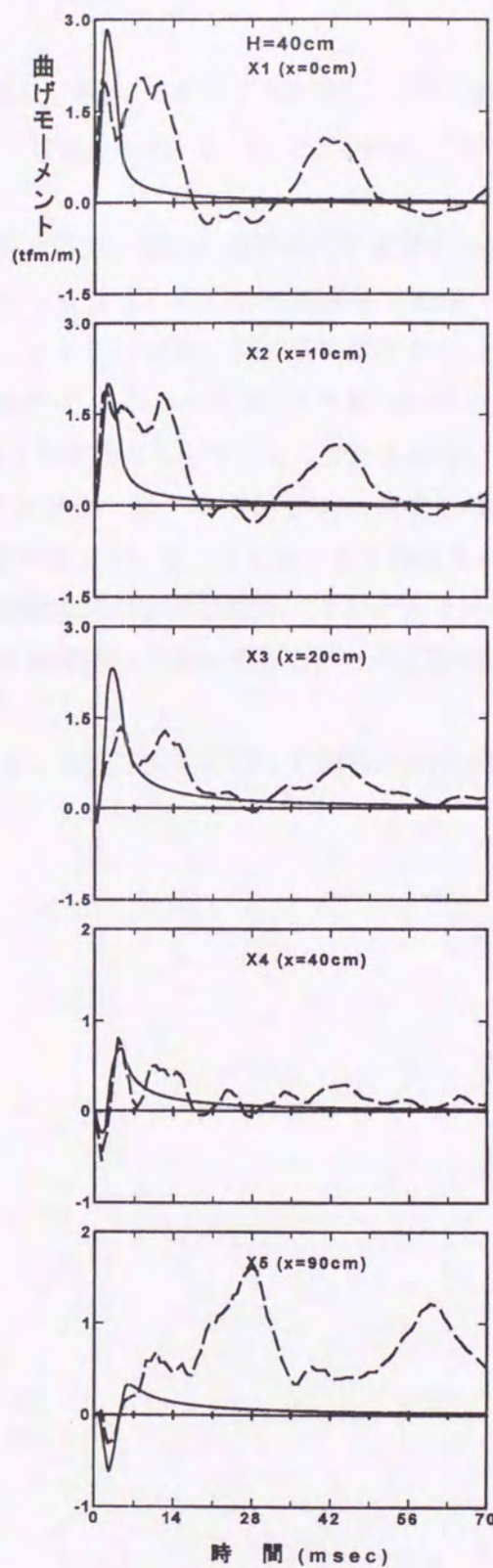
抵抗しているものと推測される。一方、載荷点近傍における解析結果は  $H=0.1m$  の場合と同様に最大値に達した後単調減少を示し、また解析結果と実験結果と比較すると両結果は最大値および最大値に発生する時間が概ね近似している。 $x=0.2m$ 以降から固定端部近傍における曲げモーメントの波形は負から正へ移行してその後単調減少しているが、解析結果における衝撃初期では実験結果と概ね近似した挙動を示しているものと考えられる。

以上より、無限版の弾性解である解析結果は極く衝撃初期において落下高さ  $H=0.1$  および  $0.4m$  の場合で弾性範囲内と見なせる実験結果に比較的良く酷似した挙動を示していることがわかる。





(a)  $H=0.1\text{m}$  の場合



(b)  $H=0.4\text{m}$  の場合

図-6.10 曲げモーメントの時刻歴応答



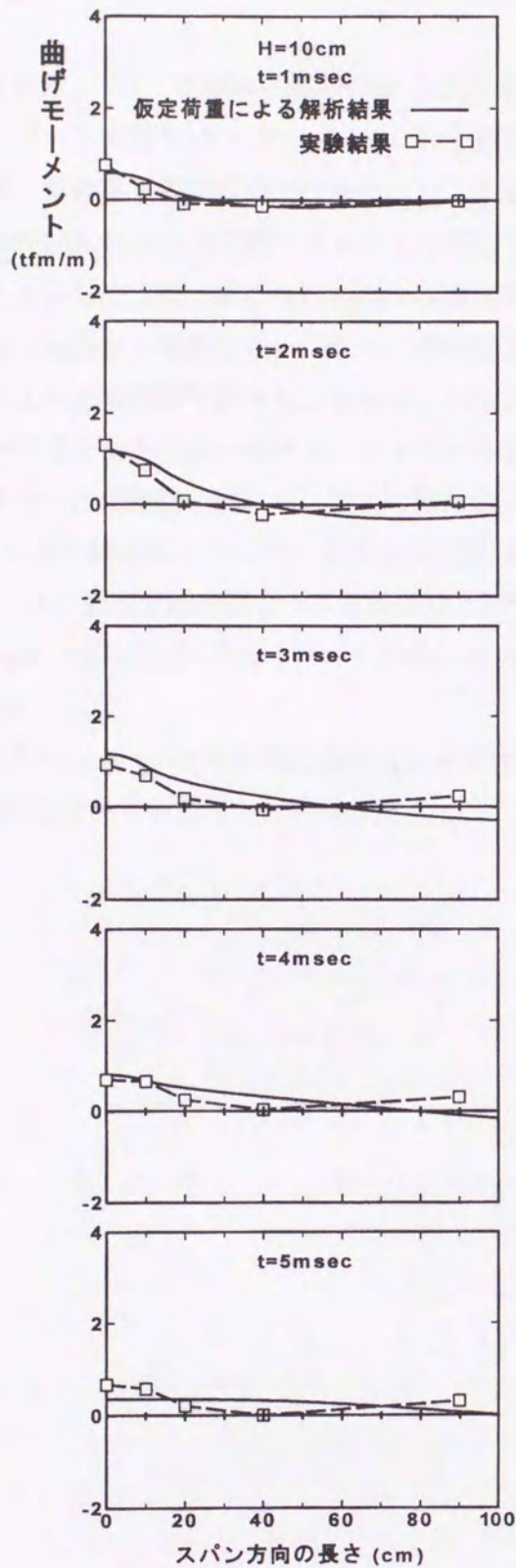
#### 6.4.4 スパン方向に対する曲げモーメント分布

図-6. 9(a), (b)においては, 落下高さ  $H=0.1, 0.4m$  における各時間のスパン方向に対する曲げモーメント分布を示している. 各時間ステップは,  $t=1, 2, 3, 4, 5msec$  における解析結果と実験結果とを比較する.

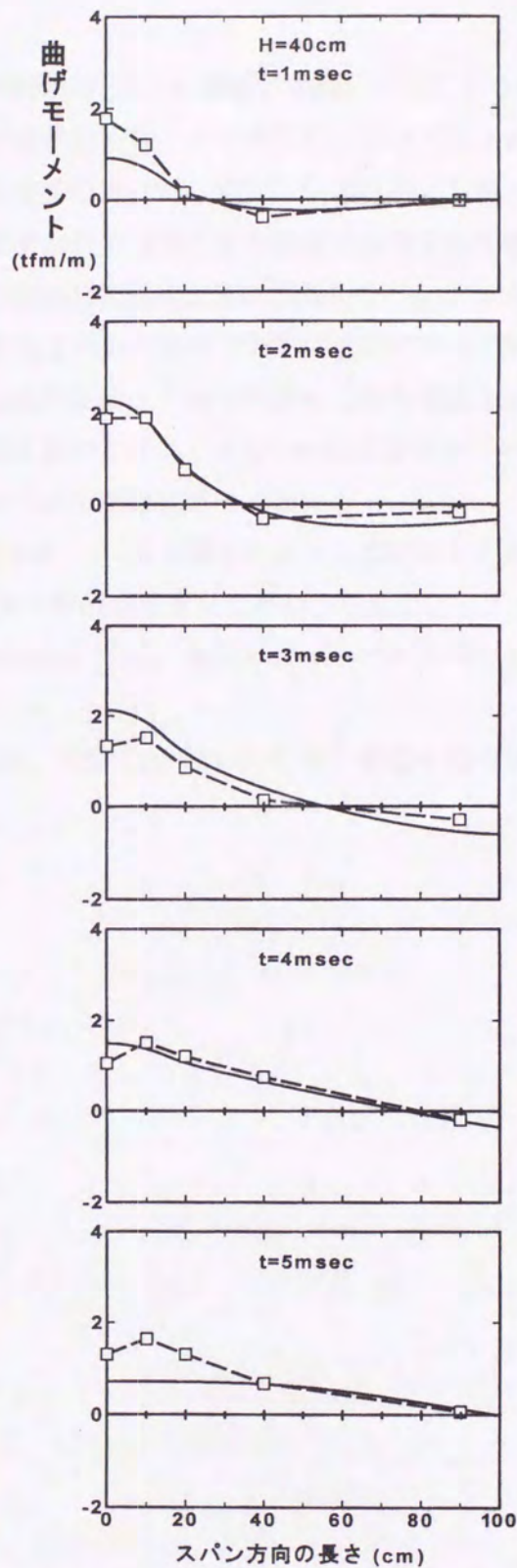
(a) 図において, 極く衝撃初期における実験結果は載荷点近傍の局所的断面変形を示し, 時間の経過とともに徐々に全体的な変形挙動を示しているようである. 解析結果は,  $t=1 \sim 3msec$  まで全体として実験結果とほぼ近似した分布を示している. また, 極く衝撃初期の  $t=1, 2msec$  ではいずれの結果も前述したように固定端部のみならず  $x=0.2 \sim 0.4m$  でも負の曲げモーメントが生じていることから, この範囲でも固定端のような挙動を示していることがわかる. しかし,  $t=4msec$  以降では両結果の挙動が異なっていることがわかる. このことは, 前述と同様に本解析が無制限版としているために, 境界による影響を考慮していないことによるものと考えられる. (b) 図における  $H=0.4m$  の場合は  $t=1msec$  で実験結果の方が解析結果よりやや大きめの応答値を示しているものの,  $t=1 \sim 3msec$  までは  $H=0.1m$  の場合と同様にほぼ近似した応答分布を示していることがわかる.

以上より,  $t=1 \sim 3msec$  までの応答分布において, 各落下高さに対して両結果はほぼ酷似した応答分布を示していることがわかる.





(a) H=0.1m の場合



(b) H=0.4m の場合

図-6.11 スパン方向に対する曲げモーメント分布



## 6.5 結 論

本章では、RC 床版の応答特性および緩衝材を用いた場合の衝撃力の緩和を検討するために、コンクリート床版を A ~ D シリーズの4種類の複鉄筋断面として作製し、この上にゴム緩衝材を設置し重錘落下衝撃実験を行った。RC 床版の支持条件は対辺固定、対辺自由としているために、解析的にはかなり困難であることと床版中央における衝撃力を評価等には境界の影響を受けないことから無限版で解析を行った。理論解析は無限版の弾性衝撃応答解析を行い、ゴム緩衝材を考慮した場合と考慮しない Hertz の弾性接触論を用いた場合の衝撃加速度について解析し実験結果との比較検討を試みた。さらに、本解析は実験結果と力積が同値の三角形荷重を仮定し無限版に作用させた場合の曲げモーメントの時刻歴応答およびスパン方向の応答分布についても実験結果との比較検討を試みた。以上の検討結果について結論を述べると、

- 1) ゴム版を緩衝材として用いる場合の衝撃加速度は、ゴムを弾性バネとして評価することにより、RC 版が比較的健全である範囲では精度良く評価できることがわかった。
- 2) Hertz の弾性接触理論（ゴムを無視）を用いた場合では、適切な評価ができないことがわかった。
- 3) 曲げモーメントの時刻歴応答および分布性状は、衝撃初期において RC 床版の動的挙動を比較的近似していることがわかった。



## 第7章 各種緩衝材への重錘落下による衝撃力の評価

### 7.1 概 説

衝撃力を受ける構造物の1つとして落石覆工構造物がある。落石覆工は海岸や山岳地帯で落石によって交通障害を起こすことが予想されるところに建設し道路交通の安全性を確保するための構造物である。落石覆工では落石等による衝撃力を緩和するために、緩衝材が設けられている。この緩衝材として従来経済的な見地から敷砂緩衝材(図-7.1(a))が普及していたが、メンテナンスが容易でないことや緩衝効果が十分期待できないことから、最近ではメンテナンスフリーに近くかつ緩衝効果もかなり期待できるEPS(発泡スチロール)や三層緩衝構造(砂、各種補強筋を用いたコンクリート床版、EPSを組み合わせたもの)などが実用化されている(図-7.1(b))。これらの緩衝材を用いた場合、落石等による衝撃力の評価は直接衝撃の場合に比較し複雑となる。すなわち、直接衝撃の場合では衝突体に生ずる衝撃力が被衝突体(構造物)に作用する衝撃力となるが、緩衝材を有する場合では衝突体に生ずる衝撃力が被衝突体に作用する衝撃力とは必ずしも一致しない。この場合には衝突体に生ずる衝撃力(重錘衝撃力と呼ぶ)を評価する以上に被衝突体に作用する衝撃力(伝達衝撃力と呼ぶ)を評価することが重要である。これに関して、数多くの実験研究に基づき、敷砂緩衝材に対しては最大重錘衝撃力および最大伝達衝撃力はそれぞれラーメ定数  $\lambda=200\text{tf}/\text{m}^2$ ,  $1000\text{tf}/\text{m}^2$  とした振動便覧式で評価可能であることが示されている。また、三層緩衝構造の場合は、佐藤等が重錘衝撃力を振動便覧式で評価した上で、伝達衝撃力をエネルギー論的観点からエネルギー吸収時の裏層EPS材の塑性応力によって算定する算定式を提案し、これにより実用的に評価が可能であることを示している。しかしながら、これらはいずれも衝撃力の最大値を与えるのみであり、衝撃力波形を示すことができない。一方、衝撃力を受ける構造物の動的応答解析に当たっては衝撃力の入力波形が必要であり、これを簡便な理論で精度良く与えることも重要である。

以上のことを踏まえて、本章では比較的簡単な弾性バネおよび粘性体モデルを用いた評価式を提案し、文献(47), (52), (56), (58) ~ (61)の実験データと比較して本手法の妥当性を検討することとする。なお、検討の手順は以下のように行った。

- 1) 緩衝材の緩衝特性を評価するためにバネとダッシュポットから構成される粘弾性体の減衰モデルを仮定する。なお、各解析過程において運動量保存法則が成立するようにパラメータを設定している。
- 2) 1) 重錘衝撃力、伝達衝撃力および貫入量の実験結果と比較しながらパラメータスタディを行い、実験結果を近似可能な解析モデルおよびそのパラメータを決定する。



- 3) 2) で決定したパラメータを用いて各緩衝材に対し最大衝撃力と落下高さ（または衝突速度）、重錘が受ける衝撃力および構造物に伝達する衝撃力の時刻歴応答波形について実験データと比較検討する。

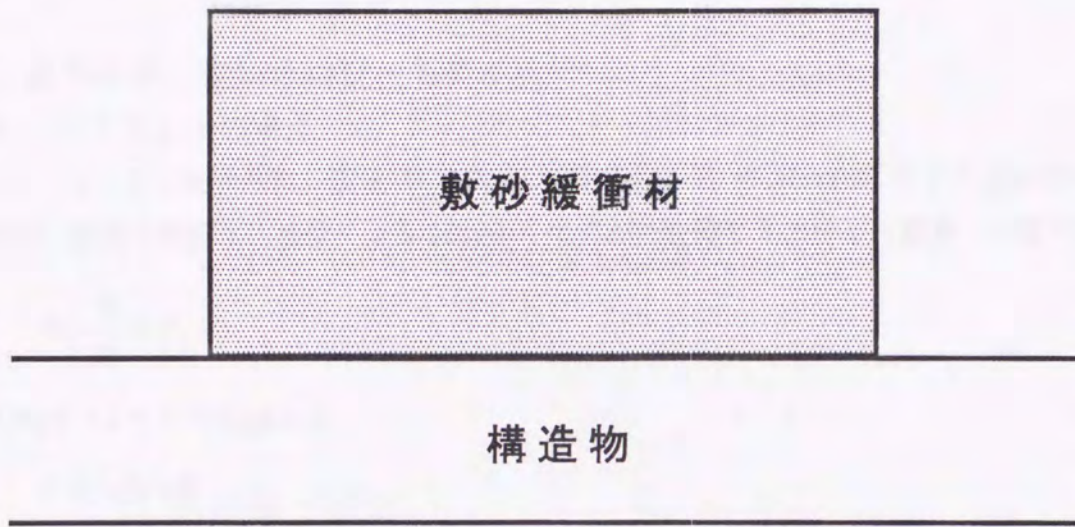


図-7.1(a) 敷砂緩衝材



図-7.1(b) 三層緩衝構造



## 7.2 レオロジーモデル設定の考え方

既に述べたように緩衝材への落石等による衝撃力は、緩衝材が受ける衝撃力（重錘衝撃力）と緩衝材を通して構造物等へ伝達された衝撃力（伝達衝撃力）とがあり、この両者は必ずしも等しくないばかりか緩衝材の構造により、大小関係も複雑である。また、落石等の衝突物体は緩衝材中へ埋没しいわゆる永久変形が発生する。緩衝材構造をレオロジー的にモデル化する場合、これらの現象を表現できるものでなければならない。ここではまず衝突衝撃力を受ける簡単なレオロジーモデルの挙動を検討し、緩衝材としての挙動を表現できるモデルの可能性について考察する。

### 7.2.1 簡単な粘弾性レオロジーモデル

#### (a) Maxwell モデルの場合

図-7.2に示したように、質量  $M_1$  の重錘が衝突速度  $V_0$  で Maxwell モデル上に衝突した場合の衝撃応答解析を行う。重錘による Maxwell モデルの変位を  $\delta_1$  とすると重錘の運動方程式は

$$M_1 \frac{d^2 \delta_1}{dt^2} + P_1 = 0 \quad (7.1)$$

上式を次式のように書き換える。

$$M_1 \ddot{\delta}_1 + P_1 = 0 \quad (7.1)'$$

ここで、 $f$  を時間に関する任意関数とし、1, 2, 3 次の導関数を  $\frac{df}{dt} = \dot{f}$ ,  $\frac{d^2 f}{dt^2} = \ddot{f}$ ,  $\frac{d^3 f}{dt^3} = \dddot{f}$  とおくことにする。

Maxwell モデルのパネ部の変位  $\delta_{k_1}$ 、ダッシュポット部の変位  $\delta_{c_1}$  とすれば、力の釣り合い式は次のようになる。

$$P_1 = k_1 \delta_{k_1} = c_1 \dot{\delta}_{c_1} \quad (7.2)$$

また、Maxwell モデルの全変位  $\delta_1$  は次式となる。

$$\delta_1 = \delta_{k_1} + \delta_{c_1} \quad (7.3)$$

上式を2度微分すると、

$$\ddot{\delta}_1 = \ddot{\delta}_{k_1} + \ddot{\delta}_{c_1} \quad (7.3)'$$

7.2) 式の1度および2度微分式をそれぞれ求めると



図-7.2 Maxwell モデルへの重錘落下



$$\delta_k = \frac{\dot{P}_1}{k}, \quad \ddot{\delta}_k = \frac{\ddot{P}_1}{k}, \quad \ddot{\delta}_c = \frac{\dot{P}_1}{c_1} \quad 7.2)'$$

7.2)' 式を 7.3)' 式に代入すると,

$$\ddot{\delta}_1 = \frac{\ddot{P}_1}{k_1} + \frac{\dot{P}_1}{c_1} \quad 7.4)$$

7.4) 式を 7.1) 式に代入して  $P_1$  に関して整理すると, 次式のように  $P_1$  に関する微分方程式として表される.

$$\ddot{P}_1 + \frac{k_1}{c_1} \dot{P}_1 + \frac{k_1}{M_1} P_1 = 0 \quad 7.5)$$

7.5) 式をラプラス変換すると

$$L[P_1] = \frac{\dot{P}_{10}}{s^2 + \frac{k_1}{c_1}s + \frac{k_1}{M_1}} \quad 7.6)$$

ただし, 初期条件  $t=0$  で  $P_1=0$  また  $t=0$  で  $\dot{P}_1$  の初期値を  $\dot{P}_{10}$  とすれば,  $\ddot{P}_1$  のラプラス変換は次式のように示される.

$$\int_0^\infty \ddot{P}_1 e^{-st} dt = -\dot{P}_{10} + s^2 L[P_1]$$

7.6) 式を  $\frac{k_1}{c_1} = 2h\omega_1$ ,  $h = \frac{1}{4h_1}$ ,  $\frac{c_1}{M_1} = 2h\omega_1$ ,  $\frac{k_1}{M_1} = \omega_1^2$  とおいてラプラス逆変換すると,

$$P_1 = \frac{\dot{P}_{10}}{\sqrt{1-h^2}\omega_1} e^{-h\omega_1 t} \sin \sqrt{1-h^2}\omega_1 t \quad 7.7)$$

初期条件  $t=0$  で初速度  $V_0$ ,  $P_1=0$  として, 運動量保存の法則より,  $\int_0^\infty P_1 dt = M_1 V_0$  を 7.7) 式に適用すると

$$\dot{P}_{10} = M_1 V_0 \omega_1^2 \quad 7.8)$$

7.8) 式を 7.7) 式に代入して衝撃力  $P_1$  を求めると

$$P_1 = \frac{M_1 V_0 \omega_1}{\sqrt{1-h^2}} e^{-h\omega_1 t} \sin \sqrt{1-h^2}\omega_1 t \quad 7.9)$$

7.1) 式をラプラス変換して, 像関数  $L[\delta_1]$  について整理すると

$$L[\delta_1] = -\frac{L[P_1]}{M_1 s^2} + \frac{V_0}{s^2} \quad 7.10)$$



7.10) 式に 7.6), 7.8) 式を代入すると

$$L[\delta_1] = -\frac{L[P_1]}{s^2(s^2 + 2h_1\omega_1 s + \omega_1^2)} + \frac{V_0}{s^2} \quad 7.11)$$

上式をラプラス逆変換すると

$$\delta_1 = -\frac{1}{(ab)^2} \left[ \frac{1}{a-b} (a^2 e^{-bt} - b^2 e^{-at}) + abt - a - b \right] + V_0 t \quad 7.12)$$

ただし,  $a, b$  は 7.6) 式の分母  $s^2 + 2h_1\omega_1 s + \omega_1^2$  の根である.

今, 上式の時間  $t$  を無限にとると, Maxwell モデルの永久変形  $\delta_1$  が次式のように求まる.

$$\delta_1 = \frac{2h}{\omega_1} V_0 \quad 7.13)$$

7.13) 式より, Maxwell モデルは永久変形が生じることが明らかである.

#### (b) Voigt モデルの場合

図-7.4 に示したように, 質量  $M_1$  の重錘が衝突速度  $V_0$  で Voigt モデル上に衝突した場合の衝撃応答解析を行う. 重錘による Voigt モデルの変位を  $\delta_1$  とすると重錘の運動方程式は

$$M_1 \ddot{\delta}_1 + P_1 = 0 \quad 7.14)$$

衝撃力  $P_1$  は

$$P_1 = k\delta_1 + c_1 \dot{\delta}_1 \quad 7.15)$$

7.14) 式の両辺を 1 度微分すると

$$\ddot{\delta}_1 = -\frac{\dot{P}_1}{M_1} \quad 7.14)'$$

7.15) 式を 2 度微分すると

$$\ddot{P}_1 = k_1 \ddot{\delta}_1 + c_1 \ddot{\delta}_1 \quad 7.15)'$$

7.15)' 式に 7.14), 7.14)' 式を代入すると

$$\ddot{P}_1 + \frac{c_1}{M_1} \dot{P}_1 + \frac{k_1}{M_1} P_1 = 0 \quad 7.16)$$

7.16) 式をラプラス変換して,  $t=0$  における  $\dot{P}_1$  の初期値を  $\dot{P}_{10}$  とおいて像関数における衝撃力  $L[P_1]$  を表すと,

$$L[P_1] = \frac{\dot{P}_{10}}{s^2 + \frac{c_1}{M_1}s + \frac{K}{M_1}} \quad 7.17)$$

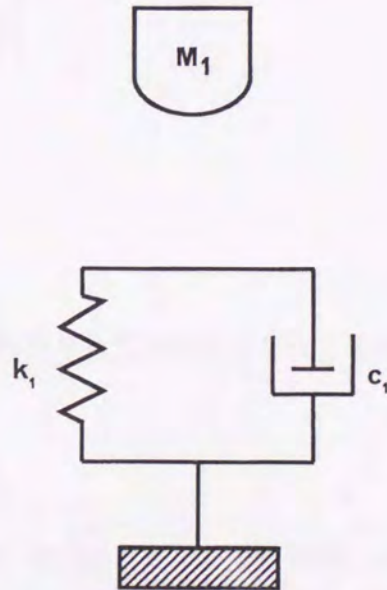


図-7.3 Voigt モデルへの重錘落下



7.17) 式をラプラス逆変換すると

$$P_1 = \frac{\dot{P}_{10}}{\sqrt{1-h_1^2}\omega_1} e^{-h_1\omega_1 t} \sin \sqrt{1-h_1^2}\omega_1 t \quad (7.18)$$

(a) の場合と同様に運動量保存の法則が成立することから,

$$\dot{P}_{10} = M_1 V_0 \omega_1^2 \quad (7.19)$$

7.18) 式を 7.18) 式に代入すると

$$P_1 = \frac{M_1 V_0 \omega_1}{\sqrt{1-h_1^2}} e^{-h_1\omega_1 t} \sin \sqrt{1-h_1^2}\omega_1 t \quad (7.20)$$

7.15) 式をラプラス変換した式に 7.17), 7.19) 式を代入して像関数における Voigt モデルの変位  $\delta_1$  を求めると

$$L[\delta_1] = - \frac{M_1 V_0 \omega_1^2}{c_1 \left[ s + \frac{k_1}{c_1} \right] (s^2 + 2h_1\omega_1 s + \omega_1^2)} \quad (7.21)$$

上式をラプラス逆変換すると

$$\delta_1 = \frac{V_0 \omega_1}{2h_1} \left[ \frac{e^{-at}}{(b-a)(c-a)} + \frac{e^{-bt}}{(a-b)(c-b)} + \frac{e^{-ct}}{(a-c)(b-c)} \right] \quad (7.22)$$

ここで,  $a = \frac{k_1}{c_1} = \frac{\omega_1}{2h_1}$  とおく.

上式より, 永久変形  $\hat{\delta}_1$  を求めると,

$$\hat{\delta}_1 = 0 \quad (7.23)$$

以上より, Voigt モデルの場合は Maxwell モデルの場合と異なり永久変形が生じないことが明らかである.

### (c) 三要素モデルの場合

図-7.5に示したように, 質量  $M_1$  の重錘が衝突速度  $V_0$  で三要素モデル上に衝突した場合の衝撃応答解析を行う. 重錘による三要素モデルの全変位を  $\delta_1$  とすると重錘の運動方程式は

$$M_1 \ddot{\delta}_1 + P_1 = 0 \quad (7.24)$$



7.24) 式より,

$$\ddot{\delta}_1 = -\frac{P_1}{M_1} \quad 7.24)'$$

全衝撃力  $P_1$  は Maxwell 部で  $P_1'$ , ダッシュポット部で  $P_1''$  に分けられるものとする,

$$P_1 = P_1' + P_1'' \quad 7.25)$$

また, Maxwell 体のバネ部の変位  $\delta_{k_1}$  とダッシュポット部の変位  $\delta_{c_1'}$ , Maxwell 体と並列にあるダッシュポット部の変位  $\delta_{c_1}$  とすると, Maxwell 部の分力  $P_1'$  およびダッシュポット部の分力  $P_1''$  は次式のように示される.

$$P_1' = k_1 \delta_{k_1} = c_1' \dot{\delta}_{c_1'} \quad 7.26a)$$

$$P_1'' = c_1 \dot{\delta}_{c_1} \quad 7.26b)$$

全変位  $\delta_1$  は

$$\delta_1 = \delta_{k_1} + \delta_{c_1'} \quad 7.27)$$

7.25) 式を時間で1度微分すると

$$\dot{P}_1 = \dot{P}_1' + \dot{P}_1'' \quad 7.25)'$$

7.26b) 式を時間で1度微分すると

$$\dot{P}_1'' = c_1 \ddot{\delta}_{c_1} \quad 7.26b)'$$

7.24) 式と 7.26b)' 式を 7.25)' 式に代入すると

$$\dot{P}_1' = \dot{P}_1 + \frac{c_1}{M_1} P_1 \quad 7.28)$$

$$\ddot{P}_1' = \ddot{P}_1 + \frac{c_1}{M_1} \dot{P}_1 \quad 7.28)'$$

7.27)' 式を時間で2度微分して, その式に 7.26a)

式の2度微分したものを代入すると

$$\ddot{\delta}_1 = \frac{\ddot{P}_1'}{k_1} + \frac{\dot{P}_1'}{c_1'} \quad 7.29)$$

7.29) 式に 7.24)', 7.28), 7.28)' 式を代入すると,  $P_1$  に関する2次微分方程式が求まる.

$$\ddot{P}_1 + \left[ \frac{c_1}{M_1} + \frac{k_1}{c_1'} \right] \dot{P}_1 + \frac{k_1}{M_1} \left[ \frac{c_1}{c_1'} + 1 \right] P_1 = 0 \quad 7.30)$$

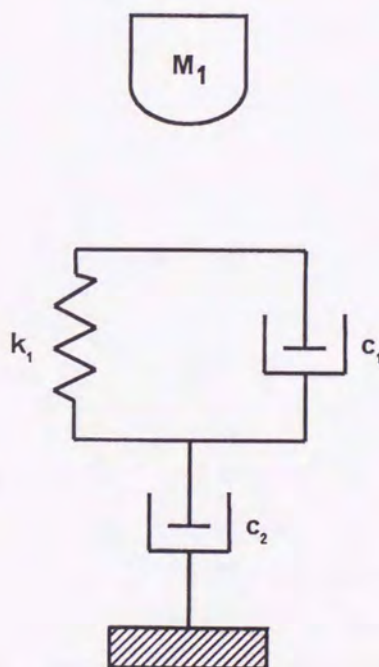


図-7.4 三要素モデルへの重錘落下



(a), (b) と同様な初期条件および初期値を用いてラプラス変換すると

$$L[P_1] = \frac{\dot{P}_{10}}{s^2 + \left[ \frac{c_1}{M_1} + \frac{k_1}{c_1'} \right] s + \frac{k_1}{M_1} \left[ \frac{c_1}{c_1'} + 1 \right]} \quad (7.31)$$

7.31) 式をラプラス変換して、運動量保存則を適用して  $\dot{P}_{10}$  を求めると

$$\dot{P}_{10} = M_1 V_0 ab \quad (7.32)$$

ここで,  $a, b$  は7.31) 式の分母の2次方程式の根である.

7.32) 式を 7.31) 式に代入すると, 衝撃力  $P_1$  が求まる.

$$P_1 = \frac{ab}{b-a} \left[ e^{-at} - e^{-bt} \right] M_1 V_0 \quad (7.33)$$

7.24)' 式をラプラス変換し, その式に7.31) および 7.32) 式を代入すると

$$L[\delta_1] = -\frac{L[P_1]}{M_1 s^2} + \frac{V_0}{s^2} \quad (7.34)$$

上式をラプラス変換すると

$$\delta_1 = -\frac{V_0}{ab} \left[ \frac{1}{a-b} (a^2 e^{-bt} - b^2 e^{-at}) - a - b \right] \quad (7.35)$$

上式の時間を無限にして三要素モデルの永久変形  $\delta_1$  を求めると

$$\hat{\delta}_1 = \frac{a+b}{ab} V_0 \quad (7.36)$$



## (d) 簡単な粘弾性レオロジーモデルによる数値解析

前述に示した各モデルの特性を検討するために、数値解析を行った。数値解析では重錘質量  $M_1=3t$  とし、バネ定数およびダッシュポットの粘性定数を種々変化させ衝撃力を求めた。数値解析結果を図-7. 6 ~ 7. 8に示す。図では横軸にバネ定数、縦軸に衝撃力と衝突速度との比をとって示している。また、各図に敷砂緩衝材および三層緩衝構造に対する実験値を合わせて示している。

図-7. 6は Maxwell モデルの場合の結果を示している。図から、衝撃力はバネ定数または減衰定数が大きくなるとともに大きくなることことがわかる。敷砂緩衝材は実験値との比較により、バネ定数  $1000 \sim 2000 \text{ tf/m}$ 、減衰定数  $0.2 \sim 0.4$  の値をとることにより、評価できるものと考えられる。また、三層緩衝構造はバネ定数  $1500 \sim 2500 \text{ tf/m}$ 、減衰定数は  $0.3 \sim 0.6$  の値で評価可能のようである。

図-7. 7に Voigt モデルの場合の結果を示す。Voigt モデルの場合はバネ定数が大きくなると Maxwell モデルの場合と同様に衝撃力も大きくなるが、減衰定数が大きくなると衝撃力は Maxwell モデルの場合とは逆に小さな値を示すことがわかる。Voigt モデルでは敷砂緩衝材に対しては、バネ定数が  $h=0.2 \sim 1.0$  に対して  $k_1=400 \sim 1500 \text{ tf/m}$  が妥当であるものと考えられる。三層緩衝構造に対しては、バネ定数が  $h=0.2 \sim 0.6$  に対して  $k_1=1500 \sim 3000 \text{ tf/m}$  に相当しているものと考えられる。

図-7. 8 (a) ~ (c) は三要素モデルの場合である。各図は前述した Maxwell および Voigt モデルの場合と同様にバネ定数が大きくなると衝撃力も大きくなることことがわかる。 $h_1=0.1$  の場合では  $h'$  が大きくなると衝撃力が大きくなるものの、 $h_1=0.5$  および  $1.0$  の場合では  $h_1=0.1$  の場合とは逆に  $h'$  が大きくなると衝撃力が小さくなることことがわかる。敷砂緩衝材の場合のバネ定数は  $h_1=0.1$  では  $h'=0.2 \sim 1$  に対して  $k_1=1200 \sim 500 \text{ tf/m}$ 、 $h_1=0.5$  では  $h'=0.2 \sim 1$  に対して  $k_1=400 \sim 600 \text{ tf/m}$ 、 $h_1=1.0$  では  $h'=0.2 \sim 1$  に対して  $k_1=200 \sim 700 \text{ tf/m}$  の値に相当しているものと考えられる。三層緩衝構造の場合のバネ定数は  $h_1=0.1$  では  $h'=0.4 \sim 1$  に対して  $k_1=2700 \sim 1600 \text{ tf/m}$ 、 $h_1=0.5$  では  $h'=0.2 \sim 1$  に対して  $k_1=1400 \sim 2200 \text{ tf/m}$ 、 $h_1=1.0$  では  $h'=0.2 \sim 1$  に対して  $k_1=800 \sim 2400 \text{ tf/m}$  の値に相当しているものと考えられる。

これより、三要素モデルの場合における衝撃力はバネ定数および減衰定数  $h_1$  が小さい場合では  $h'$  に比例して大きくなり、減衰定数  $h$  の大きい場合では  $h'$  に反比例して小さくなることことがわかる。また、緩衝材の永久変形に関して、三要素モデルの場合は 7.36) 式より永久変形を生じることが明らかである。

(a) ~ (c) の結果より、Maxwell モデルおよび三要素モデルの場合は緩衝材の永久変形を表現することが可能であるものの、Voigt モデルを含めたこれらのモデルでは 7.9) 式, 7.18), 7.33) 式に示されたように衝撃力を重錘衝撃力と伝達衝撃力に分けて表現することが不可能である。



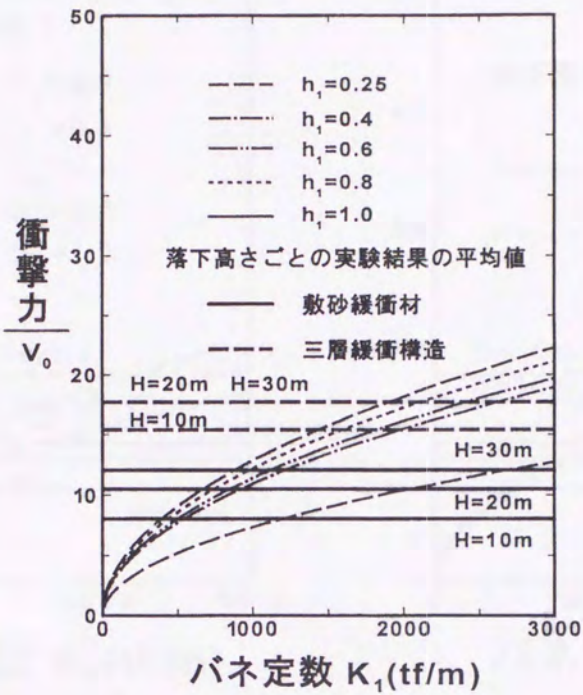


図-7.6 Maxwell モデルの場合の衝撃力/ $V_0$ とバネ定数との関係

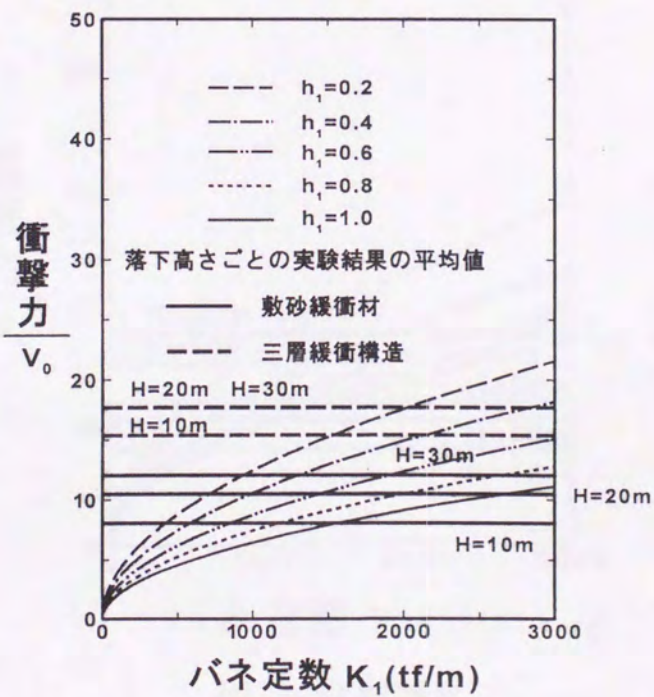
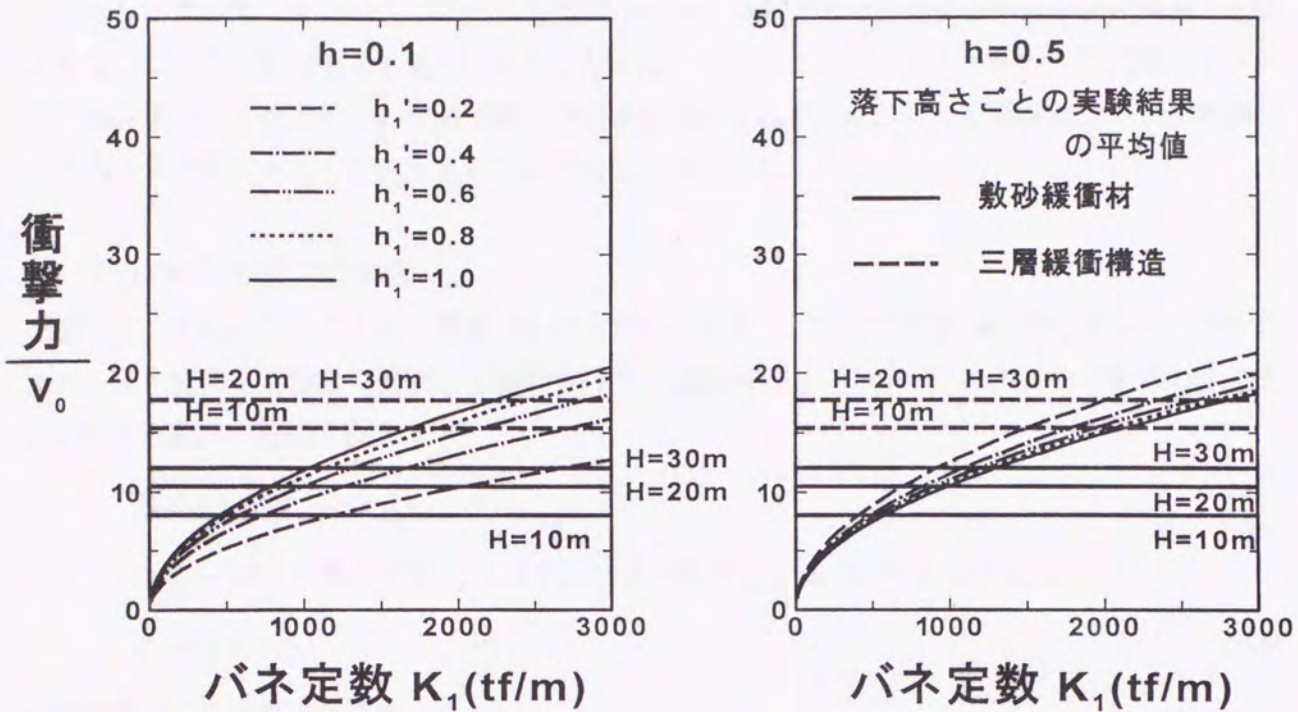
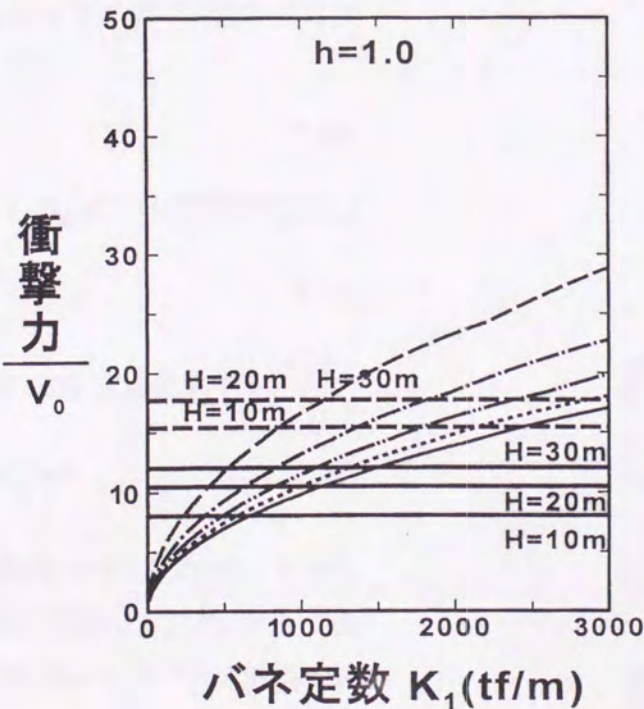


図-7.7 Voigt モデルの場合の衝撃力/ $V_0$ とバネ定数との関係



(a)  $h_1=0.1$ の場合(b)  $h_1=0.5$ の場合(c)  $h_1=1.0$ の場合図-7.8 三要素モデルの場合の衝撃力/ $V_0$ とバネ定数との関係



## 7.2.2 仮想質量を考慮した場合の粘弾性レオロジーモデル

前述したように，Maxwell，Voigt，三要素モデルでは衝撃力を重錘衝撃力と伝達衝撃力とに区別することが不可能であることが明らかとなった．ここでは，Maxwell モデル，三要素モデルおよび四要素モデルのそれぞれ中間位置に仮想質量を設けることにより，重錘衝撃力と伝達衝撃力を入力および出力として評価することの可能性を検討する．

### (a) Maxwell モデルの場合

図-7.9 に示したように，質量  $M_1$  の重錘が初速度  $V_0$  で仮想質量  $M_2$  を考慮した Maxwell モデル上に衝突した場合の衝撃応答解析を行う．重錘による Maxwell モデルのバネ部の変位を  $\delta_1$  とすると重錘の運動方程式は

$$M_1 \ddot{\delta}_1 + P_1 = 0 \quad (7.37)$$

いま，ダッシュポット部の変位  $\delta_2$  とすれば，力の釣り合い式は次のようになる．

$$P_1 = k_1(\delta_1 - \delta_2) \quad (7.38)$$

仮想質量  $M_2$  の運動方程式は

$$M_2 \ddot{\delta}_2 + P_2 - P_1 = 0 \quad (7.39)$$

衝撃力  $P_2$  とダッシュポットの力の釣り合い式は次式となる．

$$P_2 = c_1 \dot{\delta}_2 \quad (7.40)$$

7.37) 式および 7.38), 7.40) 式の 1 度微分式より，

$$\ddot{P}_1 + \frac{k_1}{M_1} P_1 + \frac{k_1}{c_1} \dot{P}_2 = 0 \quad (7.41)$$

7.40) 式の 1 度微分式を 7.39) 式に代入すると，

$$\dot{P}_2 + \frac{c_1}{M_2} (P_2 - P_1) = 0 \quad (7.42)$$

7.40), 7.41) 式を初期条件  $t=0$  で  $P_1=0$ ,  $P_2=0$ ,  $t=0$  における  $\dot{P}_1$ ,  $\dot{P}_2$  の初期値  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  として適用すれば，各式を時間に関してラプラス変換すると像空間における重錘衝撃力  $L[P_1]$  および伝達衝撃力  $L[P_2]$  が次式のように表される．

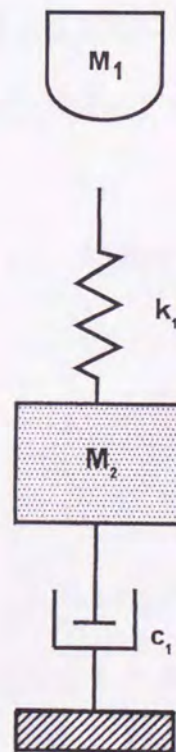


図-7.9 仮想質量を考慮した場合の Maxwell モデルへの重錘落下



$$L[P_1] = \frac{\left[s + \frac{c_1}{M_2}\right] \dot{P}_{10}}{s^3 + \frac{c_1}{M_2} s^2 + \left[\frac{k_1}{M_1} + \frac{k_1}{M_1}\right] s + \frac{k_1 c_1}{M_1 M_2}} \quad (7.43)$$

$$L[P_2] = \frac{\frac{c_1}{M_2} \dot{P}_{10}}{s^3 + \frac{c_1}{M_2} s^2 + \left[\frac{k_1}{M_1} + \frac{k_1}{M_1}\right] s + \frac{k_1 c_1}{M_1 M_2}} \quad (7.44)$$

7.43), 7.44) 式をラプラス逆変換すると

$$P_1 = \left[A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt}\right] \dot{P}_{10} \quad (7.45)$$

$$P_2 = \frac{c_1}{M_2} \left[A_2 e^{-bt} + B_2 e^{-ct} + C_2 e^{-dt}\right] \dot{P}_{10} \quad (7.46)$$

$$\text{ここで, } A_1 = \frac{a-b}{(c-b)(d-b)}, \quad B_1 = \frac{a-c}{(b-c)(d-c)}, \quad C_1 = \frac{a-d}{(b-d)(c-d)}$$

$$A_2 = \frac{1}{(c-b)(d-b)}, \quad B_2 = \frac{1}{(b-c)(d-c)}, \quad C_2 = \frac{1}{(b-d)(c-d)}$$

なお,  $a = \frac{c_1}{M_2}$  とおき,  $b, c, d$  は 7.43), 7.44) 式の分母の 3 次方程式の根である.

重錘が減衰バネ系上に衝突速度  $V_0$  で衝突する場合, 運動量保存の法則は次式のように成立する.

$$\int_0^\infty P_1 dt = M_1 V_0, \quad \int_0^\infty P_2 dt = M_1 V_0 \quad (7.47)$$

7.45), 7.46) 式に 7.47) 式を適用すると,  $\dot{P}_{10} = \frac{bcd}{a} M_1 V_0$  となることから, 衝撃力  $P_1, P_2$  は次式のように求めることができる.

$$P_1 = \frac{bcd}{a} M_1 V_0 \left[A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt}\right] \quad (7.48)$$

$$P_2 = bcd M_1 V_0 \left[A_2 e^{-bt} + B_2 e^{-ct} + C_2 e^{-dt}\right] \quad (7.49)$$

$$\text{ここで, } a = \frac{c_1}{M_2} = 2h_1 \omega_1 \eta, \quad \frac{M_1}{M_2} = \eta, \quad \frac{k_1}{M_1} = \omega_1^2, \quad \frac{k_1}{M_1} + \frac{k_1}{M_2} = (1+\eta) \omega_1^2, \quad \frac{k_1 c_1}{M_1 M_2} = 2h_1 \omega_1^3 \eta$$

7.37), 7.40) 式をラプラス変換し 7.43), 7.44) 式を代入してラプラス逆変換すると, 変位  $\delta_1, \delta_2$  を求めると,



$$\delta_1 = -\frac{bcdV_0}{a} \left[ \frac{1}{bcd} - A_3 + B_3 e^{-bt} + C_3 e^{-ct} + D_3 e^{-dt} \right] \quad (7.50)$$

$$\delta_2 = \frac{bcdV_0}{2h_1\omega_1} \left[ \frac{1}{bcd} - A_4 e^{-bt} - B_4 e^{-ct} - C_4 e^{-dt} \right] \quad (7.51)$$

ここで、上式の  $A_3 \sim D_3$  および  $A_4 \sim D_4$  を次のようにおくこととする。

$$A_3 = \frac{a(bc+cd+db)}{b^2c^2d^2}, \quad B_3 = \frac{a-c}{b^2(c-b)(d-b)}, \quad C_3 = \frac{a-c}{c^2(b-c)(d-c)}, \quad D_3 = \frac{a-d}{d^2(b-d)(d-d)}$$

$$A_4 = \frac{1}{b(c-b)(d-b)}, \quad B_4 = \frac{1}{d(b-c)(d-c)}, \quad C_4 = \frac{1}{d(b-d)(c-d)}$$

7.50), 7.51) 式から仮想質量を考慮した Maxwell モデルの永久変位  $\delta$  を求めると

$$\delta = V_0 \left[ \frac{bc+cd+bd}{bcd} + \frac{1}{2h_1\omega_1} \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \right] \quad (7.52)$$

### (b) 三要素モデルの場合

図-7.10に示したように、質量  $M_1$  の重錘が衝突速度  $V_0$  で仮想質量  $M_2$  を考慮した三要素モデル上に衝突した場合の衝撃応答解析を行う。重錘による Maxwell モデルの変位を  $\delta_1$  とすると重錘の運動方程式は

$$M_1 \ddot{\delta}_1 + P_1 = 0 \quad (7.53)$$

衝撃力と Voigt 体との力の釣り合い式は次のようになる。

$$P_1 = k_1(\delta_1 - \delta_2) + c_1(\dot{\delta}_1 - \dot{\delta}_2) \quad (7.54)$$

仮想質量  $M_2$  の運動方程式は

$$M_2 \ddot{\delta}_2 + P_2 - P_1 = 0 \quad (7.55)$$

衝撃力  $P_2$  とダッシュポットの力の釣り合い式は次式となる。

$$P_2 = c_2 \dot{\delta}_2 \quad (7.56)$$

7.54) 式を2度微分した式に 7.53), 7.55) 式を代入すると、

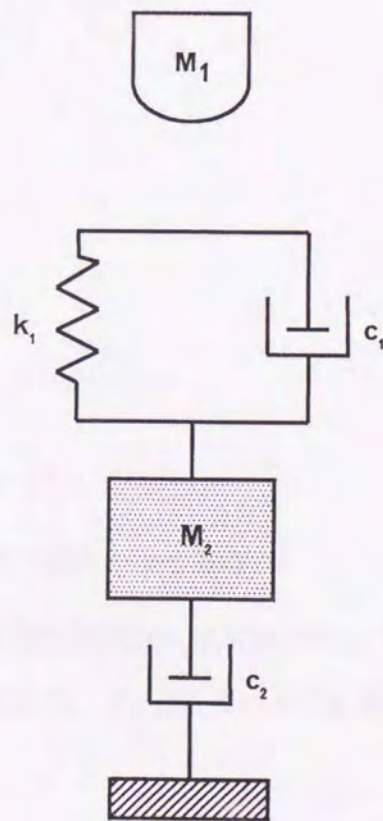


図-7.10 仮想質量を考慮した場合の三要素モデルへの重錘落下



$$\ddot{P}_1 + c_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] \dot{P}_1 + c_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] P_1 - \frac{c_1}{M_2} \dot{P}_2 - \frac{k_1}{M_2} P_2 = 0 \quad (7.57)$$

7.56) 式の1度微分した式を7.55)式に代入すると,

$$-\frac{c_2}{M_2} P_1 + \dot{P}_2 + \frac{c_2}{M_2} P_2 = 0 \quad (7.58)$$

7.57), 7.58) 式を初期条件  $t=0$  で  $P_1=0$ ,  $P_2=0$ ,  $t=0$  における  $\dot{P}_1$ ,  $\dot{P}_2$  の初期値  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  として適用すれば, 時間に関してラプラス変換すると

$$L[P_1] = \frac{\left[ s + \frac{c_2}{M_2} \right] \dot{P}_{10}}{F(s)} \quad (7.59)$$

$$L[P_2] = \frac{\frac{c_1}{M_2} \dot{P}_{10}}{F(s)} \quad (7.60)$$

ここで,

$$F(s) = s^3 + c_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] s^2 + \left\{ k_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] + \frac{c_2}{M_2} \right\} s + \frac{k_1 c_2}{M_1 M_2}$$

7.59), 7.60) 式をラプラス逆変換すると

$$P_1 = \left[ A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt} \right] \dot{P}_{10} \quad (7.61)$$

$$P_2 = a \left[ A_2 e^{-bt} + B_2 e^{-ct} + C_2 e^{-dt} \right] \dot{P}_{10} \quad (7.62)$$

$$\text{ここで, } A_1 = \frac{a-b}{(c-b)(d-b)}, \quad B_1 = \frac{a-c}{(b-c)(d-c)}, \quad C_1 = \frac{a-d}{(b-d)(c-d)}$$

$$A_2 = \frac{1}{(c-b)(d-b)}, \quad B_2 = \frac{1}{(b-c)(d-c)}, \quad C_2 = \frac{1}{(b-d)(c-d)}$$

なお,  $a = \frac{c_2}{M_2}$  とおき,  $b, c, d$  は7.59), 7.60) 式の分母の3次方程式の根である.

重錘が減衰バネ系上に衝突速度  $V_0$  で衝突する場合, 7.47) 式の運動量保存の法則を7.61), 7.62) 式に適用すると,  $\dot{P}_{10} = \frac{bcd}{a} M_1 V_0$  が求められる. 従って, 衝撃力  $P_1, P_2$  は次式のように求めることができる.

$$P_1 = \frac{bcd}{a} M_1 V_0 \left[ A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt} \right] \quad (7.63)$$



$$P_2 = bcdM_1V_0 \left[ A_2 e^{-bt} + B_2 e^{-ct} + C_2 e^{-dt} \right] \quad 7.64)$$

ここで,  $a = \frac{c_1}{M_1} = 2h_1\omega_1$ ,  $\frac{k_1}{M_1} = \omega_1^2$ ,  $\frac{M_1}{M_2} = \eta$ ,  $\frac{c_2}{M_1} = 2h_2\omega_1$ ,  $\frac{c_2}{M_2} = 2h_2\omega_1\eta$ ,  $\frac{k_1}{M_1} + \frac{k_1}{M_2} = (1+\eta)\omega_1^2$ ,  
 $\frac{k_1c_1}{M_1M_2} = 2h_1\omega_1^3\eta$

7.53), 7.55) 式をラプラス変換し 7.57), 7.58) 式を代入してラプラス逆変換すると, 変位  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  を求めると,

$$\delta_1 = -\frac{bcdV_0}{a} \left[ \frac{1}{bcd} - A_3 + B_3 e^{-bt} + C_3 e^{-ct} + D_3 e^{-dt} \right] \quad 7.65)$$

$$\delta_2 = \frac{bcdV_0}{2h_2\omega_1} \left[ \frac{1}{bcd} - A_4 e^{-bt} - B_4 e^{-ct} - C_4 e^{-dt} \right] \quad 7.66)$$

ここで,

$$A_3 = \frac{a(bc+cd+db)}{b^2c^2d^2}, \quad B_3 = \frac{a-c}{b^2(c-b)(d-b)}, \quad C_3 = \frac{a-c}{c^2(b-c)(d-c)}, \quad D_3 = \frac{a-d}{d^2(b-d)(d-d)}$$

$$A_4 = \frac{1}{b(c-b)(d-b)}, \quad B_4 = \frac{1}{d(b-c)(d-c)}, \quad C_4 = \frac{1}{d(b-d)(c-d)}$$

7.65), 7.66) 式から仮想質量を考慮した三要素モデルの永久変位  $\delta$  を求めると

$$\delta = V_0 \left[ \frac{bc+cd+bd}{bcd} + \frac{1}{2h_1\omega_1} \left( \frac{1}{\eta} - 1 \right) \right] \quad 7.67)$$



## (c) 四要素モデルの場合

(1) Maxwell- $M_2$ -Voigt Model

図-7.11(a)に示したように、質量  $M_1$  の重錘が衝突速度  $V_0$  で仮想質量  $M_2$  を考慮した四要素モデル上に衝突した場合の衝撃応答解析を行う。重錘による Maxwell モデルの変位を  $\delta_1$  とすると、重錘の運動方程式は

$$M_1 \ddot{\delta}_1 + P_1 = 0 \quad (7.68)$$

Maxwell 体のバネ部の変位  $\delta_{k_1}$ 、ダッシュポット部の変位  $\delta_{c_1}$  とすれば

$$P_1 = k_1 \delta_{k_1} = c_1 \frac{d\delta_{c_1}}{dt} \quad (7.69)$$

ここで、相対変位は  $\delta_1 - \delta_2 = \delta_{k_1} + \delta_{c_1}$  である。

重錘による Voigt 体の変位  $\delta_2$  とすると重錘  $M_2$  の運動方程式は

$$M_2 \ddot{\delta}_2 + P_2 - P_1 = 0 \quad (7.70)$$

Voigt 体の力の釣り合いは

$$P_2 = k_2 \delta_2 + c_2 \dot{\delta}_2 \quad (7.71)$$

7.69) 式を時間  $t$  で2度微分した式に 7.68) 式と 7.70) 式を代入すると

$$\ddot{P}_1 + \frac{k_1}{c_1} \dot{P}_1 + k_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] P_1 - \frac{k_1}{M_2} P_2 = 0 \quad (7.72)$$

7.70) 式とその式を1度微分した式に 7.69) 式を時間  $t$  で2度微分した式に代入すると

$$\frac{c_2}{M_2} P_1 + \frac{k_2}{M_2} P_1 - \ddot{P}_2 - \frac{c_2}{M_2} \dot{P}_2 - \frac{k_2}{M_2} P_2 = 0 \quad (7.73)$$

7.72), 7.73) 式をラプラス変換して  $L[P_1]$ ,  $L[P_2]$  における連立方程式を解くと

$$L[P_1] = \frac{1}{F(s)} \left[ \left( s^2 + \frac{\frac{c_2}{M_2} + \frac{k_2}{a}}{1 + \frac{c_2}{a}} s + \frac{\frac{k_2}{M_2}}{1 + \frac{c_2}{a}} \right) \dot{P}_{10} + \frac{k_1}{M_2} \dot{P}_{20} \right] \quad (7.74)$$

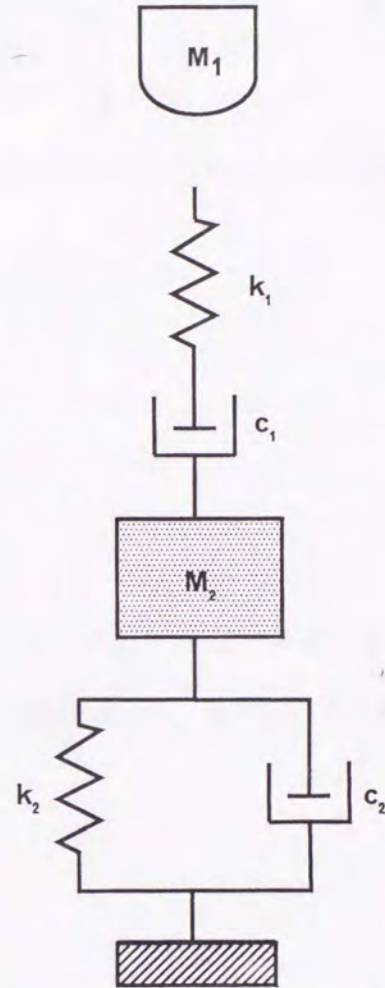


図-7.11(a) 仮想質量を考慮した場合の四要素モデルへの重錘落下 (Maxwell- $M_2$ -Voigt Model)



$$L[P_2] = \frac{1}{F(s)} \left[ \left\{ s^2 + \frac{k_1}{c_1} s + k_1 \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) \right\} \dot{P}_{20} + \frac{c_2 \left( s + \frac{k_2}{c_2} \right)}{M_2 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} \dot{P}_{10} \right] \quad (7.75)$$

ここで、初期条件  $t=0$  で  $P_1=0$ ,  $P_2=0$ ,  $t=0$  における  $\dot{P}_1=0$ ,  $\dot{P}_2=0$  の初期値  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  とおく.

$$F(s) = \frac{c_1}{k_1} \left[ s^4 + \left\{ \frac{c_2}{M_2} + \frac{k_1}{c_1} \right\} s^3 + \left\{ \frac{k_2}{M_2} + \frac{k_1 c_2}{M_2 c_1} + k_1 \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) \right\} s^2 \right. \\ \left. + \left\{ \frac{\frac{k_2}{M_2} + \frac{c_1 c_2}{M_2} \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) - \frac{c_1 c_2}{M_2^2}}{\frac{c_1}{k_1}} \right\} s + \frac{k_1 k_2}{M_1 M_2} \right]$$

7.74), 7.75) 式をラプラス変換し運動量保存の法則を適用して  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  を求めると,  
 $\dot{P}_{10} = \frac{bcd f V_0 M_1 M_2}{k_2}$ ,  $\dot{P}_{20} = 0$  となる. 従って, 重錘衝撃力  $P_1$ , 伝達衝撃力  $P_2$  は次式のように求まる.

$$P_1 = \frac{bcd f M_1 M_2 V_0}{k_2} \left[ A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt} + D_1 e^{-ft} \right] \quad (7.76)$$

$$P_2 = \frac{bcd f M_1 V_0}{k_2} \left[ A_4 e^{-bt} + B_4 e^{-ct} + C_4 e^{-dt} + D_4 e^{-ft} \right] \quad (7.77)$$

$$\text{ここで, } a_1 = \frac{c_2}{M_2}, \quad a_0 = \frac{k_2}{M_2}, \quad a_1' = \frac{k_1}{c_1}, \quad a_0' = k_1 \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right), \quad g = \frac{k_2}{c_2}$$

$$A_1 = \frac{b^2 - a_1 b + a_0}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_1 = \frac{c^2 - a_1 c + a_0}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \quad C_1 = \frac{d^2 - a_1 d + a_0}{(b-d)(c-d)(f-d)},$$

$$D_1 = \frac{f^2 - a_1 f + a_0}{(b-f)(c-f)(d-f)}, \quad A_4 = \frac{a' - b}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_4 = \frac{a' - c}{(b-c)(d-c)(f-c)},$$

$$C_4 = \frac{a' - d}{(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_4 = \frac{a' - f}{(b-f)(c-f)(d-f)}$$

次に変位  $\delta_2$  を求めるには 7.70) 式をラプラス変換して, その式に 7.75) 式と  $\dot{P}_{10}$  を代入しラプラス逆変換をすると

$$\delta_2 = \frac{bcd f \eta M_2 V_0}{k_2} \left[ \frac{b_1}{bcd f} - A_6 e^{-bt} - B_6 e^{-ct} - C_6 e^{-dt} - D_6 e^{-ft} \right] \quad (7.78)$$



変位  $\delta_1$  を求めるには 7.68) 式をラプラス変換し, その式に 7.74) 式と  $\dot{P}_{10}$  を代入しラプラス逆変換をすると

$$\delta_1 = \frac{bcd f M_1 M_2 V_0}{k_1 k_2} \left[ \frac{a_0''}{bcd f} - A_5 e^{-bt} - B_5 e^{-ct} - C_5 e^{-dt} - D_5 e^{-ft} \right] \quad (7.79)$$

永久変位  $\delta$  は 7.78), 7.79) 式より

$$\delta = \frac{M_2 V_0}{k_2} \left[ \eta b_1 + \frac{M_1}{k_1} a_0'' \right] \quad (7.80)$$

ここで,  $\eta = \frac{M_1}{M_2}$ ,  $a_0' 2 = a_0 a_1' + \frac{k_1}{M_1} \eta b_1$ ,  $a_1'' = a_0 + a_1 a_1' + \frac{k_1}{M_1} \eta$ ,  $a_2'' = a_1 + a_1'$ ,  $b_1 = \frac{k_2}{c_2}$

$$A_5 = \frac{-b^3 - a_2'' b^2 - a_1'' b + a_0''}{b(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_5 = \frac{-c^3 - a_2'' c^2 - a_1'' c + a_0''}{c(b-c)(d-c)(f-c)},$$

$$C_5 = \frac{-d^3 - a_2'' d^2 - a_1'' d + a_0''}{d(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_5 = \frac{-f^3 - a_2'' f^2 - a_1'' f + a_0''}{f(b-f)(c-f)(d-f)},$$

$$A_6 = \frac{b_1 - b}{b(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_6 = \frac{b_1 - c}{c(b-c)(d-c)(f-c)},$$

$$C_6 = \frac{b_1 - d}{d(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_6 = \frac{b_1 - f}{f(b-f)(c-f)(d-f)}$$



(2) Voigt- $M_2$ -Maxwell Model

図-7.11(b)に示したように、質量  $M_1$  の重錘が衝突速度  $V_0$  で仮想質量  $M_2$  を考慮した四要素モデル上に衝突した場合の衝撃応答解析を行う。重錘による Maxwell モデルの変位を  $\delta_1$  とすると重錘の運動方程式は

Voigt 体の剛体による変位  $\delta_1$  とすると剛体  $M_1$  の運動方程式は

$$M_1 \ddot{\delta}_1 + P_1 = 0 \quad (7.81)$$

Voigt 体の力の釣り合いより

$$P_1 = k_1(\delta_1 - \delta_2) + c_1(\dot{\delta}_1 - \dot{\delta}_2) \quad (7.82)$$

Maxwell 体の剛体による変位  $\delta_2$  とすると剛体  $M_2$  の運動方程式は

$$M_2 \ddot{\delta}_2 + P_2 - P_1 = 0 \quad (7.83)$$

Maxwell 体のバネ部の変位  $\delta_{k_1}$ 、ダッシュポット部の変位  $\delta_{c_1}$  とすれば

$$P_2 = k_2 \delta_{k_2} = c_2 \dot{\delta}_{c_2}, \quad \delta_2 = \delta_{k_2} + \delta_{c_2} \quad (7.84)$$

7.84) 式に 7.83) 式を代入すると

$$\ddot{P}_2 + \frac{k_2}{c_2} \dot{P}_2 + \frac{k_2}{M_2} P_2 - \frac{k_2}{M_2} P_1 = 0 \quad (7.85)$$

7.82) 式を時間  $t$  で 2 度微分して 7.81) 式を代入すると

$$\ddot{P}_1 + c_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] \dot{P}_1 + k_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] P_1 - \frac{c_1}{M_2} \dot{P}_2 - \frac{k_2}{M_2} P_2 = 0 \quad (7.86)$$

7.85), 7.86) 式をラプラス変換して、連立方程式を解いて  $L[P_1]$ ,  $L[P_2]$  を求めると

$$L[P_1] = \frac{1}{F(s)} \left[ \left\{ s^2 + k_2 \left[ \frac{1}{c_2} + \frac{1}{a} \right] s + \frac{k_2}{M_2} \right\} \dot{P}_{10} + \frac{c_1}{M_2} \left[ s + \frac{k_1}{c_1} \right] \dot{P}_{20} \right] \quad (7.87)$$

$$L[P_2] = \frac{1}{F(s)} \left[ \frac{k_2}{M_2} \dot{P}_{10} + \left\{ s^2 + c_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] s + k_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] \right\} \dot{P}_{20} \right] \quad (7.88)$$

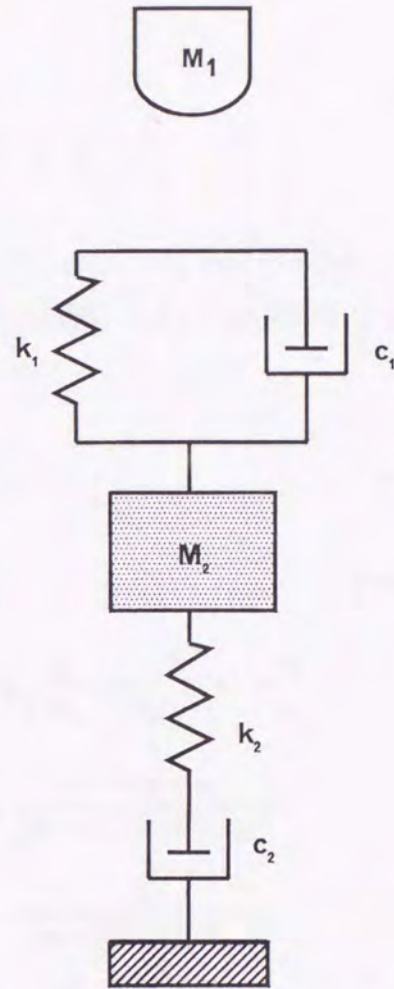


図-7.11(b) 仮想質量を考慮した場合の四要素モデルへの重錘落下 (Voigt- $M_2$ -Maxwell Model)



ここで、初期条件  $t=0$  で  $P_1=0$ ,  $P_2=0$ ,  $t=0$  における  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  の初期値  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  とおく.

$$F(s) = s^4 + \left\{ \frac{k_2}{c_2} + c_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] \right\} s^3 + \left\{ \frac{c_1 k_2}{c_2} \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] \right. \\ \left. + k_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] \right\} s^2 + \left\{ \frac{c_1 k_2}{M_1 M_2} + \frac{k_1 k_2}{c_2} \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] \right\} s + \frac{k_1 k_2}{M_1 M_2}$$

7.87), 7.88) 式に運動量保存の法則を適用して  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  を求めると,  $\dot{P}_{10} = \frac{M_2}{k_2} b c d f M_1 V_0$ ,  $\dot{P}_{20} = 0$  となる. これらを用いてそれぞれラプラス逆変換すると重錘衝撃力  $P_1$ , 伝達衝撃力  $P_2$  は次式ように示される.

$$P_1 = \frac{M_1 M_2 b c d f V_0}{k_2} \left[ A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt} + D_1 e^{-ft} \right] \quad (7.89)$$

$$P_2 = M_1 V_0 b c d f \left[ A_3 e^{-bt} + B_3 e^{-ct} + C_3 e^{-dt} + D_3 e^{-ft} \right] \quad (7.90)$$

$$\text{ここで, } a_1 = \frac{k_2}{c_2}, \quad a_0 = \frac{k_2}{M_2}, \quad a_1' = c_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right], \quad a_0' = k_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right], \quad a' = \frac{k_1}{c_1}$$

$$A_1 = \frac{b^2 - a_1 b + a_0}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_1 = \frac{c^2 - a_1 c + a_0}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \quad C_1 = \frac{d^2 - a_1 d + a_0}{(b-d)(c-d)(f-d)},$$

$$D_1 = \frac{f^2 - a_1 f + a_0}{(b-f)(c-f)(d-f)}, \quad A_3 = \frac{1}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_3 = \frac{1}{(b-c)(d-c)(f-c)},$$

$$C_3 = \frac{1}{(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_3 = \frac{1}{(b-f)(c-f)(d-f)}, \quad A_4 = \frac{b^2 - a_1' b + a_0'}{(c-b)(d-b)(f-b)},$$

$$B_4 = \frac{c^2 - a_1' c + a_0'}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \quad C_4 = \frac{d^2 - a_1' d + a_0'}{(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_4 = \frac{f^2 - a_1' f + a_0'}{(b-f)(c-f)(d-f)}$$

7.83) 式をラプラス変換した式に 7.87), 7.88) 式および  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  を代入してラプラス逆変換をすると変位  $\delta_2$  が次式ように求められる.

$$\delta_2 = \frac{b c d f M_1 V_0}{k_2} \left[ \frac{b_1}{b c d f} - A_6 e^{-bt} - B_6 e^{-ct} - C_6 e^{-dt} - D_6 e^{-ft} \right] \quad (7.91)$$

7.81) 式をラプラス変換した式に 7.87), 7.88) 式および  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  を代入してラプラス逆変換をすると変位  $\delta_1$  が次式ように求められる.

$$\delta_1 = \frac{M_1 M_2 b c d f V_0}{c_1 k_2} \left[ \frac{a_0''}{a' b c d f} - A_5 e^{-a't} - B_5 e^{-bt} - C_5 e^{-ct} - D_5 e^{-dt} - F_5 e^{-ft} \right] \quad (7.92)$$



永久変位  $\delta$  は 7.91), 7.92) 式より

$$\delta = \frac{M_1 V_0}{k_2} \left[ b_1 + \frac{a' a_0''}{c_1} \right] \quad 7.93)$$

ここで,  $b_1 = \frac{k_2}{c_2} = a_1$ ,  $a_2'' = a_1 + \frac{c_1}{M_2}$ ,  $a_1'' = a_0 + \frac{c_1}{M_2} \left[ a' + b_1 \right]$ ,  $a_0'' = \frac{c_1}{M_2} a' b_1$

$$A_5 = \frac{-a'^3 - a_2'' a'^2 - a_1'' a' + a_0''}{a' (c - a') (d - a') (f - a')}, \quad B_5 = \frac{-b^3 - a_2'' b^2 - a_1'' b + a_0''}{b (c - b) (d - b) (f - b)},$$

$$C_5 = \frac{-c^3 - a_2'' c^2 - a_1'' c + a_0''}{c (b - c) (d - c) (f - c)}, \quad D_5 = \frac{-d^3 - a_2'' d^2 - a_1'' d + a_0''}{d (b - d) (c - d) (f - d)},$$

$$F_5 = \frac{-f^3 - a_2'' f^2 - a_1'' f + a_0''}{f (b - f) (c - f) (d - f)}, \quad A_6 = \frac{b_1 - b}{b (c - b) (d - b) (f - b)},$$

$$B_6 = \frac{b_1 - c}{c (b - c) (d - c) (f - c)}, \quad C_6 = \frac{b_1 - d}{d (b - d) (c - d) (f - d)}, \quad D_6 = \frac{b_1 - f}{f (b - f) (c - f) (d - f)}$$



### 7.2.3 仮想質量を考慮した場合の数値解析結果

前で述べた各モデルに対しては各モデルの要素定数の決定とともに、仮想質量の決定が重要となる。数値解析で用いる仮想質量の求め方については後に詳細に述べることにし、ここでは結果のみ示すこととする。敷砂緩衝材を対象とする場合は  $M_2=1.13t$ 、三層緩衝構造を対象とする場合は  $M_2=8.79t$  として計算した。

#### (a) Maxwell モデルの場合

図-7. 12 は敷砂緩衝材を想定し  $M_2=1.13t$  とした場合の Maxwell モデルによる数値解析結果である。図 (a) は減衰定数  $h=0.2 \sim 1.0$  の場合の衝突速度  $V_0$  に対する重錘衝撃力とバネ定数  $k_1$  との関係を示している。なお、参考のために、敷砂緩衝材の場合の実験値を図に示した。本モデルの衝撃力は Maxwell モデルと同様にバネ定数および減衰定数が大きくなれば徐々に大きくなる傾向にある。(b) 図は  $k_1=1000, 2000, 3000 \text{ tf/m}$  とし重錘衝撃力に対する伝達衝撃力と減衰定数  $h_1$  との関係を示している。仮想質量を考慮した Maxwell モデルでは減衰定数が大きくなるに従ってバネ定数に関係せずに約1倍すなわち両者はほぼ等しくなることがわかる。

#### (b) 三要素モデルの場合

図-7. 13 は Maxwell モデルと同様に仮想質量を  $M_2=1.13t$  とした三要素モデルの結果である。図 (a) ~ (c) は減衰定数  $h_1=0.2 \sim 1.0$ 、 $h_2=0.1, 0.5, 1.0$  の場合の衝突速度  $V_0$  に対する重錘衝撃力とバネ定数  $k_1$  との関係を示している。なお、ここでも参考のために敷砂緩衝材の場合の実験値を合わせて示した。本モデルの衝撃力はバネ定数および減衰定数  $h_2$  が大きくなると徐々に大きくなるものの、 $h_1$  が大きくなると小さな応答値を示す傾向を示している。

(d) ~ (f) 図はバネ定数  $k_1=1000, 2000, 3000 \text{ tf/m}$  を用い、さらに  $h_2=nh_1$  とおいた場合の重錘衝撃力に対する伝達衝撃力の比と減衰定数  $h_1$  との関係を示している。なお、 $n$  は 0.5 から 2.5 まで 0.5 間隔で変化させている。重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は  $h_1$  が小さい場合では  $h_2$  が大きくなると急激に大きな値を示し、 $h_1 \geq 0.8$  の場合ではいずれの  $h_2$  もほぼ1に漸近していることがわかる。また、重錘衝撃力に対する伝達衝撃力の比はバネ定数が変化してもほぼ一致している。

これより、三要素モデルにおける重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は  $h_1$  が小さい場合では  $h_2$  に影響を受けているものの、 $h_1 \geq 0.8$  の場合では両減衰定数に影響されずにほぼ1に漸近していることがわかった。



## (c) 四要素モデルの場合

(1) Maxwell- $M_2$ -Voigt Model

図-7. 14 (a) ~ (c) は敷砂緩衝材を想定し  $M_2=1.13t$  とした四要素モデルに対して、バネ定数  $k_1$  および  $k_2$  を変化させて  $h_2=nh_1$  とした場合の重錘衝撃力に対する伝達衝撃力の比と減衰定数  $h_1$  との関係を示している。なお、 $n$  は三要素モデルの場合と同様である。バネ定数  $k_1$  は仮想質量を考慮しない各レオロジーモデルと実験値との比較では約  $500 \sim 3000 \text{ tf/m}$  前後の値を示していることから、(a) ~ (c) 図はバネ定数  $k_1=k_2=1000, 2000, 3000 \text{ tf/m}$  とした場合である。(a) 図における重錘衝撃力に対する伝達衝撃力の比は各バネ定数  $k_2$  に対して  $h_1$  がゼロに近いときには約2倍近い値を示し、 $h_1$  が徐々に大きくなるに従って減少し、 $h_1=1$  では  $h_2=0.5h_1$  の場合以外ではほぼ1倍となっていることがわかる。(b) および (c) 図の場合も (a) 図とほぼ同様な傾向を示している。

以上の数値解析結果から、敷砂緩衝材の実験結果における重錘衝撃力と伝達衝撃力との関係を満足するには  $h_1$  がゼロに極めて近いところでなければならない。ここでは、各バネ定数は (a) ~ (c) 図の同様な値をとり、 $h_1=0.01$  と一定とし  $h_2=0.2 \sim 1.0$  と変化させた場合の重錘の落下高さに対する貫入量を図-7. 14 (d) ~ (f) に示している。なお、実験結果における貫入量は重錘が敷砂緩衝材へ貫入する際の最終貫入量を示している。(d) ~ (f) 図の解析結果は落下高さ  $H=10\text{m}$  で貫入量が  $400\text{cm}$  に対して、実験結果では貫入量が  $40 \sim 50\text{cm}$  となり実験結果よりかなり大きめの値を示していることがわかる。

(2) Voigt- $M_2$ -Maxwell Model

図-7. 15 (a) ~ (c) は仮想質量を考慮した四要素モデルに対して、バネ定数  $k_1$  および  $k_2$  を変化させて  $h_2=nh_1$  とした場合の重錘衝撃力に対する伝達衝撃力の比と減衰定数  $h_1$  との関係を示している。なお、本モデルは三層緩衝構造を想定して仮想質量  $M_2$  を  $8.79t$  とし、 $n$  は三要素モデルの場合と同様である。バネ定数については前述したような理由から、本解析でもバネ定数  $k_1=k_2=1000, 2000, 3000 \text{ tf/m}$  として計算している。(a) ~ (c) 図における重錘衝撃力に対する伝達衝撃力の比はいずれも  $h_1$  かつ  $h_2$  が大きくなれば徐々に大きな値を示すことがわかる。一方、バネ定数に関してはバネ定数  $k_1, k_2$  が大きくなっても、重錘衝撃力に対する伝達衝撃力はほとんど変化していないことがわかる。

以上の数値解析結果から、三層緩衝構造の実験結果における重錘衝撃力と伝達衝撃力との関係を満足するには  $h_1$  と  $h_2$  との関係によって  $h_1$  の値が異なっている。ここでは、各バネ定数は (a) ~ (c) 図の同様な値をとり、 $h_1=0.4$  と限定し  $h_2=0.2 \sim 1.0$  と変化させた場合の重錘の落下高さに対する貫入量を図-7. 15 (d) ~ (f) に示している。なお、実験結果における貫入量は重錘が三層緩衝構造の各層ごとに貫入する際の最終貫入量の総和を示している。(d) ~ (f) 図の解



錘が三層緩衝構造の各層ごとに貫入する際の最終貫入量の総和を示している。(d) ~ (f) 図の解析結果は (d) 図では  $h_2=0.5$ , (e) 図では  $h_2=0.25$ , (f) 図では  $h_2=0.2$  ぐらいで実験結果を満足しているものの, これらは (a) ~ (c) 図の重錘衝撃力と伝達衝撃力との比が 0.5 を満足していないことがわかる。

#### (d) 各緩衝構造のモデル化の可能性

これまでの各緩衝材構造に対する実験結果を評価できるモデルの可能性の検討のために, Maxwellモデル, 三要素モデルおよび四要素モデルに仮想質量を考慮したモデルを設定し, 数値的にその特性を検討した。既に述べたように, 実験結果から重錘衝撃力と伝達衝撃力は異なり, 伝達衝撃力の重錘衝撃力の比は敷砂緩衝材で約 2 倍, 三層緩衝構造で約 1/2 程度であることが示されている。また重錘は緩衝材中に埋没し, 永久変形を生ずることも明かである。

これらのことを念頭に, ここで用いたモデルを考察すれば, Maxwell モデルおよび三要素モデルは重錘衝撃力と伝達衝撃力の関係を十分評価できないために, 緩衝構造のレオロジーモデルとしては適当でないものと考えられる。一方, 四要素モデルは Maxwell- $M_2$ -Voigt モデルが敷砂緩衝材を, Voigt- $M_2$ -Maxwell モデルが三層緩衝構造を評価することが可能と考えられる。しかしながら, 重錘の貫入量を適切に評価することは出来ない。従って, 結果として, 四要素モデルも緩衝構造の挙動を評価するためのモデルとしては十分でないことがわかる。



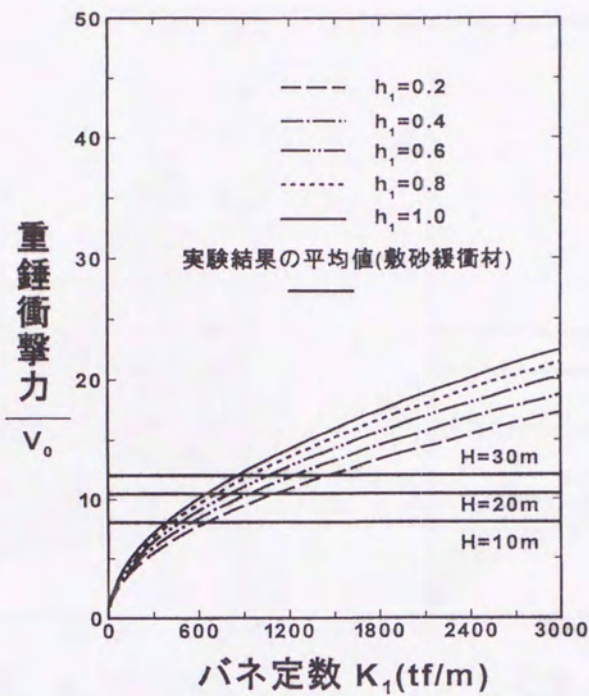


図-7.12(a) 仮想質量を考慮した Maxwell モデルの場合の  
衝撃力/ $V_0$ とバネ定数との関係

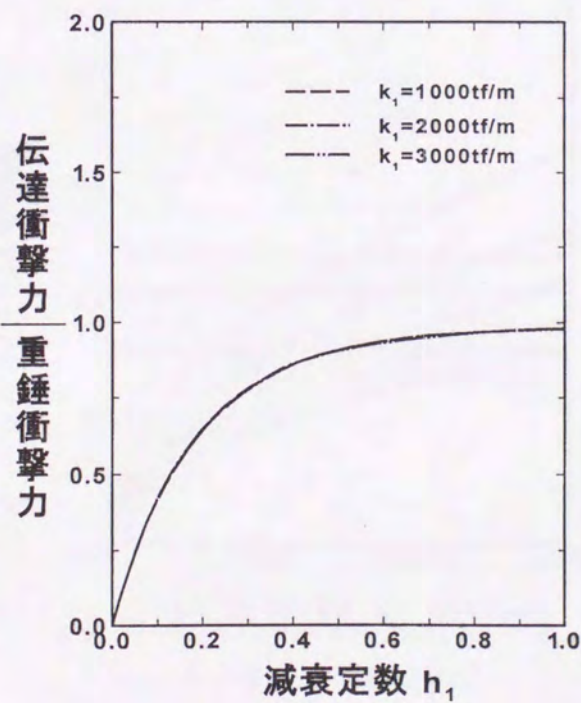


図-7.12(b) 仮想質量を考慮した Maxwell モデルの場合の  
重錘衝撃力/伝達衝撃力と減衰定数との関係



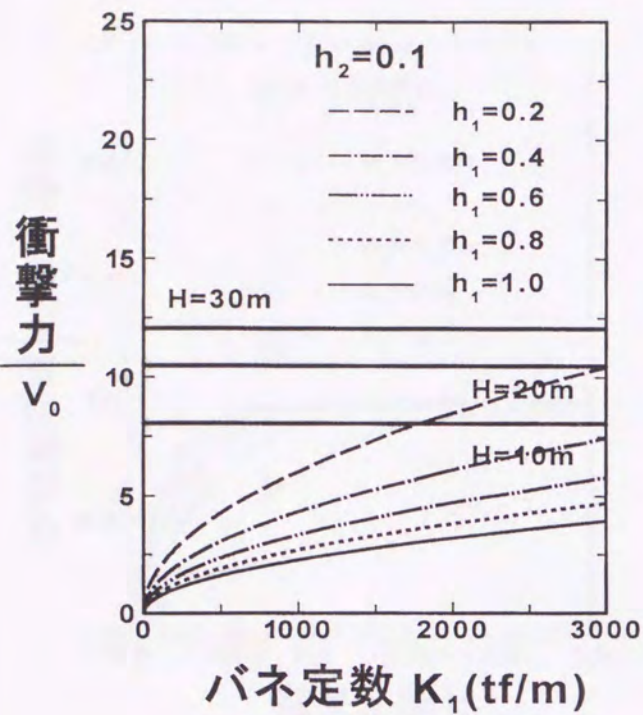
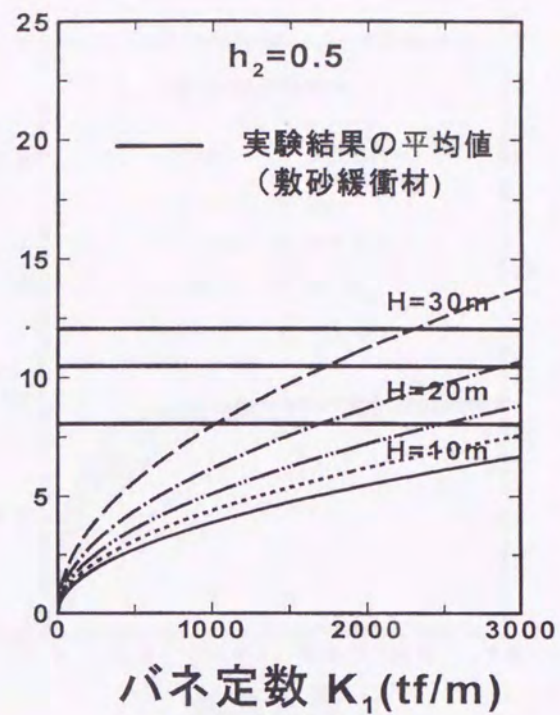
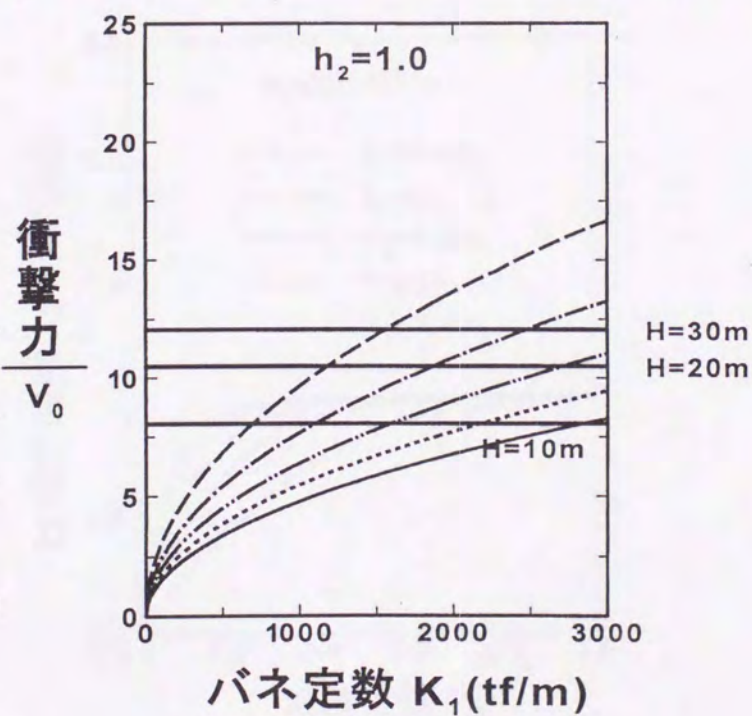
(a)  $h_2=0.1$ の場合(b)  $h_2=0.5$ の場合(c)  $h_2=1.0$ の場合

図-7.13 仮想質量を考慮した三要素モデルの場合の  
衝撃力/ $V_0$ とバネ定数との関係



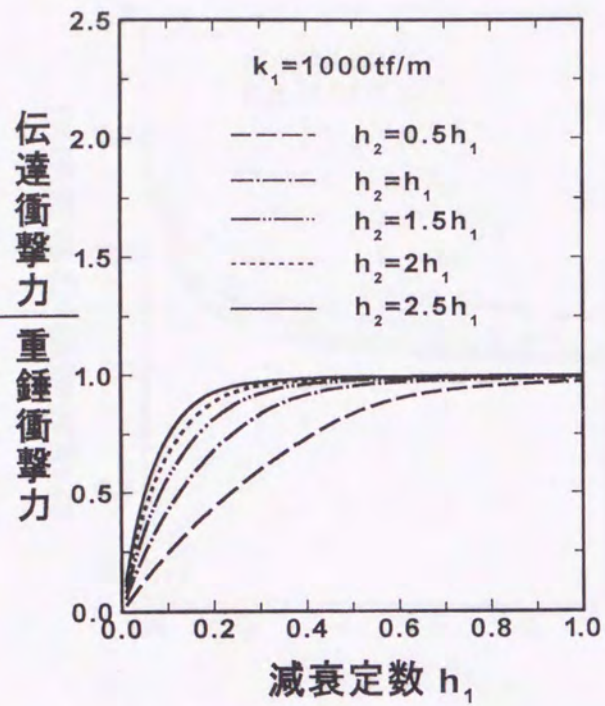
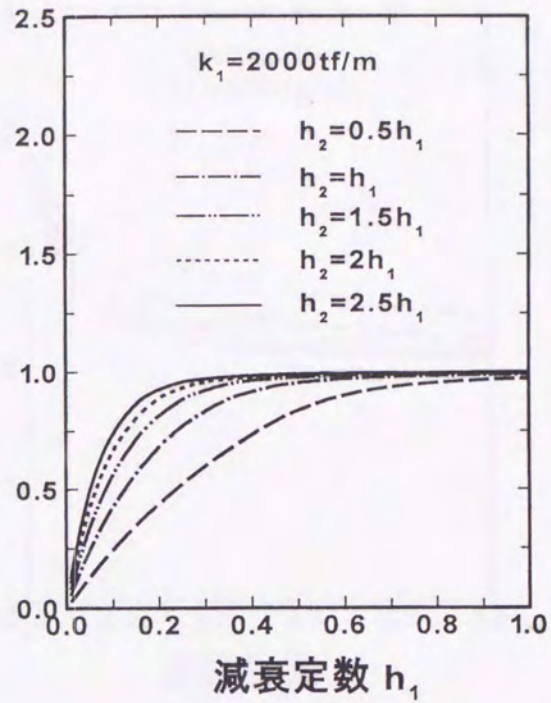
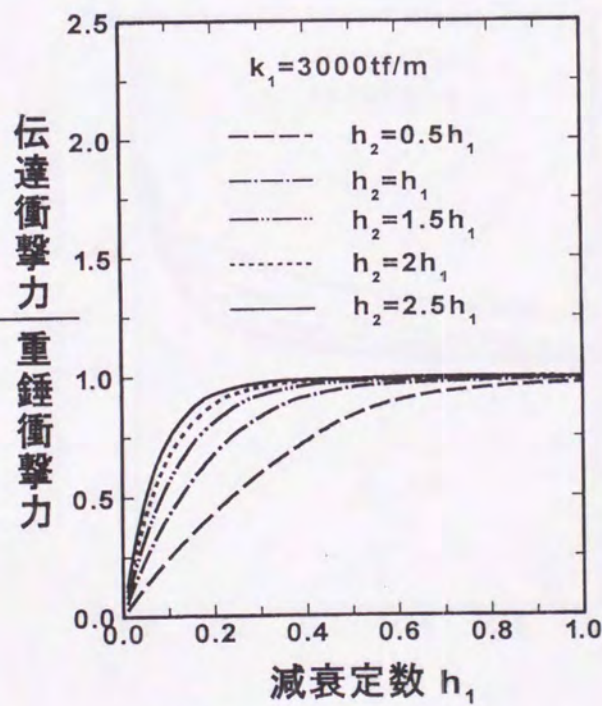
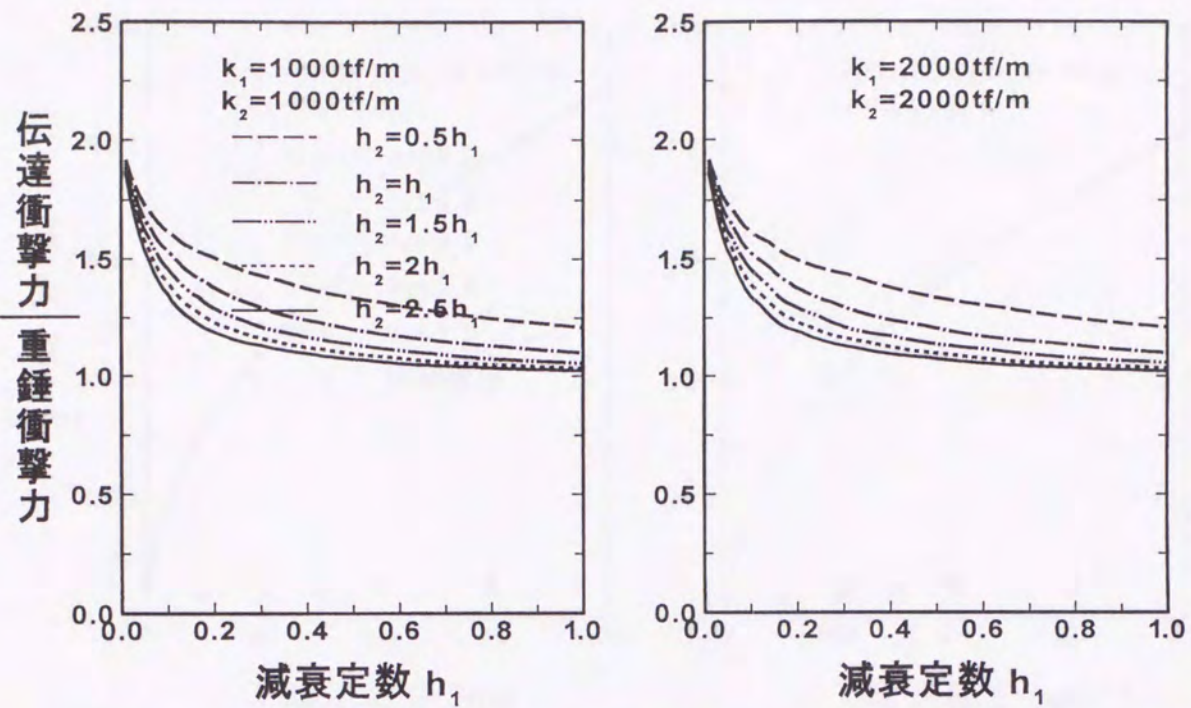
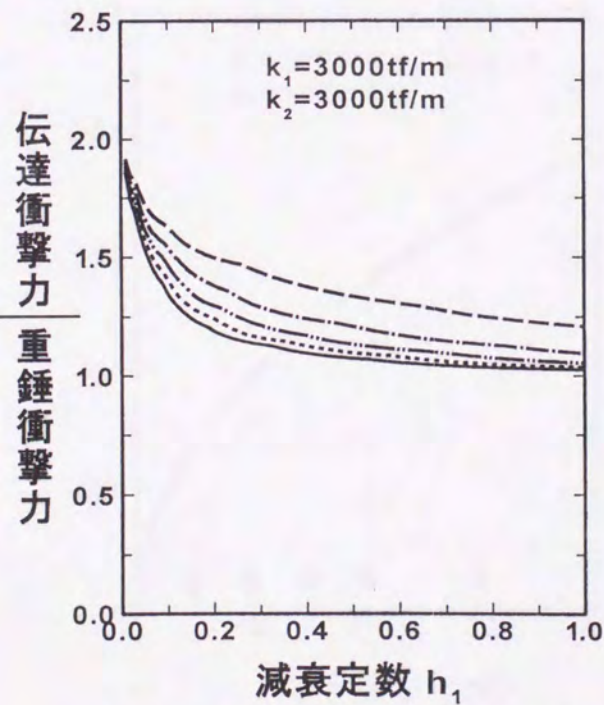
(d)  $k_2=1000\text{tf/m}$  の場合(e)  $k_2=2000\text{tf/m}$  の場合(f)  $k_3=3000\text{tf/m}$  の場合

図-7.13 仮想質量を考慮した三要素モデルの場合の  
重錘衝撃力/伝達衝撃力と減衰定数との関係





(a)  $k_1 = 1000 \text{ tf/m}, k_2 = 1000 \text{ tf/m}$  の場合 (b)  $k_1 = 2000 \text{ tf/m}, k_2 = 2000 \text{ tf/m}$  の場合



(c)  $k_1 = 3000 \text{ tf/m}, k_2 = 3000 \text{ tf/m}$  の場合

図-7.14 仮想質量を考慮した四要素モデルの場合の  
重錘衝撃力/伝達衝撃力と減衰定数との関係 (Maxwell- $M_2$ -Voigt Model)



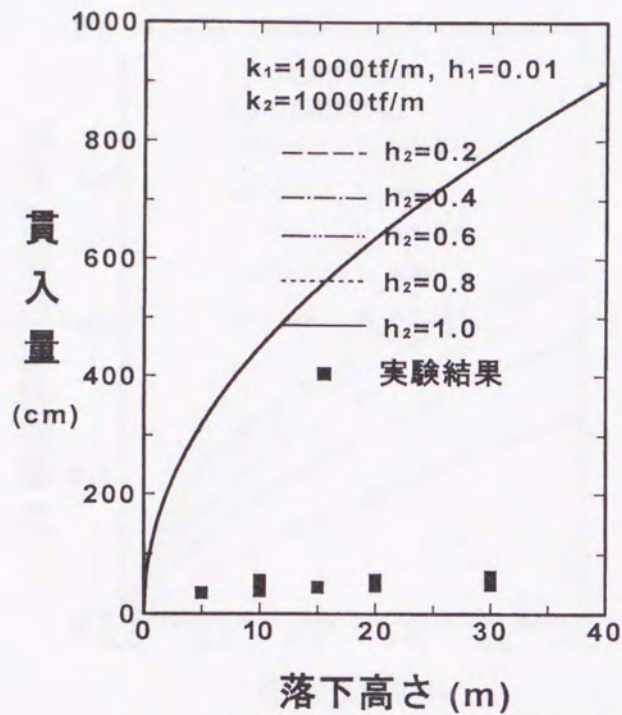
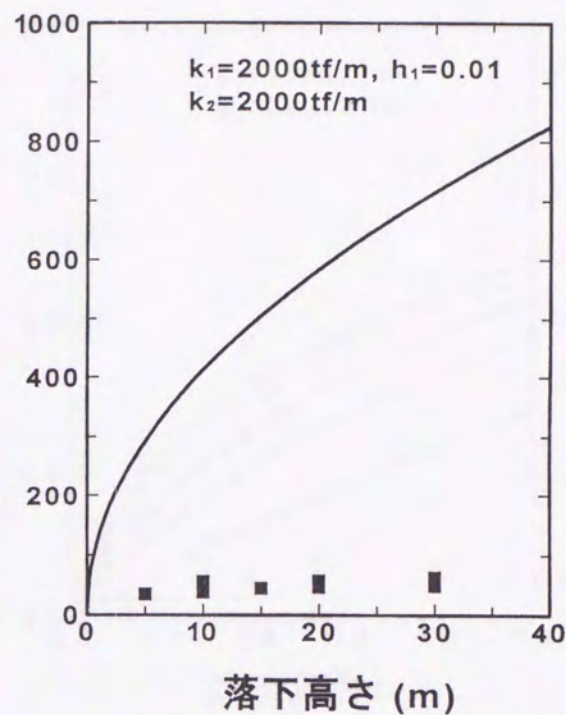
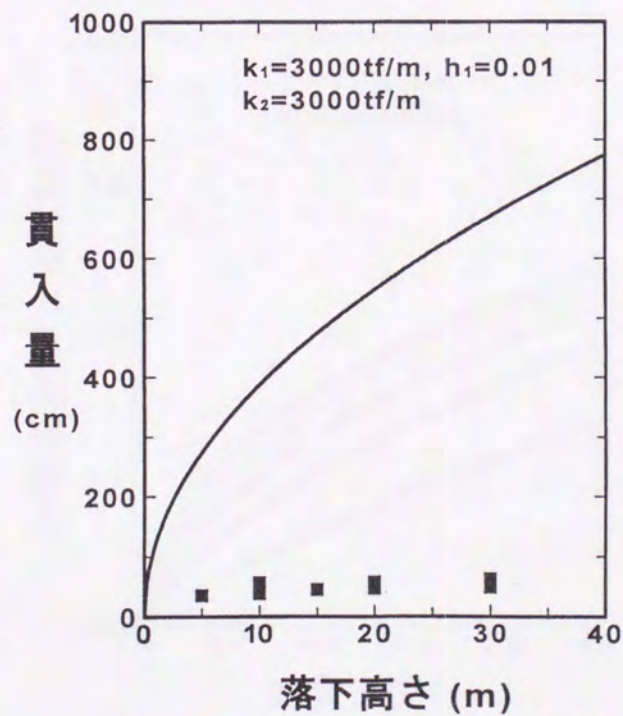
(d)  $k_1=1000\text{tf/m}$ ,  $k_2=1000\text{tf/m}$  の場合(e)  $k_1=2000\text{tf/m}$ ,  $k_2=2000\text{tf/m}$  の場合(f)  $k_1=3000\text{tf/m}$ ,  $k_2=3000\text{tf/m}$  の場合

図-7.14 仮想質量を考慮した四要素モデルの場合の  
貫入量と落下高さとの関係 (Maxwell- $M_2$ -Voigt Model)



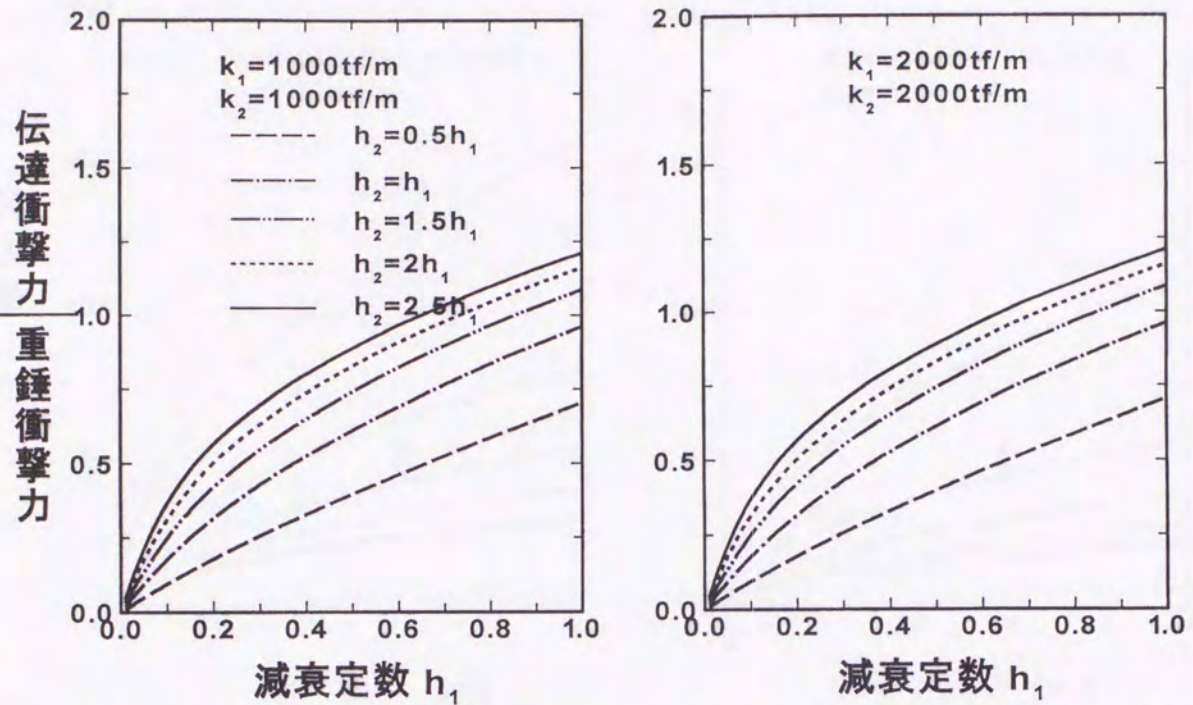
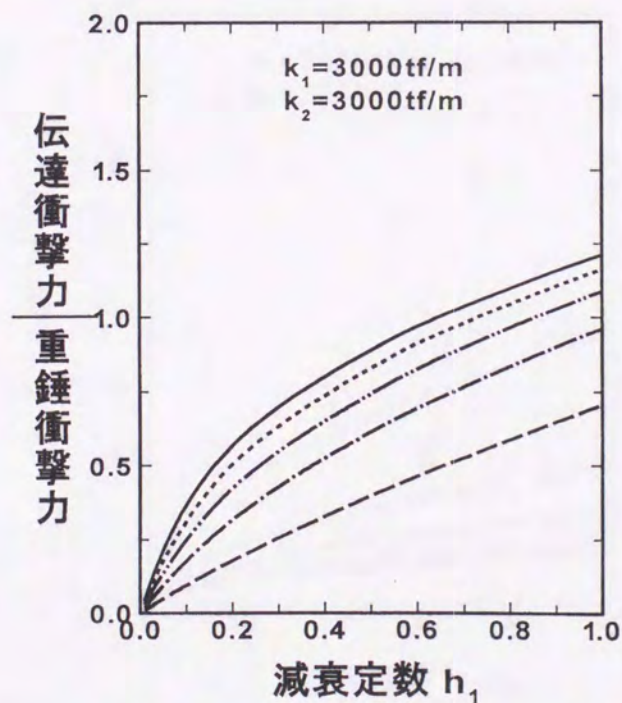
(a)  $k_1 = 1000 \text{ tf/m}, k_2 = 1000 \text{ tf/m}$  の場合(b)  $k_1 = 2000 \text{ tf/m}, k_2 = 2000 \text{ tf/m}$  の場合(c)  $k_1 = 3000 \text{ tf/m}, k_2 = 3000 \text{ tf/m}$  の場合

図-7.15 仮想質量を考慮した四要素モデルの場合の  
重錘衝撃力/伝達衝撃力と減衰定数との関係 (Voigt- $M_2$ -Maxwell Model)



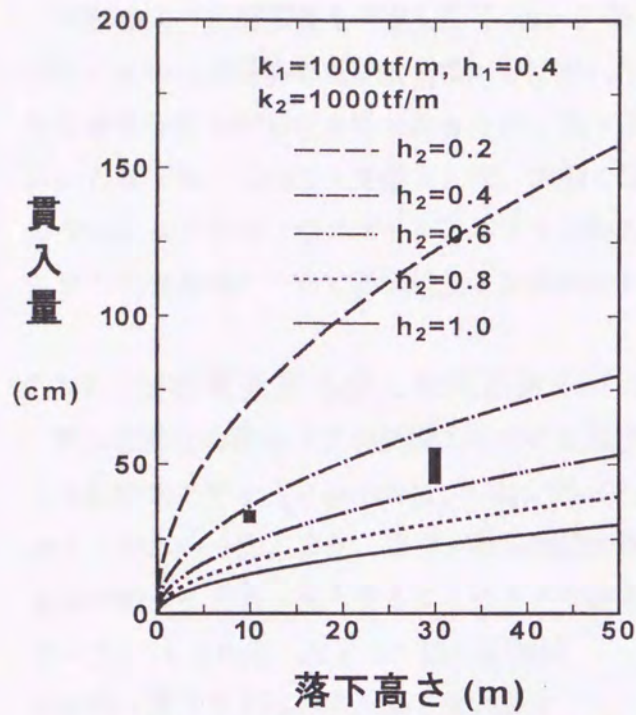
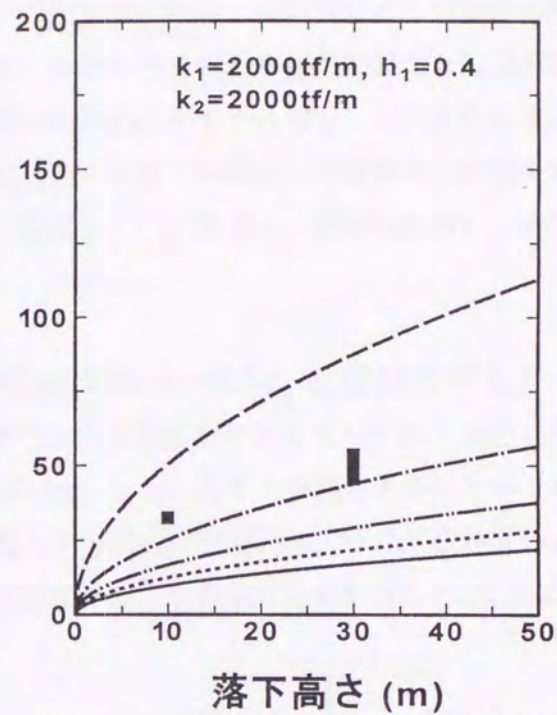
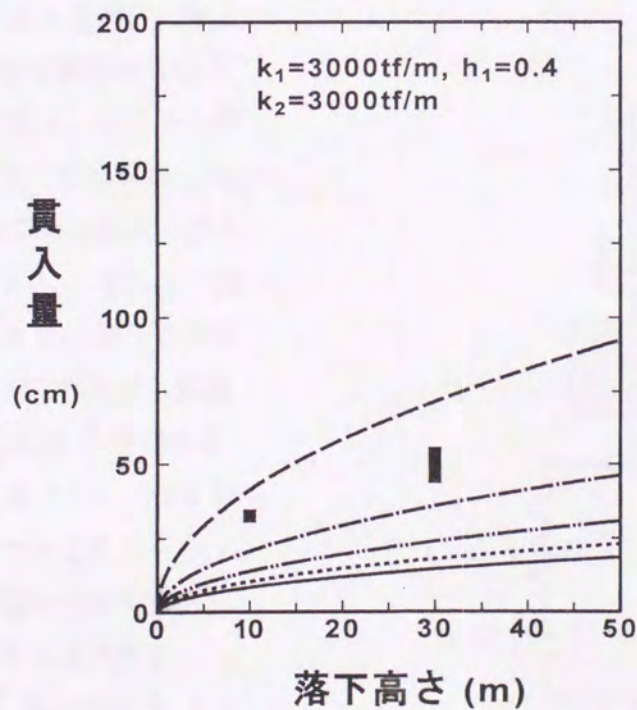
(d)  $k_1=1000\text{tf/m}, k_2=1000\text{tf/m}$  の場合(e)  $k_1=2000\text{tf/m}, k_2=2000\text{tf/m}$  の場合(f)  $k_1=3000\text{tf/m}, k_2=3000\text{tf/m}$  の場合

図-7.15 仮想質量を考慮した四要素モデルの場合の  
貫入量と落下高さとの関係 (Voigt- $M_2$ -Maxwell Model)



### 7.3 各種緩衝材のモデル化および衝撃応答解析

前節では、仮想質量を考慮した Maxwell モデル、三要素モデル、四要素モデルの場合の解析結果について実験結果と比較しながら検討した結果、いずれのモデルも重錘衝撃力と伝達衝撃力を区分することが可能となったものの、貫入量を含めた実験結果を十分満足していないことが明らかとなった。このことを踏まえて、本節では仮想質量を考慮した場合の2種類の四要素モデルの Voigt モデルに1つのダッシュポットを加えて三要素モデルに改良し、各種緩衝材について本モデルの妥当性について実験結果と比較検討することとする。

#### 7.3.1 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合 (Maxwell- $M_2$ -三要素モデル)

敷砂緩衝材の場合は重錘衝撃力に対する伝達衝撃力が約2倍程度であることから、前述したように四要素モデル (Maxwell- $M_2$ -Voigt Model) の場合はこのことを十分満足することができないことがわかった。また、重錘が敷砂層緩衝材に貫入する場合は砂層表面上では比較的柔らかく重錘が徐々に下方へ貫入することによって砂層が締固まり固くなるものと考えられる。これより、図-7.16に示したように敷砂緩衝材は砂層へ貫入する際の柔らかさを表現するためにバネ定数  $k_1$ 、減衰定数  $c_1$  から構成される Maxwell 体と重錘貫入によって砂層が固く締まるのを表現するためにバネ定数  $k_2$ 、減衰定数  $c_2, c_2'$  から構成される三要素体との間に仮想質量  $M_2$  を設けた Maxwell 体系の五要素モデルとして支持版上に設定する。その上へ質量  $M_1$  の重錘を高さ  $H$  から落下させた場合の重錘および支持版に作用する衝撃力  $P_1, P_2$  および永久変位  $\delta$  を求める。なお、本解析においても7.2.1, 7.2.2における解析過程と同様であることから、本節では詳細な誘導過程について省略し主な誘導過程のみを示すこととする。

重錘による Maxwell 体の変位を  $\delta_1$  とすると重錘  $M_1$  の運動方程式は

$$M_1 \ddot{\delta}_1 = -P_1 \quad (7.94)$$

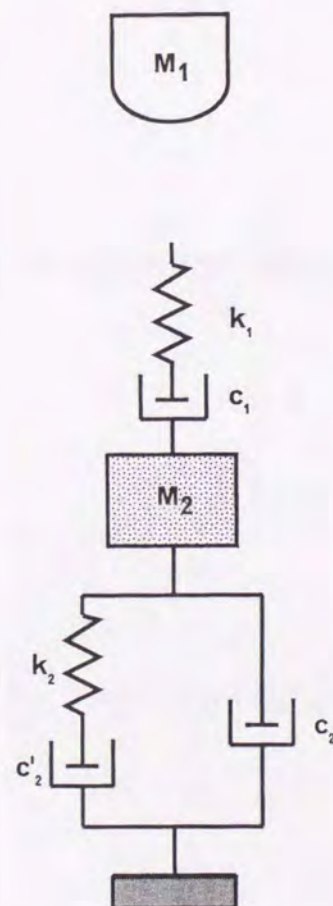


図-7.16 砂層緩衝材モデル



Maxwell 体のバネ部の変位  $\delta_{k_1}$ , ダッシュポット部の変位  $\delta_{c_1}$  とすれば, 力の釣り合いおよびその相対変位は次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= k_1 \delta_{k_1} = c_1 \dot{\delta}_{c_1} \\ \delta_1 - \delta_2 &= \delta_{k_1} + \delta_{c_1} \end{aligned} \right\} \quad 7.95)$$

重錘による三要素体の変位を  $\delta_2$  とすると重錘  $M_2$  の運動方程式は

$$M_2 \ddot{\delta}_2 = P_1 - P_2 \quad 7.96)$$

三要素体の力の釣り合いは

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= P_2' + P_2'' \\ P_2' &= k_2 \delta_{k_2} = c_2 \dot{\delta}_{c_2'}, \quad P_2'' = c_2 \ddot{\delta}_2 \end{aligned} \right\} \quad 7.97)$$

ここで, 支持版のたわみを  $w_0$  とし, 三要素体の相対変位  $\bar{\delta}_2$  は次式となる.

$$\bar{\delta}_2 = \delta_2 - w_0 = \delta_{k_2} + \delta_{c_2'} \quad 7.98)$$

支持版のたわみは 2.35) 式より

$$\dot{w}_0 = \frac{P_2}{a} \quad \text{ここで, } a = \sqrt{\rho D d} \quad 7.99)$$

7.94) ~ 7.99) 式より  $P_1, P_2$  における微分方程式を作成しそれらをラプラス変換する. さらに, その連立方程式を解いて  $L[P_1], L[P_2]$  を求めると

$$L[P_1] = \frac{1}{F'(s)} \left[ (s^2 + a_1 s + a_0) \dot{P}_{10} + \frac{k_1}{M_2} \dot{P}_{20} \right] \quad 7.100)$$

$$L[P_2] = \frac{1}{F'(s)} \left[ \frac{c_2}{M_2 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} (s + a') \dot{P}_{10} + \left( s^2 + a_1' s + a_0' \right) \dot{P}_{20} \right] \quad 7.101)$$

ただし, 初期条件から,  $\int_0^\infty \ddot{P}_1 e^{-st} dt = -\dot{P}_{10} + s^2 L[P_1], \int_0^\infty \ddot{P}_2 e^{-st} dt = -\dot{P}_{20} + s^2 L[P_2]$  となる.

$$F(s) = \frac{1}{k_1} \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right) F'(s) \text{ とおくと}$$

$$F'(s) = \left[ s^4 + \left\{ \frac{c_2}{M_2 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} + \frac{k_2}{c_2 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} + \frac{k_2 \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right)}{a \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} + \frac{k_1}{c_1} \right\} s^3 \right]$$



$$\begin{aligned}
& + \left[ \frac{k_2 \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right)}{M_2 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} + \frac{k_1 k_2}{c_1 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} \left\{ \frac{c_2}{M_2 k_2} + \frac{1}{c_2} + \frac{1}{a} \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right) \right\} + k_1 \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right) \right] s^2 \\
& + \left[ \frac{k_1 k_2 \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right)}{M_2 c_1 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} + \frac{k_2}{1 + \frac{c_2}{a}} \left( \frac{k_1}{M_1} \left( 1 + \frac{M_1}{M_2} \right) \left\{ \frac{1}{c_2} + \frac{1}{a} \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right) \right\} + \frac{k_1 c_2}{M_1 M_2 k_2} \right) \right] s \\
& + \frac{k_1 k_2 \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right)}{M_1 M_2 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} \Bigg] = (s+b)(s+c)(s+d)(s+f)
\end{aligned}$$

なお,  $F'(s)=0$  の  $s$  の根は  $b, c, d, f$  とする. 7.100), 7.101) 式をそれぞれラプラス逆変換すると

$$\begin{aligned}
P_1 = & \left[ A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt} + D_1 e^{-ft} \right] \dot{P}_{10} \\
& + \frac{k_1}{M_2} \left[ A_2 e^{-bt} + B_2 e^{-ct} + C_2 e^{-dt} + D_2 e^{-ft} \right] \dot{P}_{20}
\end{aligned} \tag{7.102}$$

$$\begin{aligned}
P_2 = & \frac{c_2}{M_2 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)} \left[ A_3 e^{-bt} + B_3 e^{-ct} + C_3 e^{-dt} + D_3 e^{-ft} \right] \dot{P}_{20} \\
& + \left[ A_4 e^{-bt} + B_4 e^{-ct} + C_4 e^{-dt} + D_4 e^{-ft} \right] \dot{P}_{10}
\end{aligned} \tag{7.103}$$

$$\text{ここで, } a_1 = \frac{k_2}{1 + \frac{c_2}{a}} \left\{ \frac{c_2}{M_2 k_2} + \frac{1}{c_2'} + \frac{1}{a} \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right) \right\}, \quad a_0 = \frac{k_2 \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right)}{M_2 \left( 1 + \frac{c_2}{a} \right)},$$

$$a_1' = \frac{k_1}{c_1}, \quad a_0' = k_1 \left( \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right), \quad a' = \frac{k_2}{c_2} \left( 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right),$$

$$A_1 = \frac{b^2 - a_1 b + a_0}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_1 = \frac{c^2 - a_1 c + a_0}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \quad C_1 = \frac{d^2 - a_1 d + a_0}{(b-d)(c-d)(f-d)},$$



$$\begin{aligned}
D_1 &= \frac{f^2 - a_1 f + a_0}{(b-f)(c-f)(d-f)}, \quad A_2 = \frac{1}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_2 = \frac{1}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \\
C_2 &= \frac{1}{(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_2 = \frac{1}{(b-f)(c-f)(d-f)}, \quad A_3 = \frac{b^2 - a_1' b + a_0'}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \\
B_3 &= \frac{c^2 - a_1' c + a_0'}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \quad C_3 = \frac{d^2 - a_1' d + a_0'}{(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_3 = \frac{f^2 - a_1' f + a_0'}{(b-f)(c-f)(d-f)}, \\
A_4 &= \frac{a' - b}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_4 = \frac{a' - c}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \quad C_4 = \frac{a' - d}{(b-d)(c-d)(f-d)}, \\
D_4 &= \frac{a' - f}{(b-f)(c-f)(d-f)}
\end{aligned}$$

重錘が減衰バネ系上に初速度  $V_0$  で衝突する場合，運動量保存の法則は次式のように成立する．

$$\int_0^\infty P_1 dt = M_1 V_0, \quad \int_0^\infty P_2 dt = M_1 V_0$$

これらの式を適用して  $\dot{P}_{10}$ ,  $\dot{P}_{20}$  を求めると

$$\dot{P}_{10} = \frac{bcdfk_1 V_0}{F_1}, \quad \dot{P}_{20} = 0 \quad \text{ここで, } F_1 = a_0 a_0' - \frac{k_1 a' c_2}{M_2^2 \left[ 1 + \frac{c_2}{a} \right]} = \frac{k_1 k_2 \left[ 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right]}{M_1 M_2 \left[ 1 + \frac{c_2}{a} \right]}$$

となることから，重錘衝撃力  $P_1$ ，伝達衝撃力  $P_2$  を求めると

$$P_1 = \frac{bcdfk_1 V_0}{M_1 F_1} \left[ A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt} + D_1 e^{-ft} \right] \quad 7.104$$

$$P_2 = \frac{bcdfk_1 c_2 V_0}{M_1 M_2 \left[ 1 + \frac{c_2}{a} \right] F_1} \left[ A_4 e^{-bt} + B_4 e^{-ct} + C_4 e^{-dt} + D_4 e^{-ft} \right] \quad 7.105$$

次に変位  $\delta_1$  を求めると

$$\delta_1 = \frac{bcd f V_0}{F_1} \left[ \frac{a_0''}{bcd f} - A_5 e^{-bt} - B_5 e^{-ct} - C_5 e^{-dt} - D_5 e^{-ft} \right] \quad 7.106$$

変位  $\delta_2$  を求めると

$$\delta_2 = \frac{bcd f \eta k_1 V_0}{M_1 F_1} \left[ \frac{b_1}{bcd f} - A_6 e^{-bt} - B_6 e^{-ct} - C_6 e^{-dt} - D_6 e^{-ft} \right] \quad 7.107$$

要素全体の変位  $\delta = \delta_1 + \delta_2$  は 7.106), 7.107) 式より求められ，さらにこの式中の時間  $t$  を無限にした場合，永久変形量  $\delta$  が次式のように求められる．



$$\delta = \frac{V_0}{F_1} \left[ a_0'' + \frac{\eta k_1}{M_1} b_1 \right] \quad (7.108)$$

ただし，全要素の変位は実験における重錘の貫入量を表している．

また，上述したパラメータを次のようにおく．

$$\eta = \frac{M_1}{M_2}, \quad b_1 = \frac{k_2 \left\{ \frac{1}{c_2'} + \frac{1}{a} \left[ 1 + \frac{c_2}{c_2'} \right] \right\}}{1 + \frac{c_2}{a}}, \quad a_2'' = a_1 + a_1',$$

$$a_1'' = a_0 + a_1 a_1' + \frac{k_1}{M_2}, \quad a_0'' = a_1' a_0 + \frac{k_1}{M_2} b_1$$

$$A_5 = \frac{-b^3 - a_2'' b^2 - a_1'' b + a_0''}{b(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_5 = \frac{-c^3 - a_2'' c^2 - a_1'' c + a_0''}{c(b-c)(d-c)(f-c)},$$

$$C_5 = \frac{-d^3 - a_2'' d^2 - a_1'' d + a_0''}{d(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_5 = \frac{-f^3 - a_2'' f^2 - a_1'' f + a_0''}{f(b-f)(c-f)(d-f)},$$

$$A_6 = \frac{b_1 - b}{b(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_6 = \frac{b_1 - c}{c(b-c)(d-c)(f-c)},$$

$$C_6 = \frac{b_1 - d}{d(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_6 = \frac{b_1 - f}{f(b-f)(c-f)(d-f)}$$



### 7.3.2 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合 (三要素- $M_2$ -Maxwellモデル)

前述したように四要素モデル (Voigt- $M_2$ -Maxwell Model) の場合は 三層緩衝構造の両衝撃力, 貫入量を十分評価できないことがわかった. 三層緩衝構造の場合は文献 58) ~ 60) の実験結果によると緩衝材の緩衝効果によって重錘衝撃力に対する伝達衝撃力が約 1/2 程度と報告されている. また, 重錘が三層緩衝構造へ貫入する場合は第1層目では薄い砂層でかつ第2層目ではコンクリート床版であるために固い層となり, 第3層目の EPS 材では柔らかい層となっている. これより, 図-7. 17 に示したように第1層目と第2層目を表すためにバネ定数  $k_1$ , 減衰定数  $c_1, c_1'$  で構成されている三要素体と第3層目を表すためにバネ定数  $k_2$ , 減衰定数  $c_2$  で構成されている Maxwell 体との間に仮想質量  $M_2$  を設けた Maxwell 系の五要素モデルと仮定する. その上へ質量  $M_1$  をもつ重錘が高さ  $H$  から落下させた場合の重錘および無限版に作用する衝撃力  $P_1, P_2$  と全要素の変位  $\delta$  を求める.

重錘による三要素体の変位  $\delta_1$  とすると重錘  $M_1$  の運動方程式は

$$M_1 \ddot{\delta}_1 = -P_1 \quad (7.109)$$

三要素の力の釣り合いをとると

$$P_1 = P_1' + P_1'' \quad (7.110)$$

ここで, 各要素ごとの力は次式のようになる.

$$\left. \begin{aligned} P_1' &= k_1 \delta_{k_1} = c_1' \dot{\delta}_{c_1'} \\ P_1'' &= c_1 \dot{\delta}_1 \end{aligned} \right\} \quad (7.111)$$

三要素体のバネ部の変位  $\delta_{k_1}$ , ダッシュポット部の変位  $\delta_{c_1}, \delta_{c_1'}$  とすれば, それらの相対変位は,

$$\delta_1 - \delta_2 = \delta_{k_1} + \delta_{c_1'} = \delta_{c_1} \quad (7.112)$$

Maxwell 体のバネ部の変位  $\delta_{k_2}$ , ダッシュポット部の変位  $\delta_{c_2}$ , 版のたわみ  $w_0$  とすれば

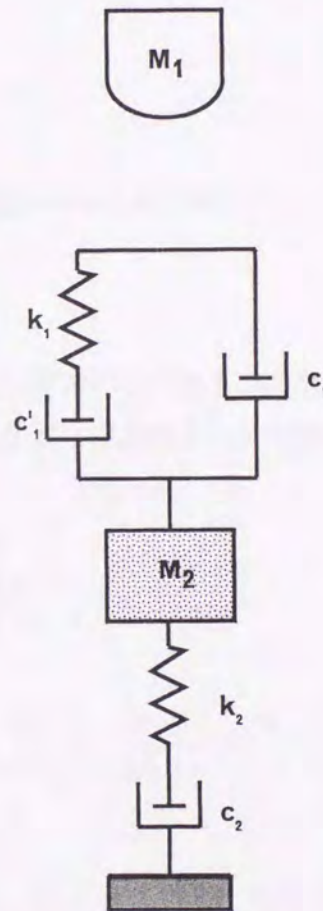


図-7.17 三層構造緩衝材モデル



$$P_2 = k_2 \delta_{k_2} = c_2 \dot{\delta}_{c_2}, \text{ 相対変位: } \delta_2 - w_0 = \delta_{k_2} + \delta_{c_2} \quad (7.113)$$

これ以後の解析過程は 7.2.1, 7.2.2 と同様であるから, 誘導過程については省略し各衝撃力および変位については結果のみを示すと, 重錘衝撃力  $P_1$ , 伝達衝撃力  $P_2$  を求めると

$$P_1 = \frac{M_1 M_2 V_0 b c d f}{k_2} \left[ A_1 e^{-bt} + B_1 e^{-ct} + C_1 e^{-dt} + D_1 e^{-ft} \right] \quad (7.114)$$

$$P_2 = M_1 V_0 b c d f \left[ A_3 e^{-bt} + B_3 e^{-ct} + C_3 e^{-dt} + D_3 e^{-ft} \right] \quad (7.115)$$

次に, 各要素の変位  $\delta_1$  および  $\delta_2$  を求めると

$$\delta_1 = V_0 \left[ \frac{a_0''}{b c d f} - A_5 e^{-bt} - B_5 e^{-ct} - C_5 e^{-dt} - D_5 e^{-ft} \right] \quad (7.116)$$

$$\delta_2 = \frac{M_1 V_0 b c d f}{k_2} \left[ \frac{a_1}{b c d f} - A_6 e^{-bt} - B_6 e^{-ct} - C_6 e^{-dt} - D_6 e^{-ft} \right] \quad (7.117)$$

全要素の変位は  $\delta = \delta_1 + \delta_2$  であるから, 時間  $t$  を無限にした場合の永久変形量  $\hat{\delta}$  は,

$$\hat{\delta} = \frac{a_0'' V_0}{b c d f} + \frac{M_1 V_0 a_1}{k_2} \quad (7.118)$$

ここで,  $b, c, d, f$  は以下に示すラプラス演算子  $s$  の四次方程式の根であり, 各根の組合せは 2 組の共役な複素数かまたは 1 組の共役な複素数と 2 つの実数根かまたは 4 つの実数根の 3 組である.

$$\begin{aligned} F(s) &= s^4 + \left[ k_2 \left( \frac{1}{c_2} + \frac{1}{a} \right) + \frac{k_1}{M_1} \left\{ \frac{M_1}{c_1'} + \frac{c_1}{k_1} \left( 1 + \frac{M_1}{M_2} \right) \right\} \right] s^3 \\ &+ \left[ \frac{k_2}{M_2} + \frac{k_1 k_2}{M_1} \left\{ \frac{M_1}{c_1'} + \frac{c_1}{k_1} \left( 1 + \frac{M_1}{M_2} \right) \right\} \right] \left[ \frac{1}{c_2} + \frac{1}{a} \right] + \frac{k_1}{M_1} \left[ 1 + \frac{M_1}{M_2} \right] \left[ 1 + \frac{c_1}{c_1'} \right] s^2 \\ &+ \left[ \frac{k_1 k_2}{M_1 M_2} \left\{ \frac{M_1}{c_1'} + \frac{c_1}{k_1} \right\} + k_1 k_2 \left\{ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right\} \left[ 1 + \frac{c_1}{c_1'} \right] \left[ \frac{1}{c_2} + \frac{1}{a} \right] \right] s + \frac{k_1 k_2}{M_1 M_2} \left[ 1 + \frac{c_1}{c_1'} \right] \\ &= (s+b)(s+c)(s+d)(s+f) \end{aligned}$$

また, 前述した記号をそれぞれ以下のように示す.



$$a_1 = \frac{k_2}{c_2} \left[ 1 + \frac{c_2}{a} \right], \quad a_0 = \frac{k_2}{M_2}, \quad a_1' = \frac{k_1}{M_1} \left\{ \frac{M_1}{c_1'} + \frac{c_1}{k_1} \left[ 1 + \frac{M_1}{M_2} \right] \right\},$$

$$a_0' = k_1 \left[ \frac{1}{M_1} + \frac{1}{M_2} \right] \left[ 1 + \frac{c_1}{c_1'} \right], \quad a' = \frac{k_1}{c_1} \left[ 1 + \frac{c_1}{c_1'} \right],$$

$$A_1 = \frac{b^2 - a_1 b + a_0}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_1 = \frac{c^2 - a_1 c + a_0}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \quad C_1 = \frac{d^2 - a_1 d + a_0}{(b-d)(c-d)(f-d)},$$

$$D_1 = \frac{f^2 - a_1 f + a_0}{(b-f)(c-f)(d-f)},$$

$$A_3 = \frac{1}{(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_3 = \frac{1}{(b-c)(d-c)(f-c)}, \quad C_3 = \frac{1}{(b-d)(c-d)(f-d)},$$

$$D_3 = \frac{1}{(b-f)(c-f)(d-f)},$$

$$b_1 = \frac{k_2 \left\{ \frac{1}{c_1'} + \frac{1}{a} \left[ 1 + \frac{c_2}{c_1'} \right] \right\}}{1 + \frac{c_2}{a}}, \quad a_2'' = b + c + d + f, \quad a_1'' = b(c+d) + c(d+f) + f(b+d),$$

$$a_0'' = bc(d+f) + df(b+c) - \frac{bcd f a_1}{a_0},$$

$$A_5 = \frac{-b^3 - a_2'' b - a_1'' b + a_0''}{b(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_5 = \frac{-c^3 - a_2'' c^2 - a_1'' c + a_0''}{c(b-c)(d-c)(f-c)},$$

$$C_5 = \frac{-d^3 - a_2'' d^2 - a_1'' d + a_0''}{d(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_5 = \frac{-f^3 - a_2'' f^2 - a_1'' f + a_0''}{f(b-f)(c-f)(d-f)},$$

$$A_6 = \frac{b_1 - b}{b(c-b)(d-b)(f-b)}, \quad B_6 = \frac{b_1 - c}{c(b-c)(d-c)(f-c)},$$

$$C_6 = \frac{b_1 - d}{d(b-d)(c-d)(f-d)}, \quad D_6 = \frac{b_1 - f}{f(b-f)(c-f)(d-f)}$$



## 7.4 各要素定数の決定方法

### 7.4.1 各モデルのパラメータおよび仮想質量の求め方

本章では既に得られている衝撃実験結果を評価するために、各緩衝材に対してバネとダッシュポットに仮想質量を設けた五要素モデルと仮定し、重錘を落下高さ  $H$  からその上に落下させた場合について理論解析した。本解析結果と実験結果とを比較検討するためには、本章で提案した2つのモデルの各パラメータを決定しなければならない。そこで、まず第一に各パラメータが最大重錘衝撃力、最大伝達衝撃力および貫入量、時刻歴応答に及ぼす影響について検討することとする。

#### (a) 敷砂緩衝材のモデルの場合

敷砂緩衝材モデルの場合のパラメータを次のようにおくことにする。

$$\frac{k_1}{M_1} = \omega_1^2, \quad \frac{c_1}{M_1} = 2h_1\omega_1, \quad \frac{c_2}{M_2} = 2h_2\omega_2, \quad \frac{c_2'}{M_2} = 2h_2'\omega_2, \quad h_1 = \frac{c_1}{2\sqrt{k_1M_1}}, \quad h_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{k_2M_2}}$$

$$h_2' = \frac{c_2'}{2\sqrt{k_2M_2}}, \quad \frac{k_2}{M_2} = \omega_2^2, \quad \frac{a}{M_2} = \omega_0$$

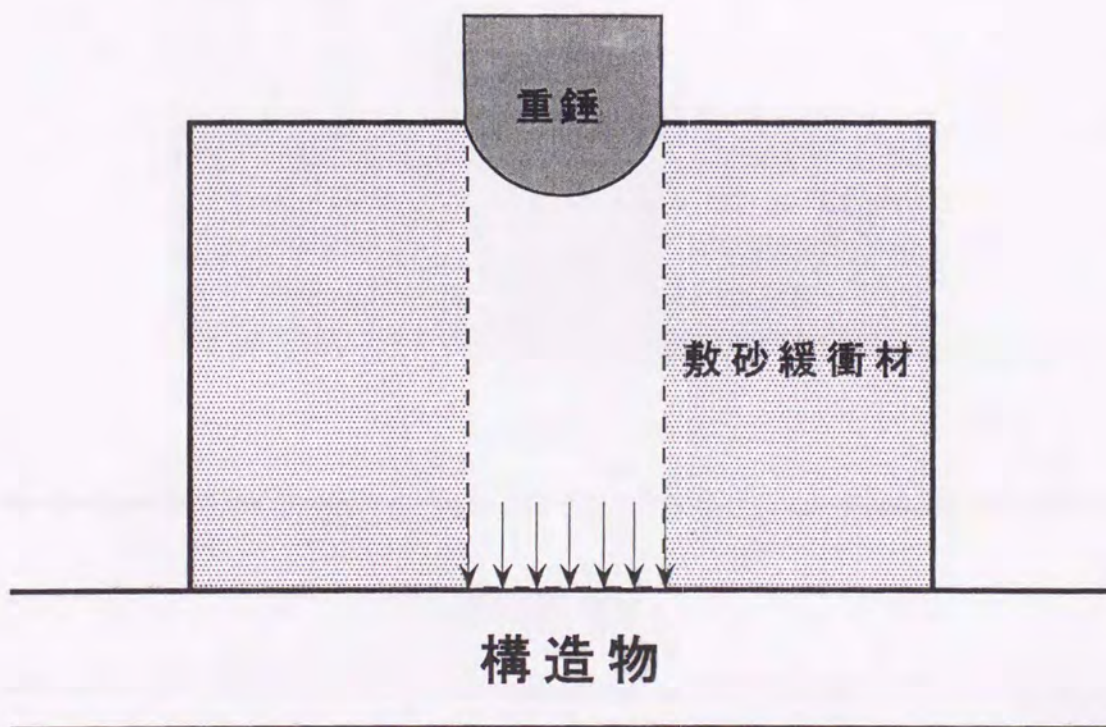


図-7.18 敷砂緩衝材内を伝達する衝撃力



まず最初に敷砂緩衝材の場合の仮想質量の求め方について以下に説明する．図－7．18に示したように，敷砂緩衝材モデルの場合は実験結果から重錘による衝撃力が1次元的に下方に伝達されることから，本解析における仮想質量は重錘底面積に敷砂厚と砂の密度を掛けたものとして求めることにする．砂の密度  $\rho_s = 1.6 \text{ t/m}^3$ ，重錘の直径  $r_d = 1 \text{ m}$ ，一般的な敷砂厚  $h = 90 \text{ cm}$  として仮想質量を計算すると，仮想質量  $M_2$  は，

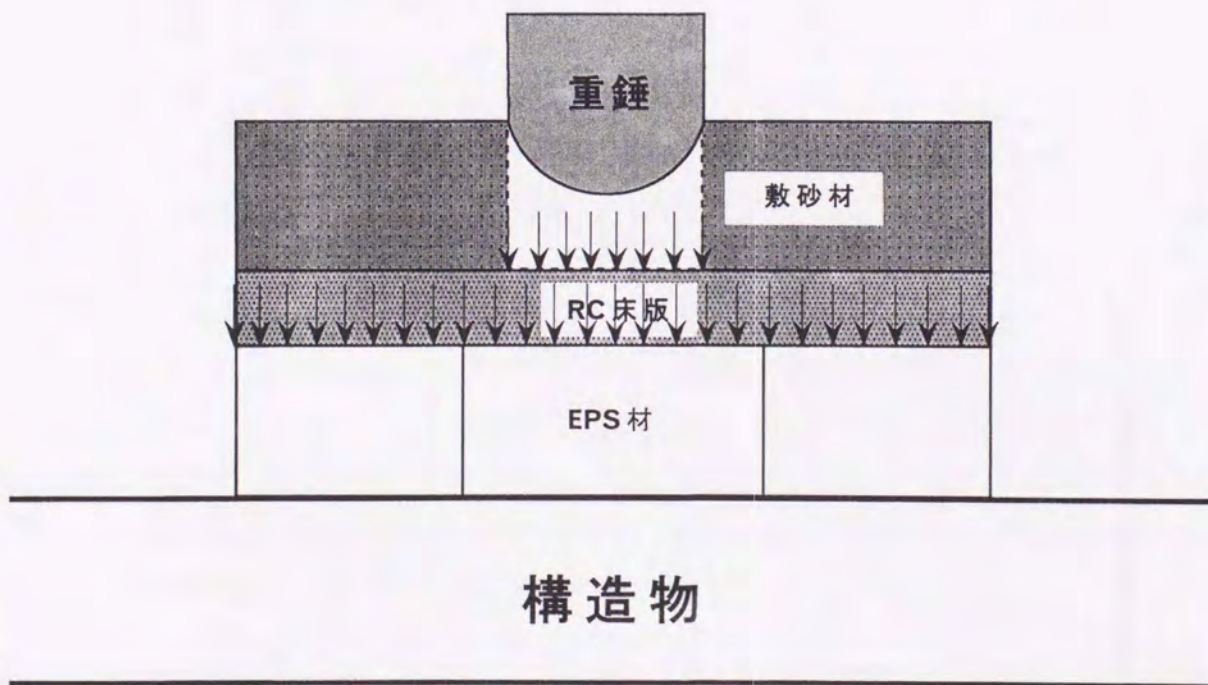
$$M_2 = \pi \times \rho_s \times r_d^2 / 4 \times h = 1.13 \text{ t} \quad \text{となる.}$$

### (b) 三層緩衝構造モデルの場合

三層緩衝構造モデルの場合のパラメータを次のようにおくことにする．

$$\frac{k_1}{M_1} = \omega_1^2, \quad \frac{c_1'}{M_1} = 2h_1'\omega_1, \quad \frac{c_1}{M_1} = 2h_1\omega_1, \quad \frac{c_2}{M_2} = 2h_2\omega_2, \quad h_1' = \frac{c_1'}{2\sqrt{k_1M_1}}, \quad h_1 = \frac{c_1}{2\sqrt{k_1M_1}}$$

$$h_2 = \frac{c_2}{2\sqrt{k_2M_2}} \frac{k_2}{M_2} = \omega_2^2, \quad \frac{a}{M_2} = \omega_0$$



図－7.19 三層緩衝構造内を伝達する衝撃力



次に三層緩衝構造の場合の仮想質量の求め方について以下に説明する．三層緩衝構造の場合は図-7.19に示したように，衝撃力が一次元的に砂層内を伝達し，その後コンクリート床版全体に分散し下部のEPS材に伝達される．このことから，仮想質量 $M_2$ は床版一枚の全質量およびこの床版を支持しているEPS材の全質量に，さらに重錘底部下の敷砂の全質量すなわち重錘底面に敷砂厚を掛けて影響する敷砂の体積としこれに砂の密度を掛けて，それぞれ加えて求めている．いま，敷砂密度 $\rho_s=1.6t/m^3$ ，床版の密度 $w=2.5t/m^3$ ，EPSの密度 $\rho_e=0.02t/m^3$ ，敷砂厚 $h_s=50cm$ ，床版厚 $h_c=20cm$ ，EPS厚 $h_e=50cm$ とすると，仮想質量 $M_2$ は

$$M_2=8.79t \quad \text{となる.}$$



## 7.4.2 解析結果と実験結果との比較および考察

### (a) 敷砂緩衝材モデルの場合

#### (1) 各パラメータが最大重錘衝撃力に及ぼす影響

図-7. 20 (a) ~ (i) は仮想質量を考慮した場合の五要素モデルで、バネ定数  $k_1$ ,  $k_2$  および  $h_1=0.1, 0.5, 1.0$  を変化させて  $h_2=nh_2'$  とおいた場合の重錘衝撃力に対する伝達衝撃力と減衰定数  $h_2'$  との関係を示している。なお、砂層厚 90cm の敷砂緩衝材における実験結果は重錘衝撃力に対する伝達衝撃力が約2倍であることと衝撃力は Maxwell モデルが支配的であることから、本節では  $k_1=1000\text{tf/m}$  と一定とし (a) ~ (c) 図では  $k_2=1000\text{tf/m}$ , (d) ~ (f) 図では  $k_2=2000\text{tf/m}$ , (g) ~ (i) 図では  $k_2=3000\text{tf/m}$  として検討した。(a) ~ (c) 図での重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は  $h_2'$  が増加すると  $h_2=0.5h_2'$  の場合では緩やかな増加傾向を、 $h_2=2.5h_2'$  の場合では緩やかな減少傾向を、他の場合では  $h_2' > 0.4$  でほぼ一定な値を示している。また、両者の比は  $h_2$  が大きくなると大きくなるものの、 $h_1$  が変化してもほぼ一致していることがわかる。前述したように、重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は約2倍であることから、 $h_2=2h_2'$  の場合が妥当であることがわかる。(d) ~ (f) および (g) ~ (i) 図の場合も (a) ~ (c) の場合とほぼ同様な傾向を示していることがわかる。

これより、重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は  $k_2$ ,  $h_1$  にまた  $h_2'$  が 0.4 以上で影響を受けないものの  $h_2$  には大きく影響を受け、特に  $h_2=2h_2'$  の場合では敷砂緩衝材における重錘衝撃力と伝達衝撃力との関係を表現可能であることがわかる。

#### (2) $k_2$ および $h_1$ が最大重錘衝撃力と落下高さの関係に及ぼす影響

図-7. 21 (a) ~ (c) は  $k_1=1000\text{tf/m}$ ,  $h_2=0.8$ ,  $h_2'=0.4$  と一定とし  $k_2=1000 \sim 3000\text{tf/m}$  および  $h_1=0.2 \sim 1$  と変化させた場合、最大重錘衝撃力と落下高さとの関係における解析結果および実験結果を示している。なお、本節では前述した理由により、減衰定数  $h_2'=0.4$ ,  $h_2=0.8$  が妥当な値であるものと考えられることから、これらの値を本解析に用いることとする。解析結果における最大重錘衝撃力は落下高さが増加すると放物線的に増加している。また最大重錘衝撃力は  $h_1$  および  $k_2$  が大きくなると増加傾向を示していることがわかる。(a) 図における解析結果は落下高さが 10m の場合では  $h_1$  が 0.6 ~ 1, 20m の場合では  $h_1$  が 0.6 ~ 1, 30m の場合では  $h_1$  が 1 で実験結果と符合していることがわかる。(b) 図における解析結果は落下高さが 10 および 20m の場合では (a) 図とほぼ一致した傾向を示し、30m の場合では  $h_1$  が 0.8 ~ 1 で実験結果と符合していることがわかる。(c) 図における解析結果は落下高さが 10m の場合では  $h_1$  が 0.4 ~ 0.8, 20m の場合では  $h_1$  が 0.6 ~ 1, 30m の場合では (b) 図と同様に  $h_1$  が 0.8 ~ 1 で実験結果と符合していることがわかる。



これより、解析結果における最大重錘衝撃力はバネ定数  $k_2$  のいずれの値に対しても  $h_1$  が 0.6 ~ 1 の範囲の場合で実験結果とほぼ一致しているものと考えられる。

### (3) $k_2$ および $h_1$ が貫入量と落下高さとの関係に及ぼす影響

図-7. 22 (a) ~ (c) は貫入量と落下高さとの関係における解析結果および実験結果を示している。なお、バネ定数および減衰定数の値は (a) ~ (c) 図の場合と同様である。解析結果における貫入量は最大重錘衝撃力の場合と同様に落下高さが増加すると放物線的に増加しているものの、 $h_1$  が大きくなると貫入量は最大重錘衝撃力の場合と逆に小さな値を示していることがわかる。このことは  $h_1$  が大きくなれば緩衝材が固くなり、それに対して重錘衝撃力が大きくなることを意味しているものと考えられる。(a) 図における解析結果は落下高さが 10m の場合では  $h_1$  が 0.6 ~ 1 で実験結果と符合しているものの、20 ~ 30m の場合では実験結果より大きめの値を示していることがわかる。(b) 図における解析結果は各落下高さに対して  $h_1$  が 0.8 ~ 1 で、(c) 図では  $h_1$  が 0.6 ~ 0.8 で実験結果と符合している。

落下高さに対する重錘衝撃力および貫入量より、敷砂緩衝材モデルのバネ定数および減衰定数は  $k_1=1000tf/m$ ,  $k_2=2000tf/m$ ,  $h_2=0.8$ ,  $h_2'=0.4$  の場合では  $h_1$  が 0.8 ~ 1 の範囲で、 $k_1=1000tf/m$ ,  $k_2=3000tf/m$ ,  $h_2=0.8$ ,  $h_2'=0.4$  の場合では  $h_1$  が 0.6 ~ 0.8 の範囲でこれらの実験結果をほぼ満足していることがわかる。

### (4) 衝撃力の時刻歴応答

得られた結果を踏まえて、次に両衝撃力の時刻歴応答について検討することとする。図-7. 23 (a), (b) は落下高さ  $H=10 \sim 30m$  の場合で、case-1, 2, 3 (表-7. 1) の解析結果と実験結果における重錘衝撃力および伝達衝撃力の時刻歴応答を示している。(a) 図の解析結果における重錘衝撃力波形は、各落下高さに対して最大衝撃力に達する時間  $t_{max}=24msec$  でその値はそれぞれ  $P_{max}=150, 210, 260tf$  となり、また載荷継続時間は、 $t_d=60msec$  となり、その後の衝撃力波形は減衰自由振動状態に移行している。このことは3ケースともほぼ一致していることがわかる。一方、実験結果は各落下高さに対して最大衝撃力に達する時間  $t_{max}=28, 20, 20 msec$  でその値は  $P_{max}=145, 240, 300tf$  を示している。このことから、両結果を比較すると各落下高さに対して解析結果は実験結果にほぼ近似しているものと考えられる。載荷継続時間については衝撃力波形が最大値に達した後過減衰状態を示しているためにあまり明確ではないものの、主に衝撃力が作用している時間をほぼ  $t_d=80msec$  とみなすと解析結果とは大差がないものと考えられる。

(b) 図の解析結果の場合は、case-1 の場合では最大衝撃力に達する時間  $t_{max}=32msec$ , case-2 の場合では最大衝撃力に達する時間  $t_{max}=30msec$ , case-3 の場合では最大衝撃力に達する時間



$t_{\max}=28\text{msec}$  となり、それらの値は3ケースともに約  $P_{\max}=300\text{tf}$  となりほぼ等しいことがわかる。また、載荷継続時間は解析結果ではいずれの落下高さに対しても case-1 の場合では  $t_d=70\text{msec}$ 、case-2, 3 の場合では  $t_d=66\text{msec}$  と一定となり、実験結果では落下高さに対して約  $t_d=60\text{msec}$  前後となることから、両者はほぼ一致しているものと考えられる。解析結果における最大衝撃力では  $P_{\max}=300, 410, 520\text{tf}$  となり、それに対して実験結果では  $P_{\max}=257, 416, 537\text{tf}$  となる。両結果を比較すると、両者は最大値、最大値に達する時間や載荷継続時間についていずれもほぼ近似しているものと考えられる。しかし、 $H=10\text{m}$  場合では両結果の差が僅かながら生じているようである。

以上より、重錘および伝達衝撃力の時刻歴応答波形において、解析結果はいずれのケースも実験結果を概ね近似した応答波形となっていることがわかった。しかしながら、最大重錘衝撃力と落下高さとの関係、貫入量と落下高さとの関係および重錘および伝達衝撃力の時刻歴応答波形から、いずれも総合的に実験結果を満足するようにバネ定数、減衰定数を決定すると、各バネ定数および減衰定数は case-3 の場合で即ち  $k_1=1000\text{tf/m}$ 、 $k_2=3000\text{tf/m}$ 、 $h_1=0.2$ 、 $h_2=0.8$  および  $h_2'=0.4$  の場合が妥当であるものと考えられる。

表-7.1 3 ケースにおける減衰バネ定数（敷砂緩衝材の場合）

|        |  |
|--------|--|
| case-1 | $k_1=1000, k_2=1000, h_1=1.0, h_2=0.8, h_2'=0.4$ |
| case-2 | $k_1=1000, k_2=2000, h_1=0.8, h_2=0.8, h_2'=0.4$ |
| case-3 | $k_1=1000, k_2=3000, h_1=0.8, h_2=0.8, h_2'=0.4$ |

表中の  $k_1, k_2$  の単位は  $\text{tf/m}$  である。



### (5) 最大衝撃力と衝突速度の関係

図-7. 24 (a), (b) は重錘質量  $M_1=2t$  の場合で敷砂厚  $h=90, 120\text{cm}$  における最大重錘および伝達衝撃力と衝突速度の関係について、解析結果、実験結果および振動便覧式とを比較して示している。なお、振動便覧式で計算された衝撃力は重錘衝撃力、伝達衝撃力に対してそれぞれラーメ定数  $\lambda=200, 1000\text{tf/m}^2$  の値を用いて求めている。解析結果は重錘質量の変化に依らず(4)で決定したパラメータ (case-3) を用いて応答計算した。(a) 図の重錘衝撃力の解析結果では各衝突速度に対して実験結果の上限値を示している。一方、解析結果と振動便覧式と比較すると、両者は衝突速度  $V \leq 14\text{m/sec}$  の場合ではほぼ一致し、 $V > 14\text{m/sec}$  の場合では徐々に差が広がっていることがわかる。一方、伝達衝撃力における解析結果では衝突速度に対して実験値とほぼ一致しているが、振動便覧式と比較すると、振動便覧式の方が解析結果よりも大きめの値となり衝突速度が速くなるにつれて両者の差が広がっていることがわかる。(b) 図の重錘衝撃力の解析結果と振動便覧式は各衝突速度に対してかなり安全側の値を示している。伝達衝撃力における解析結果は  $V \leq 9.9\text{m/sec}$  ではやや大きめの値を、 $V \leq 19.9\text{m/sec}$  ではほぼ一致していることがわかる。振動便覧式は各衝突速度に対して実験値より大きめの値を示している。

図-7. 25 (a), (b) は重錘質量  $M_1=3t$  の場合である。(a) 図の重錘衝撃力における解析結果と実験結果とを比較すると、解析結果は  $V \leq 14\text{m/sec}$  で実験結果の上限値を、 $V \geq 17.15\text{m/sec}$  で下限値を示している。また、解析結果と振動便覧式とを比較すると、両者は  $V < 9.9\text{m/sec}$  の場合では一致しているが、 $V \geq 9.9\text{m/sec}$  の場合では両者の差が広がっていることがわかる。一方、伝達衝撃力における解析結果と実験結果とを比較すると  $V \leq 19.8\text{m/sec}$  の場合では両者はほぼ一致しているが、 $V = 24.25\text{m/sec}$  の場合における解析結果では実験値の下限値を示している。また、解析結果と振動便覧式と比較すると、両者は重錘衝撃力の場合と同様に  $V < 9.9\text{m/sec}$  の場合では一致しているが、 $V \geq 9.9\text{m/sec}$  の場合では両者の差が広がっていることがわかる。敷砂緩衝材の場合では緩衝効果がある場合の三層緩衝構造と異なり、一次元的に衝撃力が伝達することから三層緩衝構造とは逆に最大伝達衝撃力の方が最大重錘衝撃力よりも約 1.5 ~ 2.0 倍大きな値を示し、解析結果もこのことを十分満足していることがわかる。(b) 図の重錘衝撃力の場合の解析結果は衝突速度に対して実験結果とほぼ平行でかつ大きめの値を示しているが、振動便覧式の場合は衝突速度に対して実験結果より徐々に大きく離れてゆく傾向にあることがわかる。一方、伝達衝撃力における解析結果は各衝突速度に対して実験結果とほぼ一致しているが、振動便覧式では各衝突速度に対して実験結果よりも大きくかつ包絡線的な値を示し、特に両者は  $V \geq 24.25\text{m/sec}$  では実験結果よりかなり大きめの値を示していることがわかる。

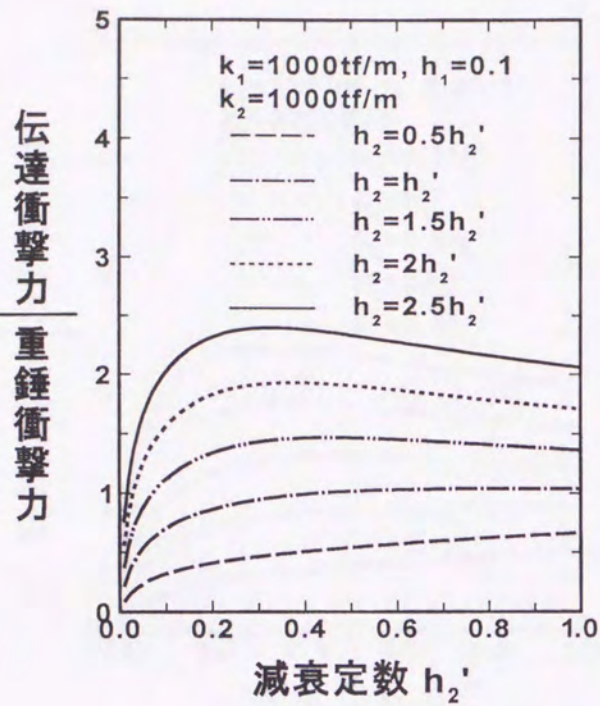
これより、衝突速度に対する最大重錘および伝達衝撃力において、敷砂緩衝材厚  $h=90$  および  $120\text{cm}$  の場合における解析結果はラーメ定数  $\lambda=200, 1000\text{tf/m}^2$  における振動便覧式によりも実験結果とほぼ一致していることがわかった。従って、本解析モデルは緩衝効果が十分現れる敷砂緩衝材厚  $h=90$  および  $120\text{cm}$  の場合では実験結果を概ね近似できるものと考えられる。従っ



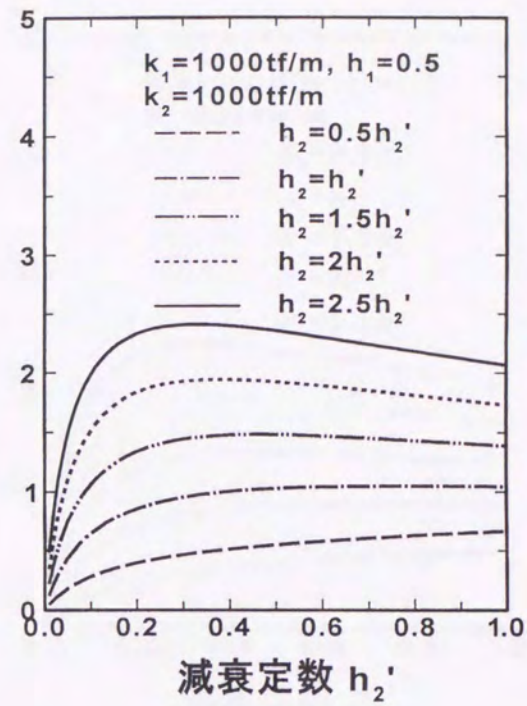
て、本解析モデルは敷砂緩衝材の衝撃力の評価が可能であるものと考えられる。



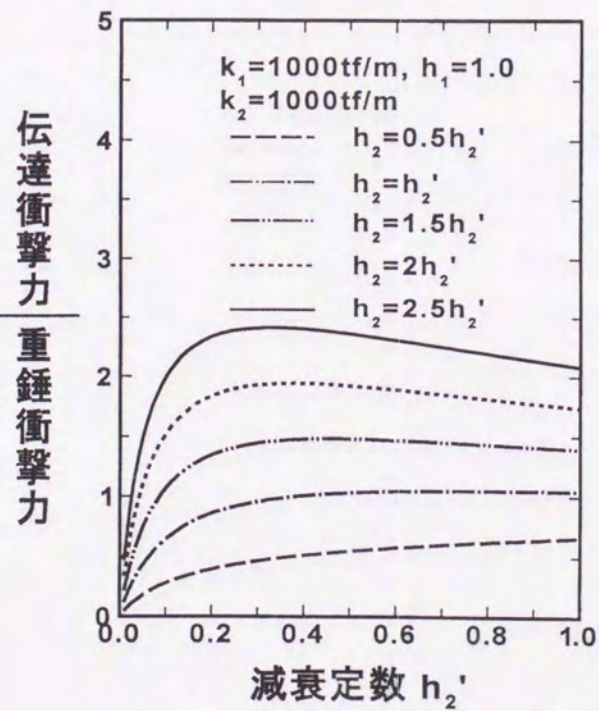




(a)



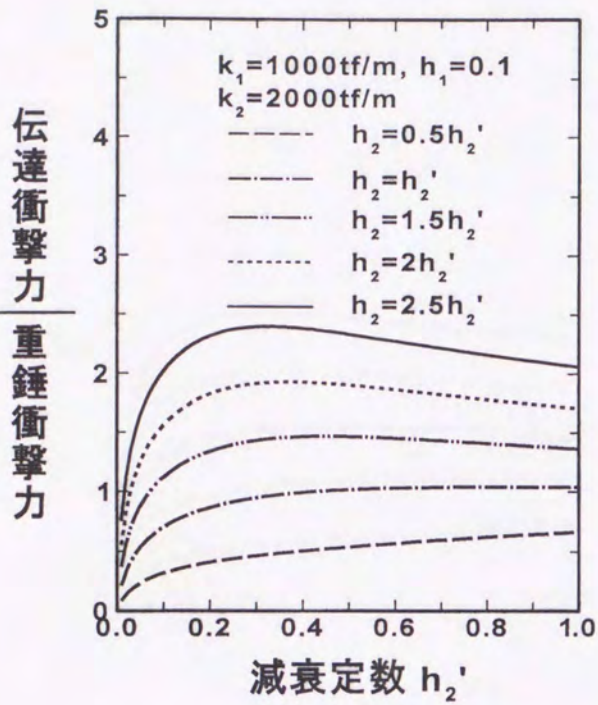
(b)



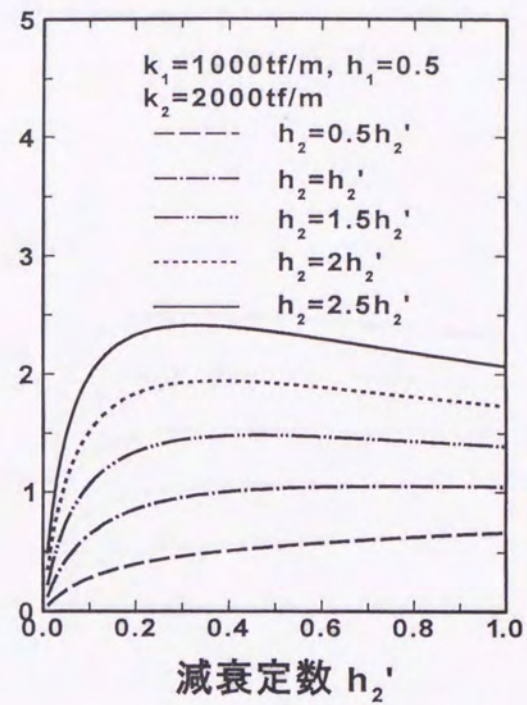
(c)

図-7.20 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合の  
伝達衝撃力と減衰定数との関係 (Maxwell- $M_2$ -三要素 Model)

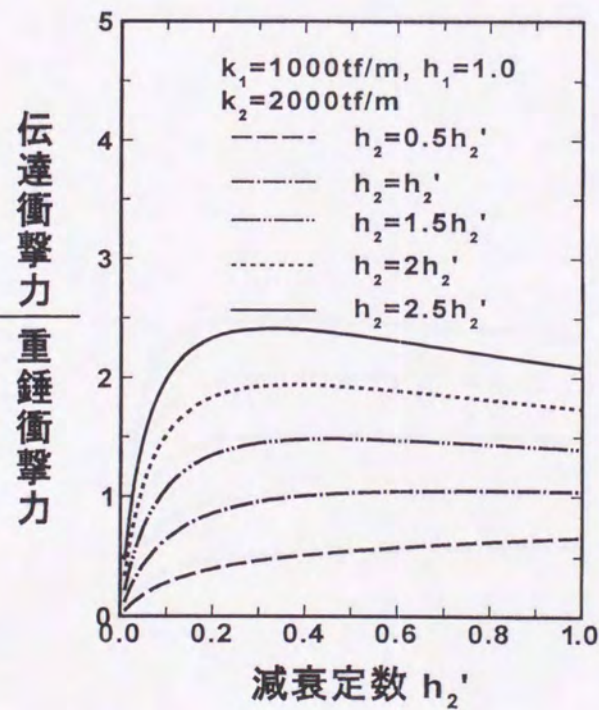




(d)



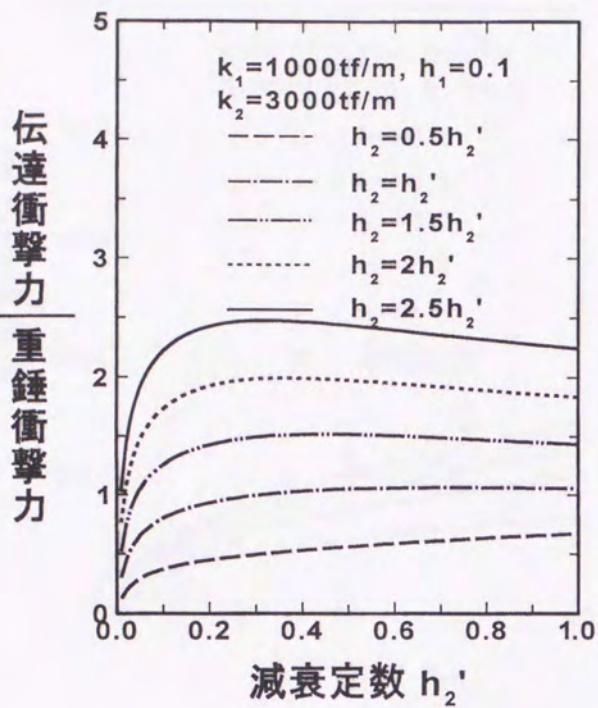
(e)



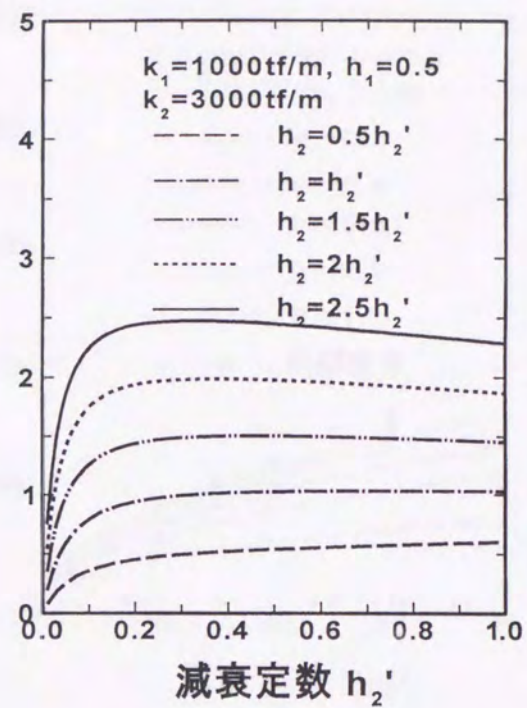
(f)

図-7.20 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合の  
 伝達衝撃力と減衰定数との関係 (Maxwell- $M_2$ -三要素 Model)

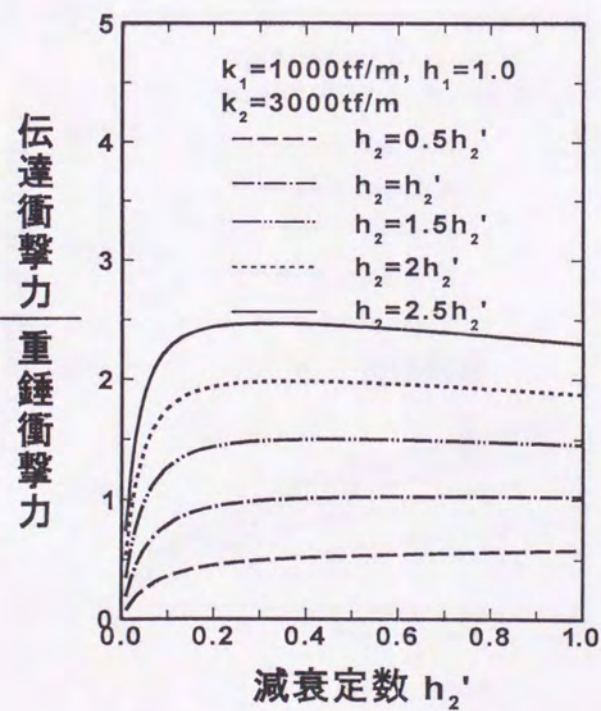




(g)



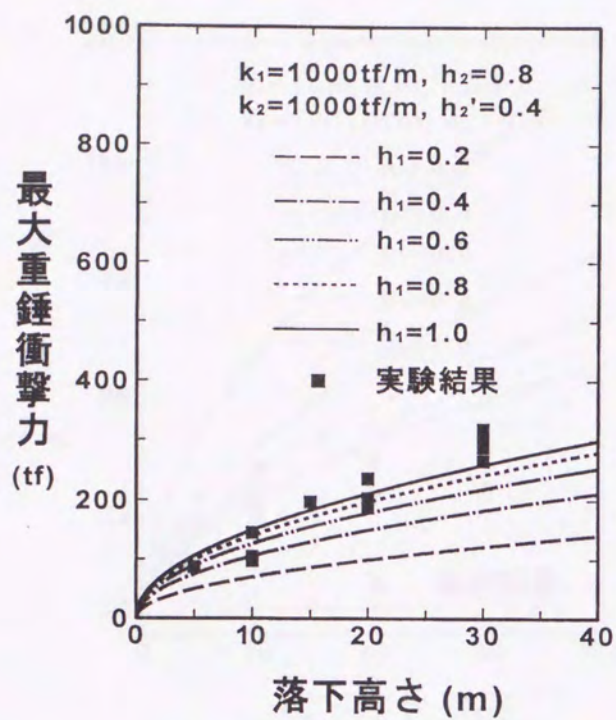
(h)



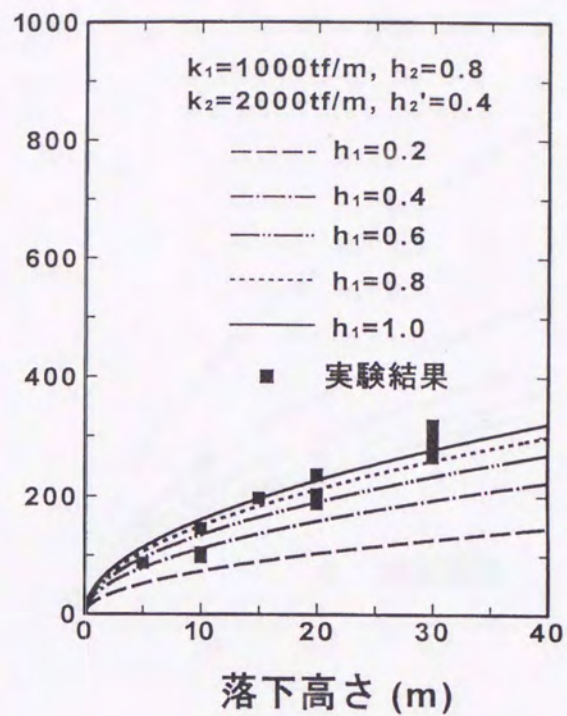
(i)

図-7.20 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合の  
 伝達衝撃力と減衰定数との関係 (Maxwell- $M_2$ -三要素 Model)

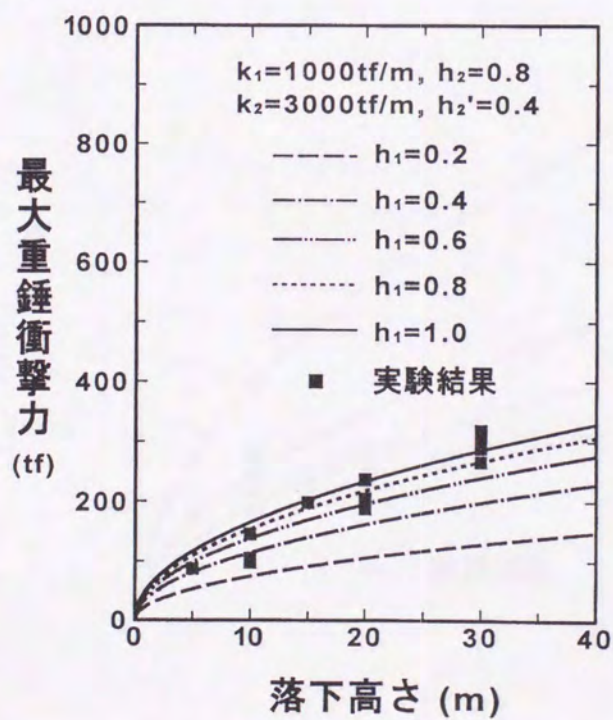




(a)



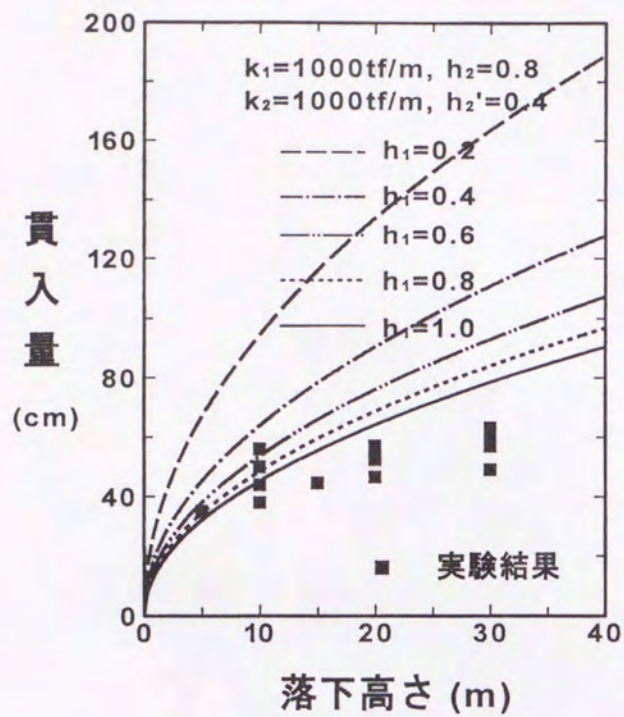
(b)



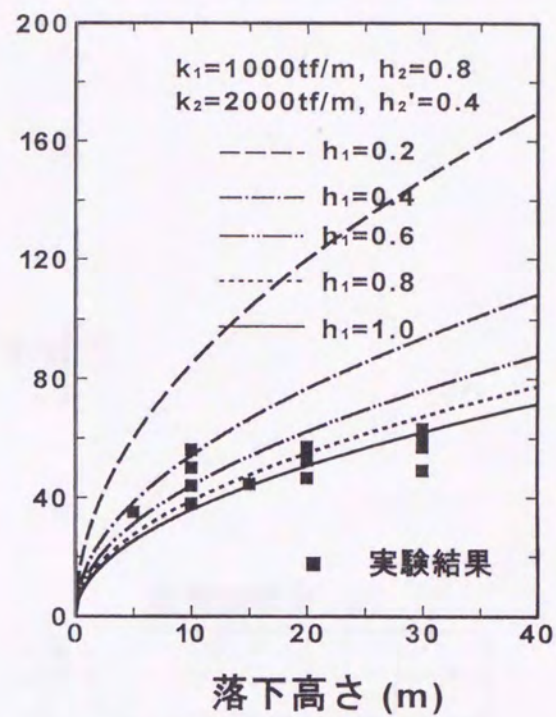
(c)

図-7.21 最大重錘衝撃力と落下高さとの関係

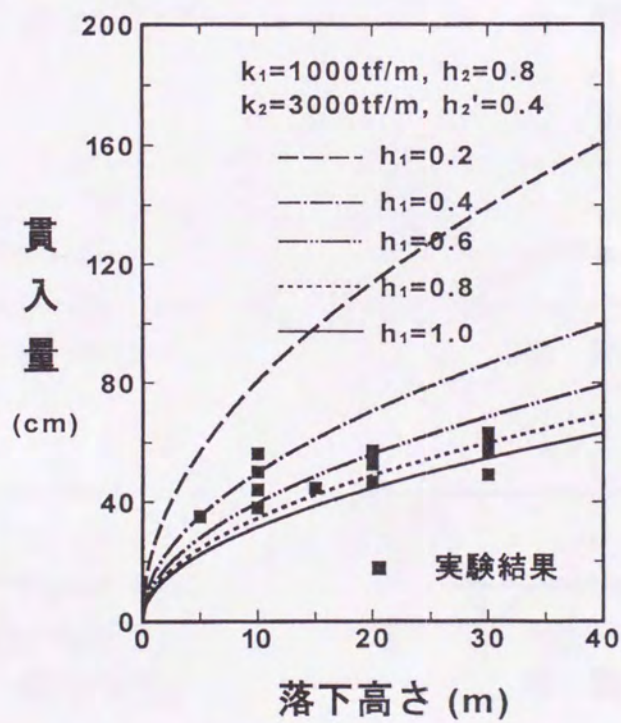




(a)



(b)



(c)

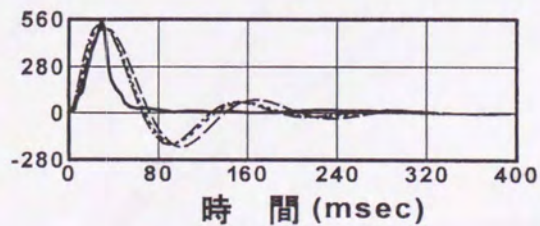
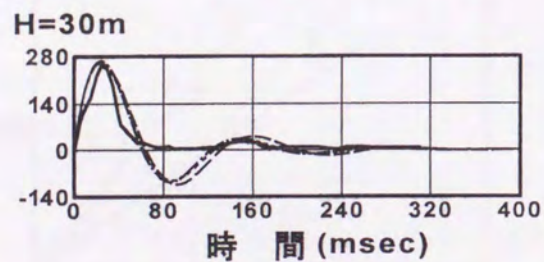
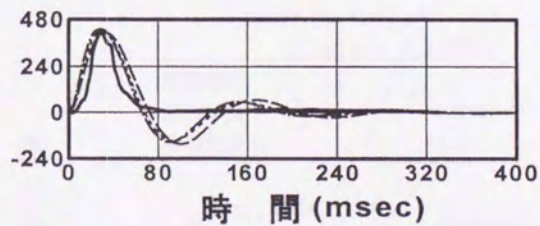
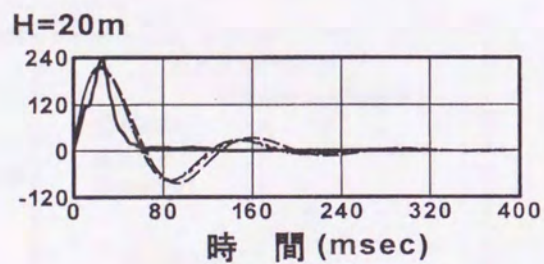
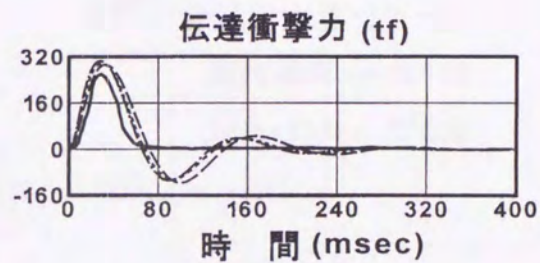
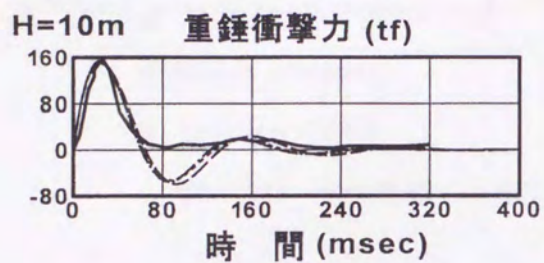
図-7.22 貫入量と落下高さとの関係



解析結果

実験結果

----- case-1  
 ..... case-2  
 - - - - - case-3

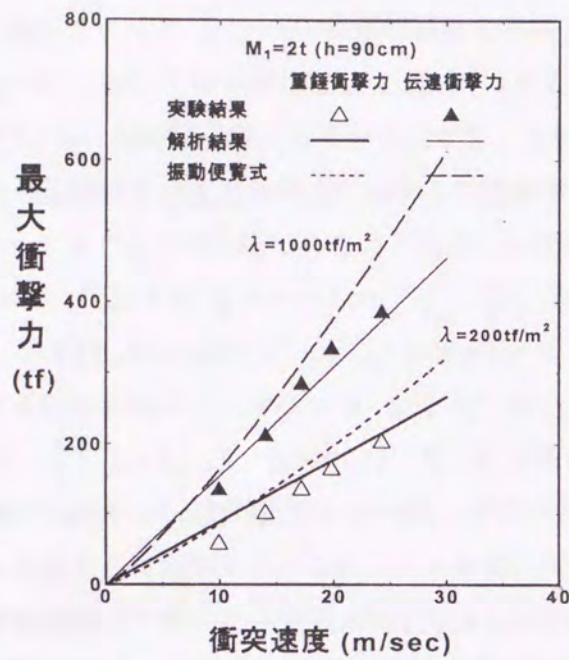
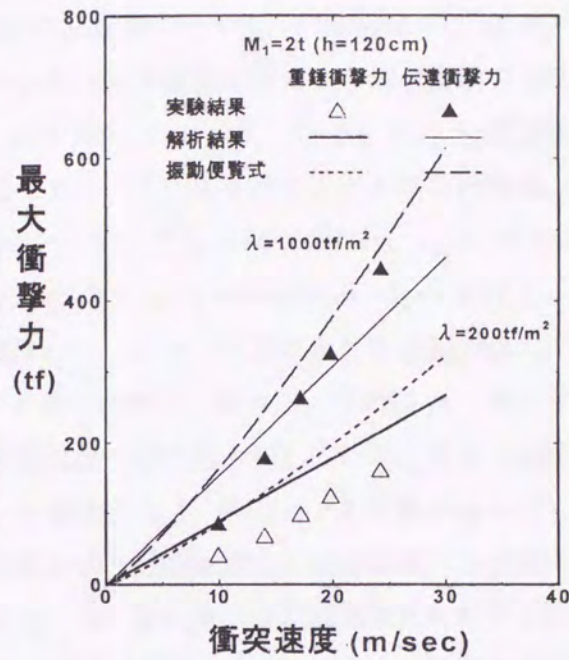
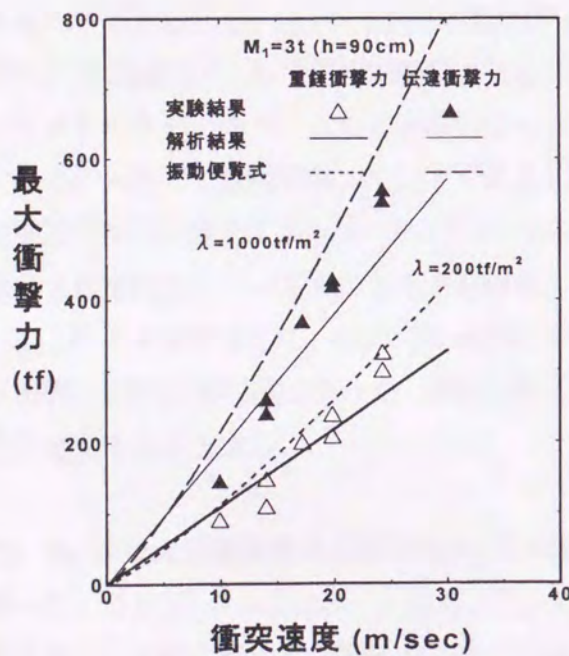
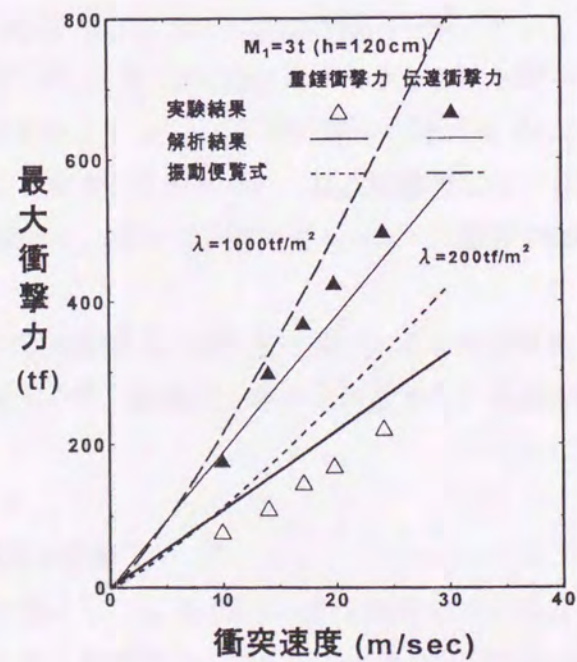


(a) 重錘衝撃力の場合

(b) 伝達衝撃力の場合

図-7.23 衝撃力の時刻歴応答波形



(a)  $h = 90\text{cm}$  の場合(b)  $h = 120\text{cm}$  の場合図-7.24 最大衝撃力と衝突速度との関係 ( $M_1 = 2t$ )(a)  $h = 90\text{cm}$  の場合(b)  $h = 120\text{cm}$  の場合図-7.25 最大衝撃力と衝突速度との関係 ( $M_1 = 3t$ )



## (b) 三層緩衝構造モデルの場合

## (1) 各パラメータが最大重錘衝撃力に及ぼす影響

図-7. 26 (a) ~ (l) は仮想質量を考慮した場合の五要素モデルで、バネ定数  $k_1, k_2$  および  $h_2=0.1, 0.5, 1.0$  を変化させて  $h_1=h_1'/n$  とおいた場合の重錘衝撃力に対する伝達衝撃力と減衰定数  $h_1'$  との関係を示している。なお、上述した  $n$  は 0.5, 1, 2, 5, 10 とした。三層緩衝構造の実験結果は重錘衝撃力に対する伝達衝撃力が約 0.5 倍であることとこの場合の衝撃力は Voigt モデルが支配的であることから、本節では (a) ~ (c) 図では  $k_1=1500\text{tf/m}$ ,  $k_2=1000\text{tf/m}$ , (d) ~ (f) 図では  $k_1=1500\text{tf/m}$ ,  $k_2=1500\text{tf/m}$ , (g) ~ (i) 図では  $k_1=2000\text{tf/m}$ ,  $k_2=1000\text{tf/m}$  (j) ~ (l) 図では  $k_1=2000\text{tf/m}$ ,  $k_2=1500\text{tf/m}$  として検討した。(a) ~ (c) 図における重錘衝撃力に対する伝達衝撃力はいずれの  $h_1$  でも  $h_1'$  が小さいところでは急激に減少し、その後  $h_1'$  が大きくなっても  $h_1=h_1'/2$ ,  $h_1=h_1'/5$ ,  $h_1=h_1'/10$  の場合でほぼ一定の値を示している。また、重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は  $h_1=2h_1'$  および  $h_1=h_1'$  の場合では  $h_1'=0.1 \sim 0.3$  で最小値を示しその後緩やかに増加していることがわかる。実験結果における重錘衝撃力と伝達衝撃力との関係を敷砂緩衝材で求めた各定数の決定方法と同様に行うと、(c) 図における重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は  $h_1=h_1'/2$  の場合が実験結果に符合しているものと考えられる。(d) ~ (f) 図の場合でも (a) ~ (c) 図の場合と同様な傾向を示しているものの、この場合における重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は全体として (a) ~ (c) 図の場合に比べてやや大きめの値を示している。このことは  $k_2$  が大きくなると比例して伝達衝撃力が大きくなることによるものと考えられる。重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は  $h_2=1$  で  $h_1=h_1'/2$  および  $h_1=h_1'/5$  の場合が実験結果とほぼ符合しているものと考えられる。(g) ~ (l) 図の場合は (a) ~ (f) 図の場合とほぼ同様な傾向を示しているものの、重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は全体として (a) ~ (f) 図の場合よりやや小さめの値を示していることがわかる。このことは (a) ~ (f) 図の場合より (g) ~ (l) 図の場合の方が  $k_1$  が大きくなると比例して重錘衝撃力も大きくなることによるものと考えられる。重錘衝撃力に対する伝達衝撃力は (i) 図では  $h_1=h_1'$  および  $h_1=h_1'/2$  の場合で、また (k) 図では  $h_1=h_1'$  の場合で実験結果とほぼ符合しているものと考えられる。

以上のことを踏まえて、次に (2) ~ (4) では最大重錘衝撃力、貫入量と落下高さとの関係および衝撃力の時刻歴応答について、解析結果と実験結果とを比較検討し各バネ定数および減衰定数を決定することとする。

(2)  $h_2$  が最大重錘衝撃力と落下高さとの関係に及ぼす影響

図-7. 27 (a) ~ (d) は各バネ定数、 $h_1, h_1'$  を一定とし、 $h_2$  を 0.2 ~ 1.0 と変化させた場合の落下高さに対する最大重錘衝撃力を示している。なお、本節は (a) 図の場合では  $k_1=1500\text{tf/m}$ ,  $k_2=1000\text{tf/m}$   $h_1=0.4$ ,  $h_1'=0.4$ , (b) 図の場合では  $k_1=1500\text{tf/m}$ ,  $k_2=1500\text{tf/m}$   $h_1=0.2$ ,



$h_1' = 1.0$ , (c) 図の場合では  $k_1 = 2000 \text{ tf/m}$ ,  $k_2 = 1000 \text{ tf/m}$   $h_1 = 0.12$ ,  $h_1' = 0.6$ , (d) 図の場合では  $k_1 = 2000 \text{ tf/m}$ ,  $k_2 = 1500 \text{ tf/m}$   $h_1 = 0.4$ ,  $h_1' = 0.4$  として計算を行った. (a) 図における解析結果は  $h_2$  が変化してもほぼ同値を示し, またこれらは実験結果をほぼ近似していることがわかる. このことは (b) ~ (d) 図においても同様なことが言え, 重錘衝撃力はいずれの場合も  $h_2$  の影響を受けていないことがわかる.

### (3) $h_2$ が貫入量と落下高さとの関係に及ぼす影響

図-7. 28 (a) ~ (d) は貫入量と落下高さとの関係における解析結果および実験結果を示している. なお, 本節でも前述した各パラメータの値と同値である. 貫入量と落下高さとの関係における解析結果は,  $h_2$  が大きくなるに従い, 貫入量は小さくなっていることから,  $h_2$  は貫入量に影響を及ぼしていることがわかる. また, 解析結果は, (a) 図では  $h_2 = 1.0$  の場合, (b) 図では  $h_2 = 0.6 \sim 0.8$ , (c) 図では  $h_2 = 0.8 \sim 1.0$ , (d) 図では  $h_2 = 0.8 \sim 1.0$  の場合が実験値と良く符合しているものと考えられる.

### (4) 衝撃力の時刻歴応答

前述で検討した結果を踏まえて, 次に重錘衝撃力および伝達衝撃力の衝撃力の時刻歴応答について検討することとする. 図-7. 29 (a), (b) は落下高さ  $H = 10 \sim 30 \text{ m}$  の場合で, case-1, 2, 3, 4 (表-7. 2) の解析結果と実験結果における両衝撃力の時刻歴応答を示している. なお, 実験結果は前述した三層緩衝構造のデータを用いている. (a) における実験結果は  $t_{\max} = 13 \text{ msec}$  で最大値  $138 \text{ tf}$  に達した後, 時間約  $t = 35 \text{ msec}$  あたりで第2ピーク点が現われ  $t_d = 70 \text{ msec}$  (載荷継続時間) で零レベルに戻り, その後ほぼ過減衰状態を示している.  $H = 20, 30 \text{ m}$  の場合では, 最大衝撃力に達する時間がいずれも約  $t_{\max} = 8 \text{ msec}$  となり, その最大値は各落下高さに対してそれぞれ約  $225, 344 \text{ tf}$  となっている. それに対して, 解析結果は case-1 の場合では  $H = 10 \sim 30 \text{ m}$  における最大値に達する時間  $t_{\max} = 10 \text{ msec}$  で最大値が約  $170, 240, 290 \text{ tf}$  となり, また各落下高さに対する載荷継続時間はいずれも  $t_d = 100 \text{ msec}$  となっている. case-2 の場合では  $H = 10 \sim 30 \text{ m}$  における最大値に達する時間  $t_{\max} = 14 \text{ msec}$  で最大値が約  $170, 240, 295 \text{ tf}$  となり, また載荷継続時間はいずれも  $t_d = 42 \text{ msec}$  となっている. case-3 の場合では  $H = 10 \sim 30 \text{ m}$  における最大値に達する時間  $t_{\max} = 12 \text{ msec}$  で最大値が約  $190, 270, 320 \text{ tf}$  となり, また載荷継続時間はいずれも  $t_d = 36 \text{ msec}$  となっている. case-4 の場合では  $H = 10 \sim 30 \text{ m}$  における最大値に達する時間  $t_{\max} = 8 \text{ msec}$  で最大値が約  $190, 270, 330 \text{ tf}$  となり, また各落下高さに対する載荷継続時間はいずれも  $t_d = 110 \text{ msec}$  となっている.

一方, (b) 図の伝達衝撃力における実験結果では, 最大衝撃力および最大衝撃力に達する時間が重錘衝撃力の第2ピーク点に達する時間とほぼ一致している. その最大値は各落下高さに対し



てそれぞれ 118, 146, 156tf となり, 載荷継続時間は  $t_d=80\text{msec}$  前後となっている. 解析結果と実験結果と比較すると, case-1 の場合では  $H=10 \sim 30\text{m}$ における最大値に達する時間  $t_{\max}=45\text{msec}$  で最大値が約 100, 150, 180tf となり, また各落下高さに対する載荷継続時間はいずれも  $t_d=97\text{msec}$  となっている. case-2 の場合では  $H=10 \sim 30\text{m}$ における最大値に達する時間  $t_{\max}=49\text{msec}$  で最大値が約 90, 130, 160tf となり, また載荷継続時間はいずれも  $t_d=110\text{msec}$  となっている. case-3 の場合では  $H=10 \sim 30\text{m}$ における最大値に達する時間  $t_{\max}=53\text{msec}$  で最大値が約 80, 120, 140tf となり, また載荷継続時間はいずれも  $t_d=130\text{msec}$  となっている. case-4 の場合では  $H=10 \sim 30\text{m}$ における最大値に達する時間  $t_{\max}=47\text{msec}$  で最大値が約 90, 130, 160tf となり, また各落下高さに対する載荷継続時間はいずれも  $t_d=110\text{msec}$  となっている. これより, 三層緩衝構造体の時刻歴応答波形における両結果は若干時間的な応答差がみられるものの, case-4 における解析結果が他のケースの場合に比べて三層緩衝構造の衝撃力の時刻歴応答における実験結果を概ね近似できるものと考えられる.

以上より, 最大重錘衝撃力と落下高さとの関係, 貫入量と落下高さとの関係および重錘および伝達衝撃力の時刻歴応答波形から, 総合的に実験結果を満足するようなバネ定数, 減衰定数を決定すると, バネ定数および減衰定数は case-4 の場合で即ち  $k_1=2000\text{tf/m}$ ,  $k_2=1500\text{tf/m}$ ,  $h_1=0.4$ ,  $h_1'=0.4$  および  $h_2=0.8$  の場合が妥当であるものと考えられる.

表-7.2 4 ケースにおける減衰バネ定数 (三層構造の場合)

|        |   |
|--------|---|
| case-1 | $k_1=1500, k_2=1000, h_1=0.4, h_1'=0.4, h_2=1.0$  |
| case-2 | $k_1=1500, k_2=1500, h_1=0.2, h_1'=1.0, h_2=0.6$  |
| case-3 | $k_1=2000, k_2=1000, h_1=0.12, h_1'=0.6, h_2=0.8$ |
| case-4 | $k_1=2000, k_2=1500, h_1=0.4, h_1'=0.4, h_2=0.8$  |

表中の  $k_1, k_2$  の単位は  $\text{tf/m}$  である.



## (5) 最大衝撃力と落下高さとの関係

図-7. 30(a)～(c)は重錘質量  $M_1=2, 3, 5t$  における落下高さに対する最大重錘衝撃力および最大伝達衝撃力を示している。なお、実験に用いられている三層緩衝構造の寸法は床版厚  $h_c=20cm$  の場合では EPS 厚  $h_e=50$ 、床版厚  $h_c=30cm$  の場合では EPS 厚  $h_e=75cm$  の2種類である。それに対して、本解析では(4)決定したパラメータ(case-4)を、前述した実験データに相当する仮想質量  $M_2$  を計算するとそれぞれ  $8.79, 12.87t$  となり、これらを用いて各応答計算した。

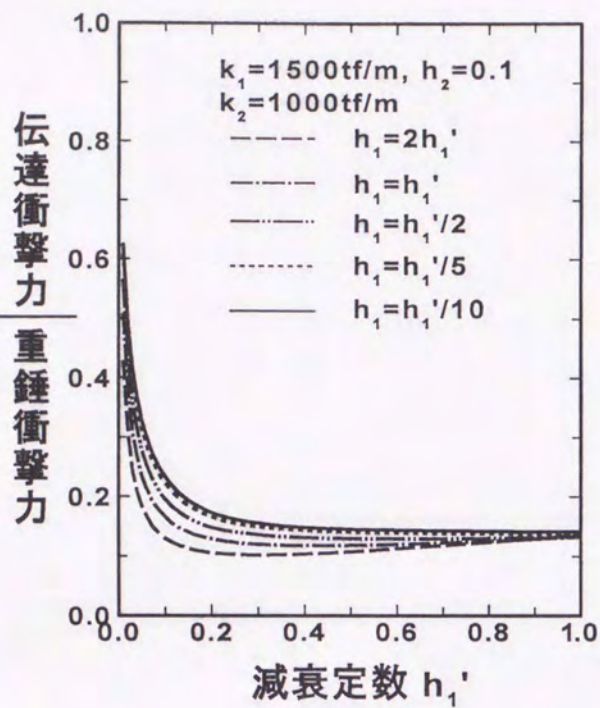
(a)図は三層緩衝構造が  $M_1=2t$ 、 $h_c=20cm$ 、 $h_e=50cm$  の場合である。重錘衝撃力の場合では解析結果の方が各落下高さに対して実験結果よりも大きめな応答値を示しており、伝達衝撃力の場合では逆に実験結果より小さめな応答値を示している。解析結果では最大伝達衝撃力と最大重錘衝撃力との比が約半分となっているが、実験結果では重錘質量が比較的軽いために緩衝材の緩衝性能を十分発揮せずに両衝撃力にはそれ程の大きな応答差が現われなかったものと考えられる。

(b)図は  $M_1=3t$ 、 $h_c=20cm$ 、 $h_e=50$  の場合である。解析結果と実験結果を比較すると、実験結果は各落下高さに対して多少のばらつきがあるものの、最大重錘および伝達衝撃力ともに解析結果にほぼ一致している。

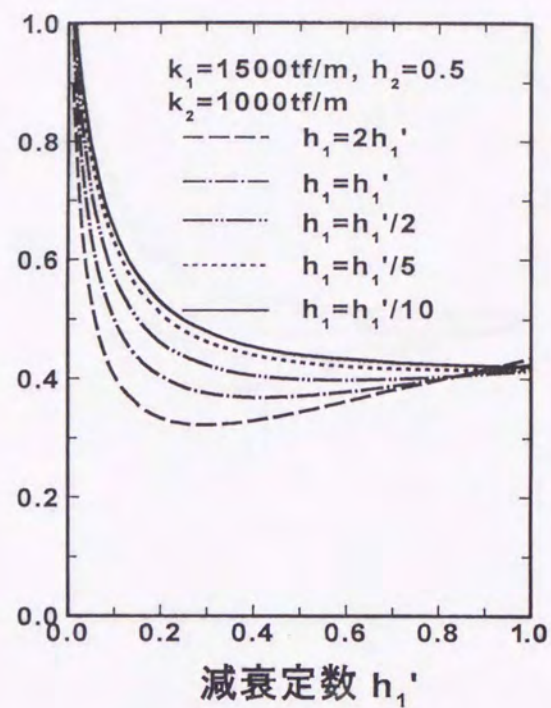
(c) 図は  $M_1=5t$ 、 $h_c=30cm$ 、 $h_e=75cm$  の場合である。重錘衝撃力の解析結果は実験結果と比較すると  $H \leq 30m$  で、伝達衝撃力の場合は各落下高さに対して実験結果にほぼ一致していることがわかる。しかし、解析結果における伝達衝撃力は落下高さが高くなるにつれて徐々に増加している。一方、 $H > 30m$  の場合の実験結果では落下高さが高くなっても解析結果程増加していないようである。

以上のことから、本解析結果は三層緩衝構造の緩衝効果が荷重分散効果やエネルギー吸収性能が十分期待できる場合の実験結果に良く近似していることがわかる。従って、本解析モデルは三層緩衝構造の衝撃力の評価が可能であるものと考えられる。

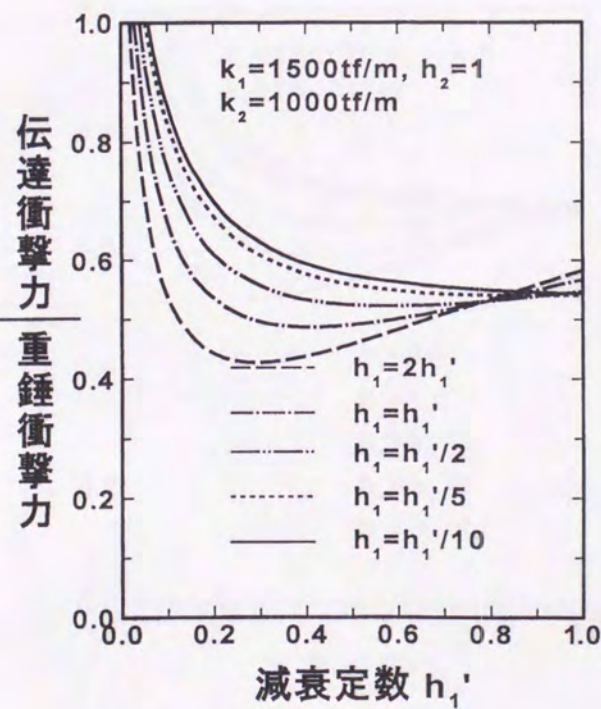




(a)



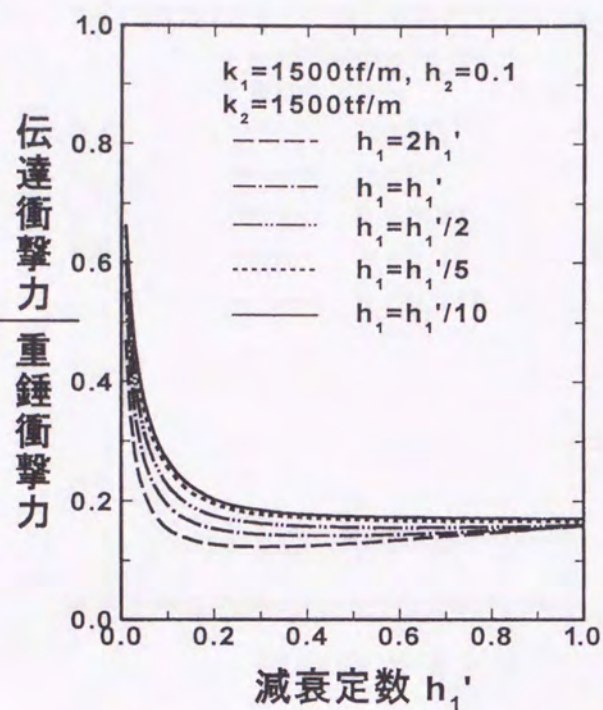
(b)



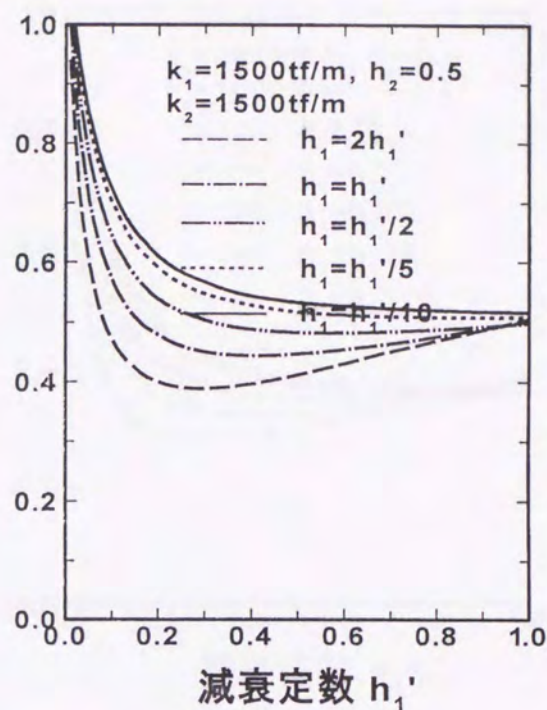
(c)

図-7.26 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合の  
伝達衝撃力と減衰定数との関係 (三要素- $M_2$ -Maxwell Model)

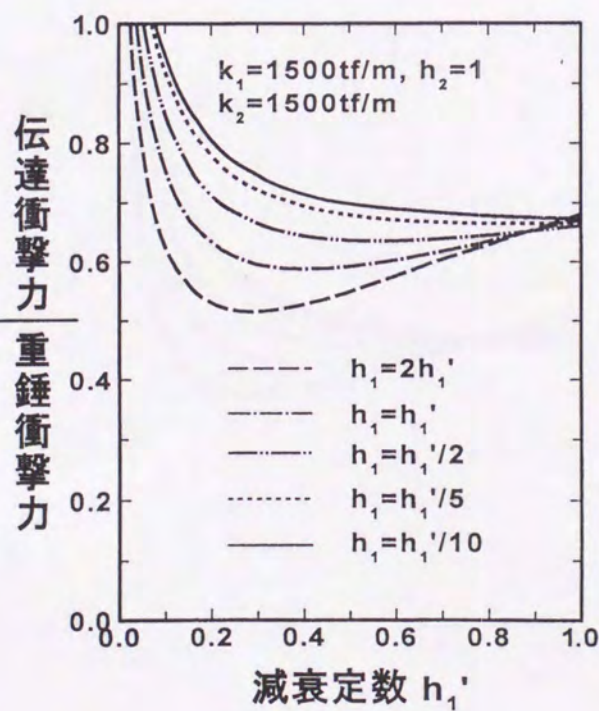




(d)



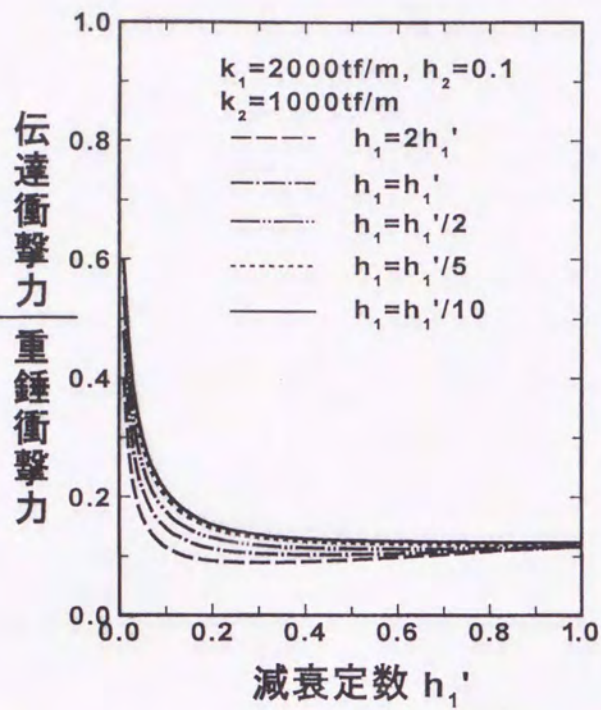
(e)



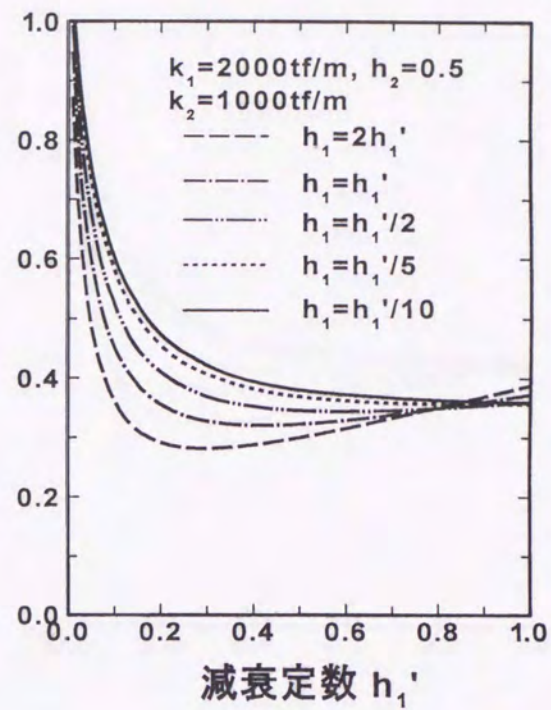
(f)

図-7.26 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合の  
伝達衝撃力と減衰定数との関係 (三要素- $M_2$ -Maxwell Model)

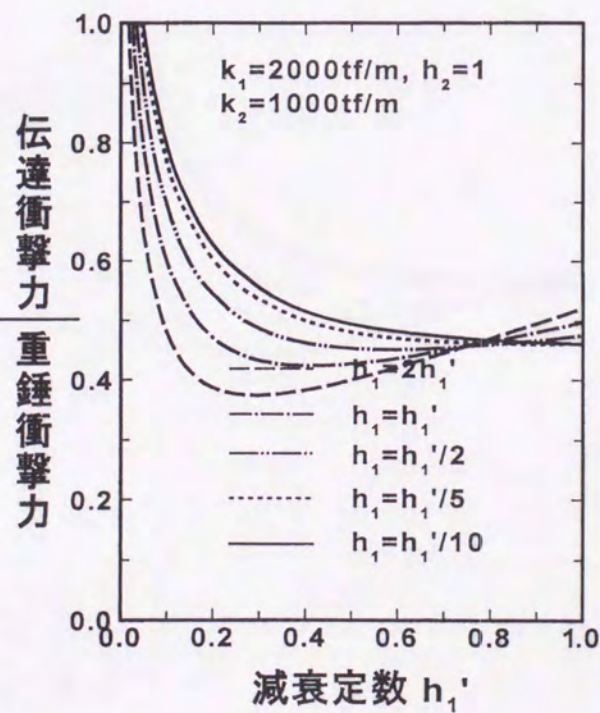




(g)



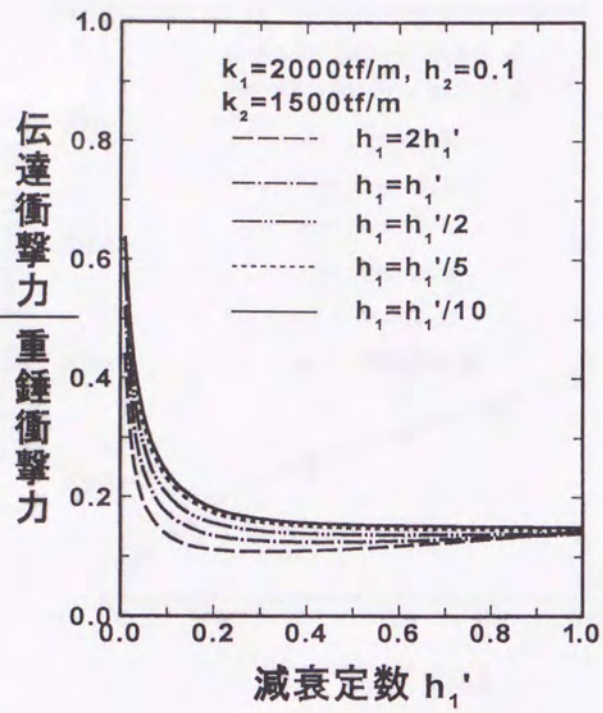
(h)



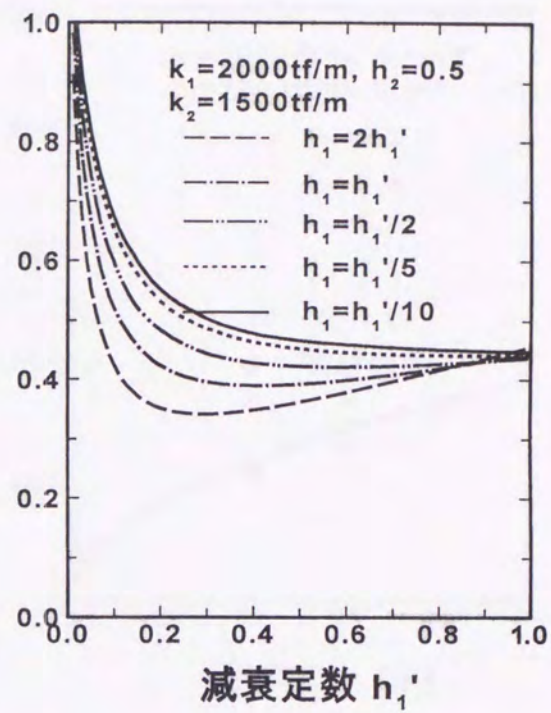
(i)

図-7.26 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合の  
 伝達衝撃力と減衰定数との関係 (三要素- $M_2$ -Maxwell Model)

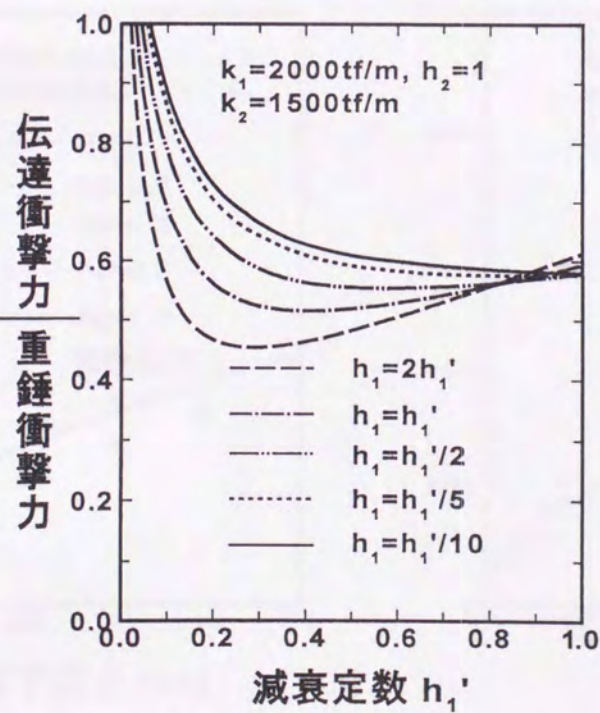




(j)



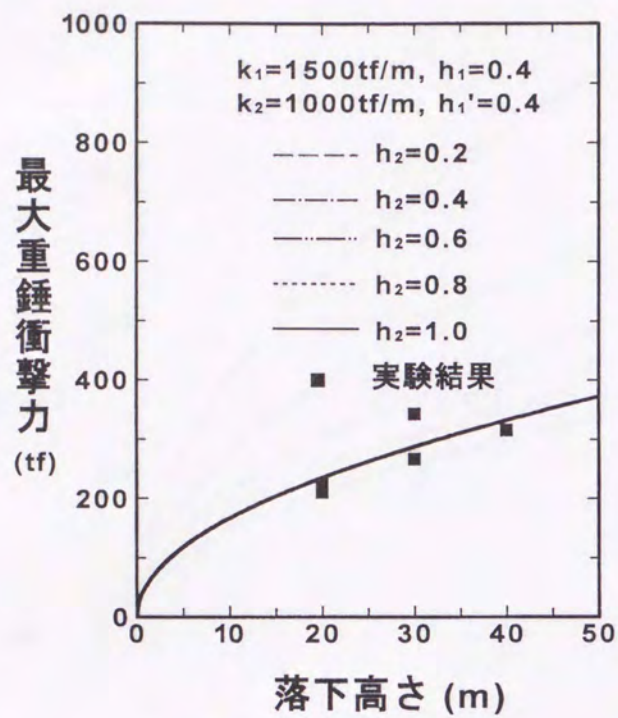
(k)



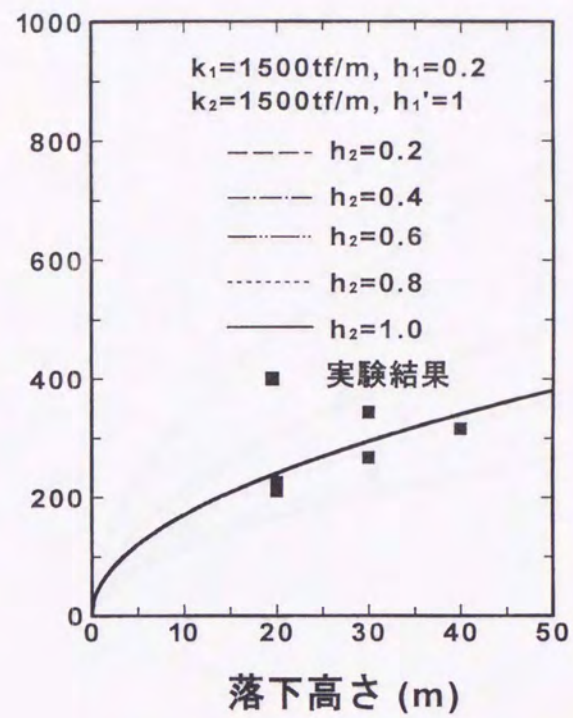
(l)

図-7.26 仮想質量を考慮した五要素モデルの場合の  
伝達衝撃力と減衰定数との関係 (三要素- $M_2$ -Maxwell Model)

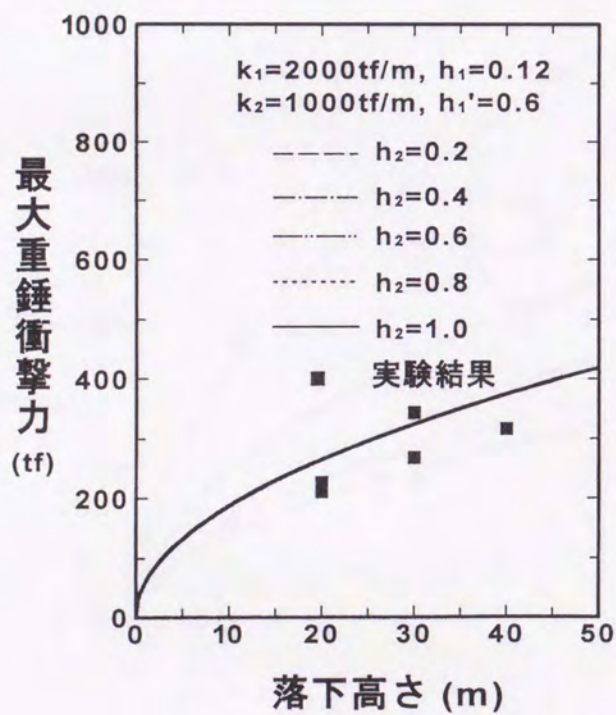




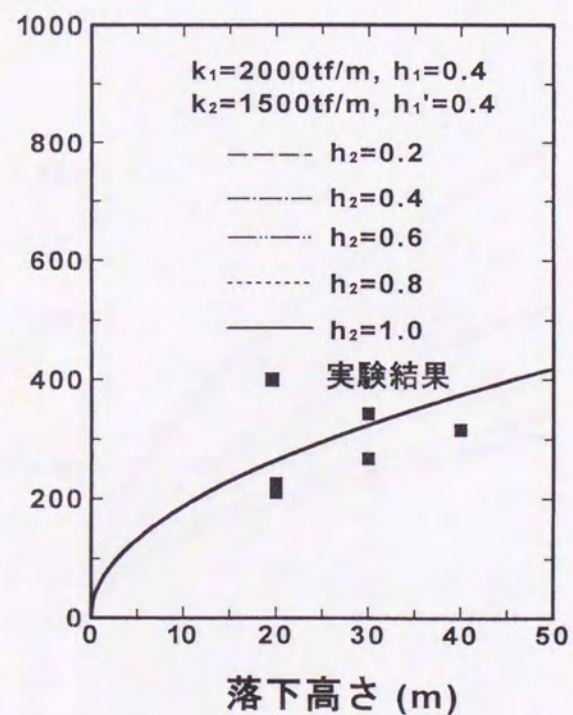
(a)



(b)



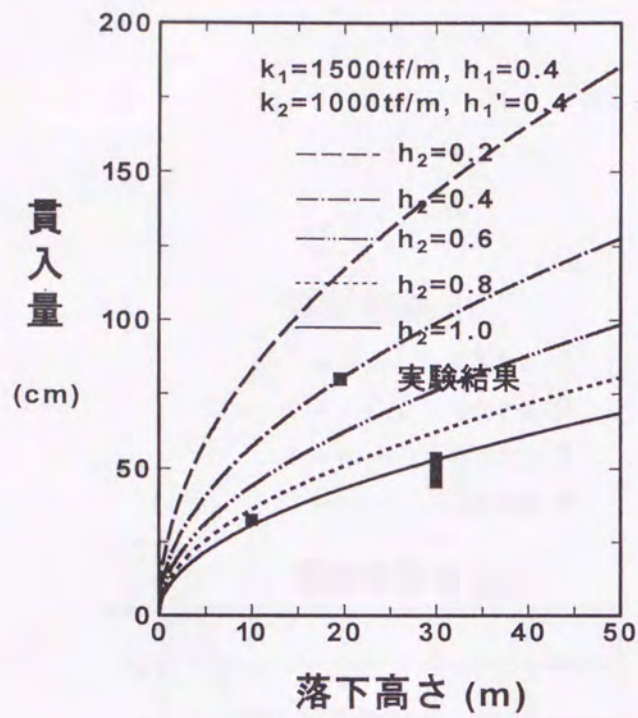
(c)



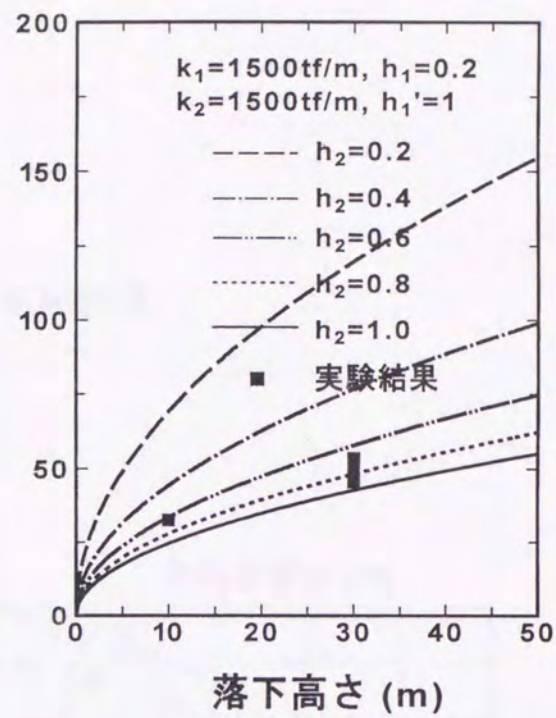
(d)

図-7.27 最大重錘衝撃力と落下高さとの関係

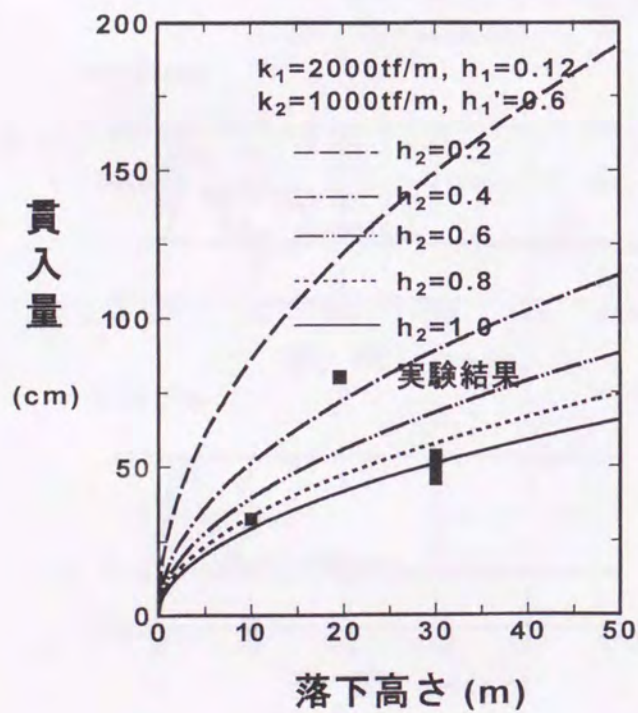




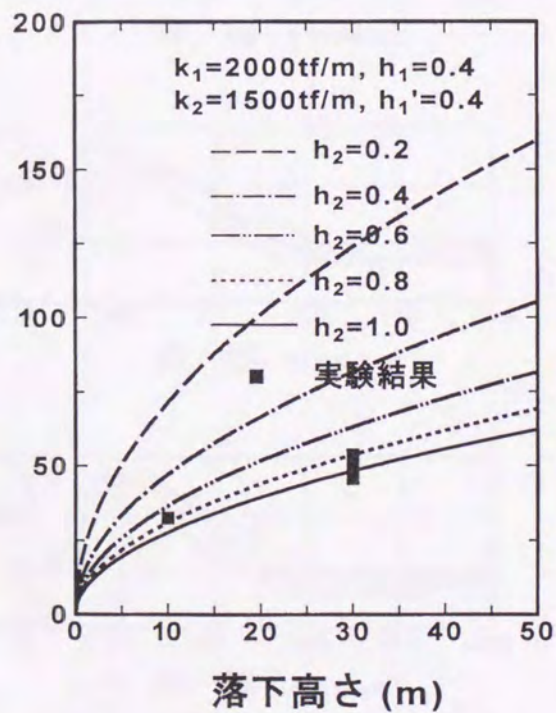
(a)



(b)



(c)



(d)

図-7.28 貫入量と落下高さとの関係



解析結果

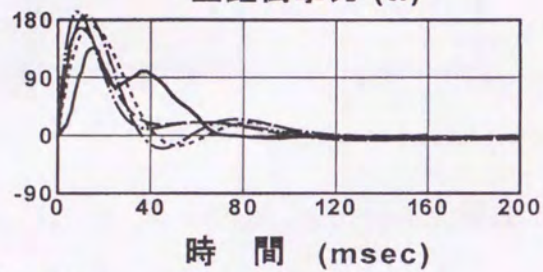
----- case-1  
 ..... case-2  
 -.-.-.- case-3  
 ..... case-4

実験結果

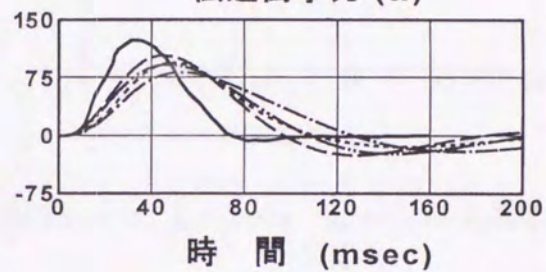
————

H=10m

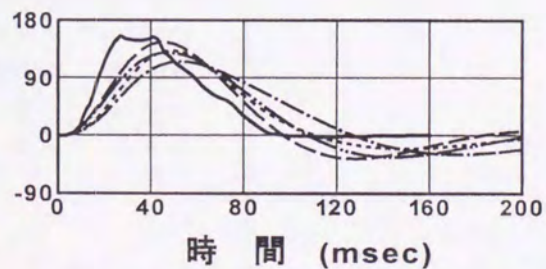
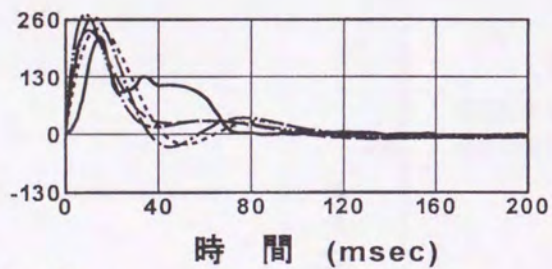
重錘衝撃力 (tf)



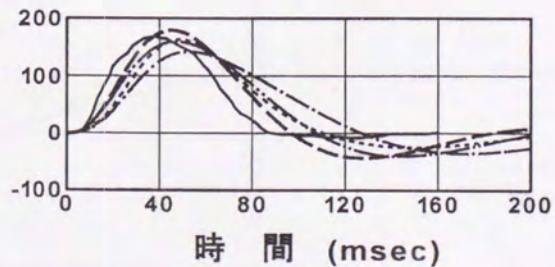
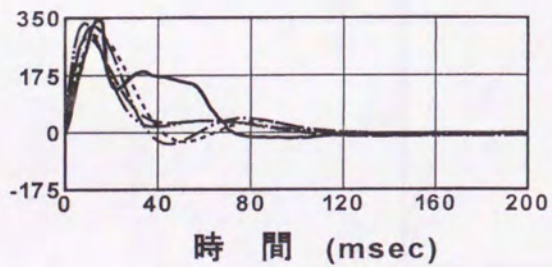
伝達衝撃力 (tf)



H=20m



H=30m



(a) 重錘衝撃力の場合

(b) 伝達衝撃力の場合

図-7.29 衝撃力の時刻歴応答波形



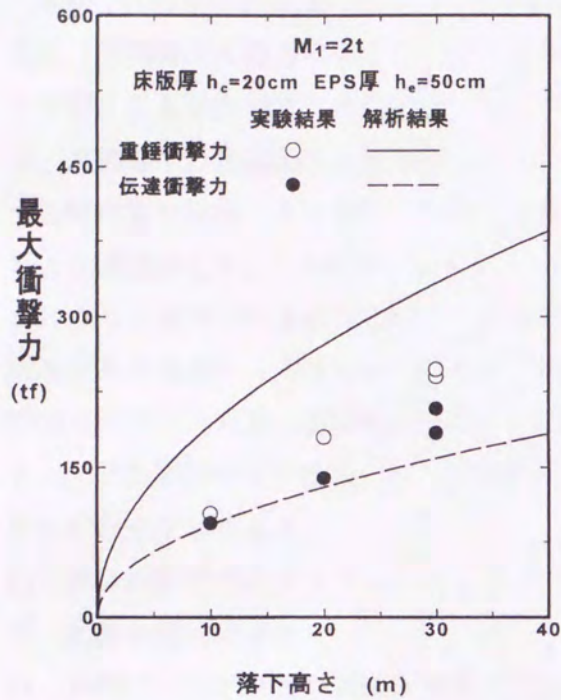
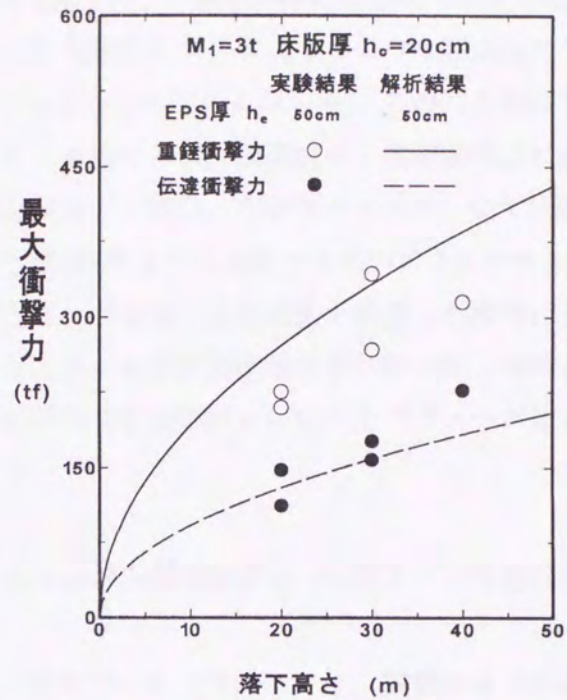
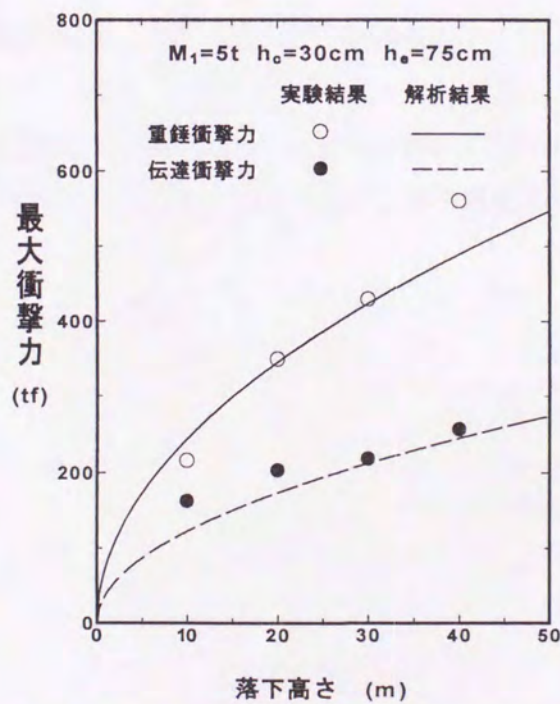

(a)  $M_1 = 2t$ ,  $h_c = 20\text{cm}$ ,  $h_e = 50\text{cm}$  の場合

(b)  $M_1 = 3t$ ,  $h_c = 20\text{cm}$ ,  $h_e = 50\text{cm}$  の場合

(c)  $M_1 = 5t$ ,  $h_c = 30\text{cm}$ ,  $h_e = 75\text{cm}$  の場合

図-7.30 最大衝撃力と落下高さとの関係



## 7.5 結 論

本章では緩衝材が設置されている耐衝撃構造物を想定した。重錘が緩衝材上に落下する場合、重錘は緩衝材内に貫入することによって緩衝材には永久変位が生じる。このような物理現象を表現可能とするレオロジーモデルは Maxwell 体系であることを明かに示した。このことを踏まえて、本理論では重錘落下衝撃実験をシミュレートするために、敷砂緩衝材や三層緩衝構造に対して仮想質量を考慮しない場合と考慮した場合の Maxwell, 三要素, 四要素モデルについて実験結果と比較検討した。その結果、これらのモデルでは実験結果を十分満足できないことがわかった。これより、本章では敷砂緩衝材や三層緩衝構造に対して 2 種類の仮想質量を考慮した場合の五要素モデルを提案し、このモデルの妥当性を検討するために実証実験結果とを比較検討し衝撃力の評価を試みた。なお、各緩衝材の厚さが変化した場合でも各緩衝材に対応したパラメータを一定とし、仮想質量のみを変化させて数値解析を行った。

その結果をまとめると、

- 1) Maxwell 体系のダッシュポット要素は重錘が砂および三層緩衝構造への貫入する物理現象を簡易に表現できた。
- 2) 本解析に用いた仮想質量を考慮した場合の五要素モデルのパラメータは、重錘および伝達衝撃力と落下高さ、重錘が各緩衝材へ最終的に貫入する量と落下高さとの関係、衝撃力の時刻歴応答について実験結果と比較して求めた。それらの結果を以下に示す。
  - i) 敷砂緩衝材の場合  
 $k_1=1000\text{tf/m}$ ,  $k_2=3000\text{tf/m}$ ,  $h_1=0.8$ ,  $h_2=0.8$ ,  $h_2'=0.4$
  - ii) 三層緩衝構造の場合  
 $k_1=2000\text{tf/m}$ ,  $k_2=1500\text{tf/m}$ ,  $h_1=0.4$ ,  $h_1'=0.4$ ,  $h_2=0.8$
- 3) 本解析は 2) で示されたパラメータを用いることによって精度良く衝撃力を評価できることを明らかにした。



## 第8章 総括

本論文は、原子力施設や落石覆工等の衝撃的な外力を受けコンクリート構造物を対象とし衝撃力を受ける構造部材の衝撃的挙動を理論的、実験的に検討し、その耐衝撃特性を明らかにすることにより、合理的な耐衝撃設計法を確立するための一資料を提供することを目的としたものである。

第1章は、研究の目的、既往の研究および研究の概要について述べている。

第2章では、平底重錘を四辺単純支持矩形床版上に落下させた場合について、古典板理論および Mindlin 板理論を用いて理論解析し重錘衝撃力に及ぼす床版厚の影響を検討した。さらに、本解析では求めた重錘衝撃力を床版に作用させて解析し主に衝撃力、たわみ、曲げ歪、せん断力および全支持反力の衝撃挙動についても両理論を比較しながら検討し、古典板理論の適用限界を明らかにした。

第3章では、複鉄筋断面 RC 床版の耐衝撃性について検討した。ここでは、主に弾性から弾塑性初期の領域の挙動を調べることを目的として、衝突速度最大  $4\text{m/sec}$  に限定し、衝撃力算定のために重錘加速度と、鉄筋に貼付した歪ゲージにより歪波形を測定することによって、その衝撃特性を実験的に検討した。また、四辺単純支持された矩形版の弾性衝撃応答解析を行い実験結果と比較検討した。

その結果、衝突速度  $V=1\text{m/sec}$  の場合、RC 床版はほぼ弾性状態を保持しているために解析結果とはほぼ等しい弾性的挙動を示すこと、衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  の場合では弾塑性初期状態となるために解析結果とはそれ程近似された挙動とはならないことが明らかにした。

第4章では、貫通や裏面剥離が発生しない弾性状態から塑性状態に移行するような領域における PC 部材の動特性を検討した。実験は主に弾性領域から塑性初期の領域に限定するために最大衝突速度を  $4\text{m/sec}$  とした。

その結果、衝突速度  $V=1\text{m/sec}$  の場合ではほぼ弾性的な衝撃挙動を示した。一方、衝突速度  $V=4\text{m/sec}$  の場合では、弾塑性初期の衝撃挙動を示しているものの PC 床版ではプレストレスが有効に作用しているために未だ弾性状態に近い挙動を示していることが明らかになった。

第5章では、衝撃荷重載荷によるコンクリート床版の弾塑性状態から破壊に至る性状を明らかにするために、 $150\text{cm} \times 150\text{cm} \times 7\text{cm}$  の単鉄筋 RC 床版を用いた衝撃実験を行い、鉄筋の種類、コンクリート強度、鉄筋比を変化させた場合の RC 床版の変位分布、歪の時刻歴応答、スパン方向の鉄筋歪分布、床版表裏面のひび割れ性状、最大衝撃力について検討している。

その結果、高強度コンクリートで付着強度が大きくかつ鉄筋比が 1% の場合が、破壊時の損傷がかなり少ないことが明らかになった。



第6章では、緩衝材を介して衝撃荷重を受ける鉄筋コンクリート床版の衝撃力や応答性状を解明することを目的として、ゴム版を設置し重錘落下衝撃実験を行った。実験における緩衝材のゴム特性を評価して求めた衝撃力および緩衝材を無視して Hertz の弾性接触論より求めた衝撃力と実験結果とを比較検討した。また、実験結果より衝撃力を仮定して無限体に等分布荷重として作用させた場合の衝撃曲げモーメントを求め、この解析結果と実験結果とを比較し解析手法の適用性についても検討を行った。

その結果、本解析結果は落下高さ  $0.4m$  以下の実験結果とほぼ近似された挙動を示すことから、本解析手法はほぼ弾性領域以内で適用可能であることが明らかになった。

第7章では、まず衝撃荷重を受ける構造物上の緩衝材特性を評価するためには、バネとダッシュポットから成る簡単な Maxwell 体系が妥当であることを明らかにした。これを踏まえて、敷砂緩衝材および三層緩衝構造のレオロジーモデルとして、粘弾性体の減衰バネ系に仮想質量を考慮した場合の五要素減衰バネモデル (Maxwell 体系) を提案した。また、本章では提案したモデルの妥当性を検討するために数値解析を行い衝撃実験結果と比較検討した。

その結果、バネ定数や減衰定数を各緩衝材の実験結果における重錘の最終貫入量と落下高さとの関係から決定した。2種類の提案された緩衝材モデルは各実験結果を概ねシミュレートしていることから、本モデルの有効性が明らかになった。

以上より、本論文では RC 床版を想定した場合の重錘落下衝撃力を受ける四辺単純支持された矩形床版の弾性衝撃挙動について主に重錘衝撃力と全支持反力について理論的に明らかにすることができた。重錘落下衝撃荷重を受ける RC および PC 床版の耐衝撃挙動を実験的に明らかにすることができた。さらに、緩衝材を設けた場合についても実験をモデル化して理論的に衝撃応答特性やその緩衝材の緩衝特性について検討した結果、本解析モデルは緩衝材の緩衝性能がある場合では十分適用できることを明らかにすることができた。



## 謝 辞

本論文は、過去15年間にわたった研究成果を取りまとめたものであります。本研究の遂行に当たり、室蘭工業大学建設システム工学科 松岡健一教授ならびに岸徳光教授に終始適切なるご指導とご教示頂ましたことに対して、ここに深く感謝の意を表す次第であります。

本論文の作成に当たり、室蘭工業大学建設システム工学科 尾崎 昶教授、室蘭工業大学建設システム工学科 荒井康幸教授、室蘭工業大学機械システム工学科 臺丸谷政志教授に多くのご指導を頂いたことに対して、ここに深く感謝の意を表す次第であります。

また、能町純雄北海道大学名誉教授には本論文の作成に対してのみならず永年にわたり多くの研究に対しても熱心なご指導を頂き、ここに感謝の意を表す次第であります。

さらに、本研究の実験データに関しては実験当時の室蘭工業大学建設システム工学科構造力学研究室ならびに北海道開発局開発土木研究所構造工学研究室より資料を快く提供して頂いたことに対して、ここに感謝の意を表す次第であります。

最後に、本論文作成に当たり家族に対しても心の支えとなったことに対して深く感謝するものであります。



## 参 考 文 献

- 1) MINDLIN,R.D.:Influence of Rotatory Inertia and Shear on Flexural Motions of Isotropic Elastic Plates,ASME, PP.31~38,1951.
- 2) 大沼博志:コンクリート構造物の高温クリープと衝撃応答特性に関する研究, 北海道大学学位論文, 1984.
- 3) 岩崎正二:衝撃荷重を受ける平板の動的応答解析, 岩手大学工学部研究報告, Vol.37, pp.127~138, 1984.
- 4) Thubota,H.,Yamada,T.: Nonlinear Analysis by Duhamel Integral of Reinforced Concrete Slabs Subjected to Impact Loadings, T.A.M., pp.363~371, 1985.
- 5) Phillips,H.Calvit,H.H.:Impact of a Rigid Sphere on a Viscoelastic Plate, Journal of Applied Mechanics, pp.873~878, 1967.
- 6) Reismann,H.: Elastic Plates-Theory and Application, Wiley, 1988.
- 7) Reismann,H.: Forced Motion of Elastic Plates, Transaction of ASME, pp.510~515, 1968.
- 8) Chandrasekaran,K.,Kunukkasseril,V.X.: Forced Axisymmetric Response of Circular Plates, Journal of Sound and Vibration, pp.407~417, 1976.
- 9) Cairns, D.S., Lagace, P.A.: Thick Composite Plates Subjected to Lateral Loading, J. of applied Mechanics, Vol.54, pp.611~616, 1987.9.
- 10) 芳村仁, 三上隆, 運上茂樹, 若林学:ロックシェッドに作用する落石の衝撃力, 土木学会北海道支部論文報告集, pp.103~108, 1985.2.
- 11) Abdel-Rohman,M.,Sawan,I.:Impact Effect on R.C. Slabs Analytical Approach, A.S.C.E, ST, pp.1590~1601, 1985.7.
- 12) 小林治俊, 園田恵一郎, 石丸和宏:鋼・コンクリート合成円盤の弾性衝撃応答解析, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.1497~1504, 1992.3.
- 13) 小林治俊, 奥田東吾, 園田恵一郎:衝撃荷重を受ける単純支持はりの応力波伝播解析, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.1505~1514, 1992.3.
- 14) 岸徳光, 松岡健一, 能町純雄, 天沼宇雄:リング要素を用いた厚肉円板の衝撃応答解析, 土木学会北海道支部論文報告集第45号, pp.193~198, 1989.2.
- 15) 奥田洋一, 室谷耕輔, 小林治俊, 園田恵一郎:弾性体の衝撃問題に対する有限要素解の一検討, 第52回年次学術講演会講演概要集第1部(B), pp.376-377, 1997.
- 16) 土木学会:構造物の衝撃挙動と設計法, pp.114 ~ 117, 1994.
- 17) 菅田紀之, 岸徳光:衝撃荷重載荷による矩形梁の動的応答倍率, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.1501~1511, 1993.3.



- 18) 菅田紀之：RC 覆工の耐衝撃設計に関する研究，室蘭工業大学学位論文，1994.
- 19) Ohnuma, H. , Ito, C. and Nomachi, S. G. : Dynamic Response and Local Rupture of Reinforced Concrete Beams and Slabs under Impact Loading, Trans. 8th SMIRT , Vol. J, Aug. , 1985.
- 20) 三上 浩，岸 徳光，松岡健一，能町純雄：組紐状AFRP ロッドを用いたコンクリートスラブの重錘落下衝撃挙動，構造工学論文集，Vol. 37A, pp.1591~1602, 1991.2.
- 21) 三上 浩，加藤正利，田村富雄，岸 徳光：組紐状AFRP ロッドを用いたコンクリートスラブの衝撃特性に関する実験的研究，コンクリート工学年次論文報告集， Vol.14, No.2, pp.661~666, 1992.
- 22) 田村富雄，三上 浩，岸 徳光，松岡健一：鉄筋および AFRP ロッドで補強した RC スラブの耐衝撃挙動に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol. 39A, pp.1631~1644, 1993.3.
- 23) 三上敬司，三上 浩，松岡健一，能町純雄：重錘落下衝撃を受ける単鉄筋 RC 床板の耐衝撃挙動に関する実験的研究，構造工学論文集，Vol. 40A, pp.1619~1630, 1994.3.
- 24) 岸 徳光，松岡健一，大沼博志，能町純雄：四辺単純支持 RC 矩形板の重錘落下衝撃実験，構造工学論文集，Vol. 38A, pp.1587~1596, 1992.3.
- 25) Ito, C. , Ohnuma, H. Shirai, K. and Nomachi, S. G. : Impact Behavior of Beams and Slabs , Trans. 9th SMIRT , Vol. J, Aug. , 1987.
- 26) 園田佳巨，小林直行，石川信隆，佐藤紘志：歪速度効果を考慮した PCはり部材の動的曲げ耐力と変形性能，構造工学論文集，Vol.38A, pp.1455~1465, 1992.3.
- 27) 横山功一，大塚久哲，金子学：衝撃荷重を受けるPC・RC桁の破壊時挙動と変位照査法について，構造工学論文集，Vol.38A, pp.1543~1551, 1992.3.
- 28) 田村富雄，三上 浩，岸 徳光，松岡健一：AFRP ロッドを緊張材に用いた PC 梁の衝撃挙動に及ぼす緊張材位置の影響，コンクリート工学年次論文報告集， Vol.15, No.2, pp.929~934, 1993.
- 29) 三上敬司，岸 徳光，松岡健一，能町純雄：四辺単純支持 PC 矩形板の衝撃載荷実験，構造工学論文集，Vol. 39A, pp.1621~1630, 1993.3.
- 30) Ito, C. , Ohnuma, H. Shirai, K. and Nomachi, S. G. : Local Rupture of Reinforced Concrete Slabs due to Collision of Hard Missile, Trans. 10th SMIRT , Vol. J, Aug. , 1989.
- 31) Esashi, Y. , Ohnuma, H. , Ito, C. and Shirai, K. : Experimental Studies on Local Damage of Reinforced Concrete Structures by the Impact of Deformable Missiles, Trans. 10th SMIRT , Vol. J, Aug. , 1989.
- 32) 伊藤千浩，大沼博志，白井孝治，能町純雄：飛来物の衝突に対するコンクリート構造物の設計手法，JCI コロキウム「RC 構造のせん断設計法に関する解析的研究」， pp.227~234, 1989.



- 33) 三上 浩, 岸 徳光, 松岡健一, 田村富雄: 低速度を受ける RC 梁の耐衝撃設計法の一提案, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.1255~1260, 1996.3.
- 34) 岸 徳光, 佐藤昌志, 西 弘明, 三上 浩: 低速度を受ける大型 RC 梁の耐衝撃性に関する実験的研究, コンクリート工学年次論文報告集, Vol.18, No.2, pp.779~784, 1996.
- 35) 佐藤昌志, 岸 徳光, 三上 浩, 松岡健一: 大型 RC 版の耐衝撃特性, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.1499~1506, 1997.3.
- 36) 鋼材倶楽部: 新しい落石覆いの開発に関する研究, 鋼材倶楽部研究報告書, 1973.
- 37) 吉田博, 竹島 忠, 古市進作, 石塚賢吉: ロック・シェード上の落石による衝撃力のに関する実験, 道路, pp.35~41, 1976.10.
- 38) 吉田博, 榎谷浩, 鈴木哲次: 敷砂上の落石の衝撃加速度と衝撃土圧に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第 352 号/III-2, pp.61~70, 1984.12.
- 39) 吉田博, 榎谷浩, 岡 護: 落石覆工上屋根上への落石による衝撃荷重特性について, 土木学会論文集, 第 362 号/I-4, pp.461~470, 1985.10.
- 40) 吉田博, 榎谷浩, 佐藤真, 井原朋美: 落石実験データベースの作成と落石の衝撃力評価, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.571~583, 1987.3.
- 41) 佐々木康, 古賀泰之: 敷砂上の落石の衝撃力に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No.340, pp.127~137, 1983.
- 42) 古賀泰之, 佐々木康: 敷砂上の落石の衝突現象に関する研究, 土木学会論文報告集, No.346/III-1, pp.27~35, 1984.
- 43) 岡田憲治, 小山田欣裕: 覆道の衝撃実験について, 第 21 回北海道開発局技術研究発表会, pp.202~207, 1978.
- 44) 岡田憲治, 竹田俊明: 覆道の衝撃実験について, 第 22 回北海道開発局技術研究発表会, pp.249~255, 1979.
- 45) 岡田憲治, 中松俊裕: 覆道の衝撃実験について, 第 23 回北海道開発局技術研究発表会, pp.112~123, 1980.
- 46) 中野 修, 岸徳光, 松岡健一, 後藤雪夫: 衝撃荷重測定用ロードセルの試作, 土木学会論文集, 第 427 号/VI-17, pp.155~161, 1992.
- 47) 岸 徳光, 中野 修, 松岡健一, 西 弘明: 野外実験による敷砂の緩衝性能, 構造工学論文集, Vol.39A, pp.1587~1597, 1993.3.
- 48) ロックシェッドに対する落石の衝撃力及びロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集, 金沢大学工学部土木工学科構造力学研究室編, 1983.7.
- 49) 園田恵一郎, 小林治利, 鈴木輝男: ロックシェッドに対する落石荷重計算法 (ヘルツ式の改良) について, 第 1 回落石の衝撃力およびロックシェッドの設計に関するシンポジウム論文集, pp.25~35, 1983.



- 50) 三上敬司, 能町純雄, 松岡健一, 岸 徳光: 落石による落石覆工への衝撃力に関する評価, 構造工学論文集, Vol.33A, pp.559~569, 1987.3.
- 51) 岸 徳光, 吉田紘一, 松岡健一, 能町純雄: 層上弾性体にモデル化した覆工敷砂の衝撃応答解析, 構造工学論文集, Vol.34A, pp.817~826, 1988.3.
- 52) 中野 修: 落石覆道における三層緩衝構造の開発に関する研究, 北海道大学学位論文, 1993年3月.
- 53) 吉田 博, 榎谷 浩, 今井和昭: 個別要素法による敷砂上への落石の衝撃特性に関する解析, 土木学会論文集, 第 392 号/I-9, pp.297~306, 1988.
- 54) 園田佳巨, 佐藤紘志, 石川信隆: 個別要素法によるサンドクッションの衝撃応答特性に関する解析, 土木学会論文集, 第 483 号/I-26, pp.51~60, 1994.
- 55) 土木学会編: 構造物の衝撃挙動と設計法, pp.185~195, 1994.
- 56) 中野 修, 岸 徳光, 菅田紀之, 三上隆: 緩衝構造の緩衝特性に関する数値解析的検討, 第 2 回落石等による衝撃問題に関するシンポジウム講演論文集, 土木学会, pp.13~16, 1993.6.
- 57) 吉田 博, 松葉美晴, 法貴貫志郎: 発泡スチロールの落石に対する緩衝効果に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第 427 号/VI-14, pp.143~152, 1991.3.
- 58) 岸 徳光, 中野 修, 今野久志, 松岡健一: 三層緩衝構造の緩衝効果に関する室内実験, 構造工学論文集, Vol.38A, pp.1577~1586, 1992.3.
- 59) 岸 徳光, 佐藤昌志, 中野 修: 三層緩衝構造の緩衝性能に関する大型野外実験, 構造工学論文集, Vol.41A, pp.1257~1265, 1995.3.
- 60) 佐藤昌志, 岸 徳光, 松岡健一: 三層緩衝構造の伝達衝撃力算定式の定式化, 構造工学論文集, Vol.42A, pp.1337~1346, 1996.3.
- 61) 佐藤昌志: RC 落石覆道の合理的耐衝撃設計手法に関する研究, 北海道大学学位論文, 1997.6.
- 62) 小暮幹太, 大野友則, 河西良幸, 坪田張二, 内田 孝: 鋼板で補強された RC 板の耐衝撃性と補強鋼板の等価コンクリート厚の推定, 構造工学論文集, pp.1599~1608, 1993.3.
- 63) 北川 真, 大野友則, 内田 孝, 井元勝慶: 高速飛来物の衝突を受ける 2 重 RC 板局部損傷と耐衝撃性, 構造工学論文集, pp.1609~1619, 1993.3.
- 64) 吉田紘一, 佐藤睦治, 千葉利則: 衝撃荷重を受ける鉄筋コンクリート版の実験的研究について, 北海道開発局土木試験所月報, pp.10~16, 1986.3.
- 65) 吉田紘一, 佐藤睦治, 千葉利則: 衝撃を受ける RC 版に関する実験について, ロックシェットの設計に関するシンポジウム, 北陸道路研究会編, pp.21~27, 1986.7.
- 66) 三上敬司, 吉田紘一, 松岡健一, 能町純雄: 低速度衝撃力によるコンクリート床版の動的応答, 構造工学論文集, Vol. 34A, pp.767~778, 1988.3.



- 67) Uchida, T. , Tsubota, H. and Yamada, T. : Experimental investigations on reinforced concrete slabs subjected to impact loading, Trans. 8th SMIRT , Vol. J, Aug. , pp.173-178 , 1985.
- 68) 三上敬司, 金子孝吉: 落石覆工上の緩衝材の緩衝特性に関する評価, 専修大学北海道短期大学環境科学研究所報告, 第 3 号, pp.69~79, 1995.
- 69) 三上敬司: 衝撃荷重を受ける土木構造物の動的挙動, 専修大学北海道短期大学紀要, 第 30 号, pp.93~114, 1997.
- 70) 三上敬司, 能町純雄: 落石覆工上の緩衝材の緩衝特性に関する評価, 構造工学論文集, Vol. 44A, pp.1837~1850, 1998.3.
- 71) 小坪清真: 土木振動学, 森北出版, pp.81~95, pp.251~264, 1973.
- 72) 加藤愛雄, 菊池武彦: ラプラス変換関数表, 日刊工業新聞社, 1968.
- 73) Timoshenko , S.P. , Goodier,J.N. : Theory of Elasticity , McGRAW-HILL(Third Edition) , pp.403~224,1970.
- 74) Love , A.E.H : A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, 4th ed., Dover Publications, pp.198~220, 1944.
- 75) Johnson,K.L.:CONTACT MECHANICS,CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS,1987.
- 76) 多谷虎男: ベッセル関数と弾性波動理論, 山海堂, 1985.
- 77) 吉田耕作, 雨宮綾夫, 伊藤清, 加藤敏夫, 松島與三, 古谷茂: 応用数学便覧, 丸善, 1967.
- 78) 森口繁一, 宇田川久, 一松信: 数学公式 III, 岩波全書, pp.145 ~ 206, 1985.
- 79) Bateman , H : Tables of Integral Transforms, Volume II, McGRAW-HILL BOOKS, pp.198~220, 1944.
- 80) 岸 徳光, 三上 浩, 小室雅人, 松岡健一: 弾塑性衝撃応答解析法の RC 梁への適用性, 構造工学論文集, Vol.43A, pp.1579~1588, 1997.3.
- 81) 磯田和男, 大野豊監修: FORTRANによる数値計算ハンドブック, オーム社, pp.385 ~ 418, 1971.
- 82) 高橋芳彦, 大野友則, 太田俊昭, 日野伸一: 衝撃荷重を受ける鉄筋コンクリートはりの弾塑性挙動に及ぼす材料のひずみ速度効果, 構造工学論文集, Vol. 37A, pp.1567~1580, 1993.3.
- 83) Lindholm, U.S. and Bessey, R.L. : A survey of rate dependent strength properties of metals, Technical Report AFML-TR-69-119 , april, 1969.
- 84) 岩井 哲, 吉田 望, 中村 武, 若林 實: 構造部材の挙動に及ぼす載荷速度の影響に関する実験的研究, 日本建築学会論文報告集, 第 314 号, pp.102~11, 1982.4.
- 85) 睦好宏史, 町田篤彦: 動的外力を受ける鉄筋コンクリート部材の力学的特性に関する研究, 土木学会論文集, 第 354 号/V-2, pp.81~90, 1985.2.
- 86) Gorman,D.J.:Free Vibration Analysis of Rectangular Plates,Elsevier, pp.162~203,1982.



- 87) 日本鉄道車両工業会：防振ゴム，現代工学社，pp.15~302，1975.
- 88) Kolsky ,H : Stress Waves in Solids, DOVER, pp.115~116, 1963.
- 89) 松岡健一：円柱座標で表される 3 次元応力問題のFourie-Hankel変換による解析に関する研究，北海道大学学位論文，1976.
- 90) 井口鹿象：直交関数数列および Fourier 展開とその応用（第 1 および第 2 部），室蘭工業大学土木工学科構造工学研究室，1967.



